Помехо-защищенность радиосистем со сложными сигналами

Под редакцией Г. И. Тузова





Москва
«Радио и связь»
1985

ББК 32.81
П 55
УДК 621.391.037.372.019.3

Г. И. Тузов, В. А. Сивов, В. И. Прытков, Ю. Ф. Урядников, Ю. А. Дергачев, А. А. Сулиманов

Помехозащищенность радиосистем со сложными
П 55 ми сигналами/ Г. И. Тузов, В. А. Сивов, В. И. Прытков и др.; Под ред. Г. И. Тузова. — М.: Радио и связь, 1985. — 264 с., ил.

В пер.: 1 р. 8000 экз.

Освещаются вопросы оптимального приема и формирования дискретных сигналов сложной формы. Основное внимание уделяется оценке и дальнейшему повышению помехозащищенности адресных систем, синтезу новых форм сложных сигналов и новых видов приемников, анализу помехоустойчивости приемников аналогового и цифрового типов, пропускной способности систем связи.

Для инженеров-разработчиков радиосистем связи и управления.

П $\frac{2402020000-202}{046(01)-85}$ 56-85 ББК 32.81 6Ф0.1

Рецензенты: докт. техн. наук, проф. З. С. КАРАМОВ, докт. техн. наук, проф. М. В. МАКСИМОВ

Редакция литературы по кибернетике и вычислительной технике

Георгий Иванович Тузов, Виктор Андреевич Сивов, Виктор Игоревич Прытков, Юрий Федорович Урядников, Юрий Андреевич Дергачев, Абдулханян Абдулхакович Сулиманов

ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТЬ РАДИОСИСТЕМ СО СЛОЖНЫМИ СИГНАЛАМИ

Редактор Т. М. Любимова. Переплет художника С. Н. Голубева. Художественный редактор Н. С. Шеин. Технический редактор А. Н. Золотарева. Корректор Н. М. Давыдова

ИБ № 745

Сдано в набор 18.03.85 Подписано в печать 9.10.85 Т-20211
Формат 84×108/32 Бумага кн.-журн. № 2 Гарнитура литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 13,86 Усл. кр.-отт. 13,86 Уч.-изд. л. 14,27
Тираж 8000 Изд. № 20584 Зак. № 266 Цена 1 р.
Издательство «Радио и связь». 101000 Москва, Почтамт, а/я 693

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного знамени МПО «Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова» Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 113054, Москва, Валовая, 28

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проблема повышения помехозащищенности систем управления и связи является весьма острой и до сих пор не нашла своего решения в большинстве прикладных задач. Решению этой проблемы способствует комплексное использование различных методов и средств (сигналов сложной формы, оптимальных методов их обработки, фазированных антенных решеток, быстродействующей цифровой техники, современной технологии, организационных мер).

В предлагаемой книге оценивается помехозащищенность систем управления и связи, которая обеспечивается применением в них сложных сигналов. Интерес к сложным сигналам объясняется их свойствами, связанными с возможностью повышения помехоустойчивости и скрытности систем, построения многофункциональных (совмещенных) систем управления, а также с возможностью работы в занятом частотном диапазоне и при многолучевом распространении.

В книге рассмотрены такие составляющие помехозащищенности, как помехоустойчивость, энергетическая и структурная скрытность. Однако акцент сделан на анализ помехоустойчивости, поскольку это основная проблема, с которой постоянно сталкиваются специалисты-разработчики систем управления и связи. Помехоустойчивость обеспечивается выбором формы сложного сигнала, самим построением адресных систем управления и связи, выбором оптимальных методов синтеза приемников, включающих синтез систем фильтрации, оптимизацию систем поиска и анализа цифровых приемников. Вопросы повышения энергетической и структурной скрытности системы связаны прежде всего с оценкой общих показателей скрытности и с синтезом,

оптимизацией и выбором соответствующей формы сигнала.

В гл. 1 даются определения и количественная характеристика помехозащищенности, приводятся основные составляющие помехозащищенности — помехоустойчивость и скрытность и указываются общие пути улучшения этих характеристик.

В гл. 2 рассматриваются виды сигналов, обеспечивающих повышенную помехозащищенность радиосистем. Основное внимание обращается на исследование новых форм сложных сигналов, анализ их корреляционных свойств, выбор систем сигналов с большим ансамблем, определяющим их структурную скрытность. Анализ корреляционных свойств и реализуемой базы сигнала позволяет оценить помехоустойчивость при действии помех с различной степенью корреляции их с полезными сигналами.

В гл. 3 оцениваются свойства адресных систем (АС) с прямой передачей и ретрансляцией сигналов при совместном действии белого шума, других сигналов АС и помех при их произвольной корреляционной связи с полезными сигналами. Такой подход позволяет выявить общие закономерности АС по помехоустойчивости и пропускной способности и сравнивать по этим показателям различные типы АС. Оценивается помехоустойчивость АС с нелинейным ретранслятором и выявляются наиболее опасные виды помех.

В гл. 4 и 5 рассматриваются методы синтеза и оптимизации приемников сложных сигналов, состоящих из следящих приемников и систем поиска. Проводимый синтез позволяет не только определить структуру приемника, но и оценить потенциальную точность и помехоустойчивость систем фильтрации и поиска. По сравнению с [74] в гл. 4 синтезируются новые виды приемников, а в гл. 5 анализируются новые способы поиска сложных сигналов, основанные на оценочно-корреляционном принципе, а также особенности поиска сигналов с дискретной частотной и частотно-фазовой манипуляцией.

В гл. 6 рассматривается помехоустойчивость цифровых приемников сложных сигналов, которые находят все более широкое применение в системах связи и управления. По помехоустойчивости цифровых приемников существуют противоречивые мнения и поэтому эти вопросы нуждаются в серьезном анализе. К новым результатам следует отнести также разработку метода оценки

помехоустойчивости при двух и многоуровневом квантовании входного процесса при наиболее опасных помехах.

Глава 7 посвящается фильтрации сложных сигналов при воздействии узкополосных помех совместно с белым шумом. Актуальность этого вопроса обусловлена тем, что узкополосные помехи распространены как из-за наличия большого числа радиоэлектронных систем с простыми сигналами, так и из-за простоты формирования активных помех такой формы.

В гл. 8 рассматриваются вопрос синтеза приемников и оценки помехоустойчивости системы, использующих сверхширокополосные дискретные сигналы Уолша. Приводятся оригинальные результаты, показывающие перспективность использования этих сигналов в системах связи и управления.

Таким образом, изложенный материал может использоваться при разработке, проектировании и анализе систем радиосвязи и радиоуправления объектами, а также при решении некоторых задач радиолокации.

Книга написана по материалам оригинальных работ и исследований авторов. Гл. 1, 2 (кроме § 2.2, 2.5, 2.6), 5, 7, 6, (кроме § 7.2, 7.3) написаны Г. Т. Тузовым, гл. 3 (кроме § 3.4), а также § 2.2—В. А. Сивовым, гл. 8, а также § 2.6 — Ю. Ф. Урядниковым, гл. 4 — совместно В. И. Прытковым и Г. И. Тузовым, § 2.5, 7.2 и 7.3 — совместно В. А. Сивовым и Г.И. Тузовым, § 3.4 — Ю. А. Дергачевым и § 6.6 — А. А. Сулимановым.

Отзывы о книге просим направлять по адресу: 101000, Москва, Почтамт, а/я 693, издательство «Радио и связь».

Глава 1

ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТЬ РАДИОСИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И СВЯЗИ

1.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТИ

Взаимосвязь эффективности радиосистемы и ее помехозащищенности. Радиосистемы управления и связи, как правило, являются составной частью сложных комплексов управления (объектами, людьми) и предназначаются для оценки и передачи измерительной информации, характеризующей вектор состояния управляемых объектов, для передачи командной и различного вида связной информации.

Способность комплекса управления выполнить задачу в заданных условиях принято характеризовать его эффективностью. Естественно, что для радиосистем управления и связи, являющихся частью такого комплекса, целесообразно ввести понятие эффективности, под которой следует понимать способность выполнить задачу (частную, по отношению к комплексу в целом) в заданных условиях. Эффективность систем управления и связи зависит от ряда факторов, таких как точность, живучесть, надежность, помехозащищенность, верность передачи информации. В разных системах управления и связи, а также на разных этапах их работы значимость перечисленных факторов может быть неодинаковой. Так, в системах управления движущимися объектами на первый план, как правило, выступает фактор точности оценки параметров движения или точности оценки вектора состояния объекта. Если же такая оценка осуществляется в условиях радиопротиводействия, то большое значение приобретает фактор помехоустойчивости или

помехозащищенности радиосистемы. При этом требуемая точность оценки вектора состояния объекта должна достигаться в сложной помеховой обстановке, что в значительной степени будет определяться помехоустойчивостью системы управления. Точностные характеристики оказываются весьма важными и в системах связи. Так, от точности синхронизации в системах цифровой связи зависит верность принимаемой информации. При этом часто точность и помехоустойчивость оказываются тесно связанными.

Современные радиосистемы управления представляют собой сложные многофункциональные (совмещенные) системы, в которых один и тот же сигнал может использоваться как для измерения параметров движения, так и синхронизации и передачи командной (связной) информации. Очевидно, что в таких системах взаимосвязь точности и помехоустойчивости становится еще более тесной.

Помехозащищенность систем. Под помехозащищенностью системы управления и связи будем понимать ее способность выполнять задачи в условиях радиоэлектронного подавления (РЭП). Таким образом, помехозащищенность представляет собой то слагаемое эффективности систем, которое характеризуется способностью противостоять мерам РЭП. Поэтому количественный критерий помехозащищенности должен согласовываться с критерием эффективности. Так как в качестве критерия эффективности как меры успешности выполнения заданной задачи принимается вероятность ее выполнения [28], то в качестве критерия помехозащищенности целесообразно принять вероятность выполнения заданной задачи системой (например, заданной верности передачи информации или точности) в условиях РЭП [27, 44].

В общем случае РЭП [27, 44] включает два последовательных этапа — радиотехническую разведку и радиопротиводействие. Целью радиотехнической разведки является установление факта работы (излучения) радиоэлектронной системы (РЭС) и определение ее параметров, необходимых для организации радиопротиводействия [44]. Целью радиопротиводействия является создание таких условий, которые затруднили бы работу РЭС или вообще привели к срыву выполнения задачи [44].

Основным способом радиопротиводействия является постановка помех. Постановка помех будет тем эффек-

тивнее, чем больше информации о подавляемой РЭС будет выявлено на этапе радиоразведки и использовано при организации радиопротиводействия. Таким образом, помехозащищенность РЭС будет зависеть от технических характеристик РЭС, от взаимного расположения РЭС и аппаратуры разведки и подавления, от тактики использования РЭС, от времени работы и т. д. Сочетание этих характеристик и условий носит случайный характер, поэтому помехозащищенность следует рассматривать для некоторых строго определенных условий.

Если обозначить $p_р$ — вероятность разведки параметров РЭС, необходимых для организации радиопротиводействия, а $p_н$ — вероятность нарушения работы РЭС в результате радиопротиводействия, то критерий помехозащищенности $p_{пмз}$ можно представить в следующей форме: $p_{пмз}=1-p_р p_н$. Вероятность $p_р$ количественно отражает свойство РЭС, которое может быть названо скрытностью. Под скрытностью будем понимать способность РЭС противостоять мерам радиотехнической разведки, направленным на обнаружение факта работы РЭС и определения необходимых для радиопротиводействия параметров сигнала [47]. Соответственно величину $p_{скр}=1-p_р$ можно принять в качестве критерия скрытности.

Вероятность $p_н$ зависит от способности РЭС выполнять задачу при действии помех. Поэтому величина $p_{пму}=1-p_н$ может быть принята в качестве критерия помехоустойчивости. Этот критерий определяет вероятность выполнения системой задачи в условиях радиоподавления.

Таким образом, помехозащищенность РЭС определяется ее скрытностью и помехоустойчивостью [27, 44]. Рассмотрим отдельные показатели помехозащищенности.

Скрытность систем. Радиотехническая разведка, как правило, предполагает последовательное выполнение трех основных задач: обнаружение факта работы РЭС (обнаружение сигнала), определение структуры обнаруженного сигнала (на основе определения ряда его параметров) и раскрытие содержащейся (передаваемой) в сигнале информации. Последняя задача иногда имеет самостоятельное значение (является одной из конечных целей). В общем случае раскрытие смысла передаваемой информации позволяет организовать более эффективное РЭП [27, 44].

Перечисленным задачам радиотехнической разведки могут быть противопоставлены три вида скрытности сигналов: энергетическая, структурная и информационная [44, 47]. Энергетическая скрытность характеризует способность противостоять мерам, направленным на обнаружение сигнала разведывательным приемным устройством. Как известно, обнаружение сигнала происходит в условиях, когда на разведывательный приемник действуют помехи (шумы), и может сопровождаться ошибками двух видов: пропуск сигнала при его наличии на входе и ложное обнаружение (ложная тревога) при отсутствии сигнала. Эти ошибки носят вероятностный характер. Количественной мерой энергетической скрытности может являться вероятность правильного обнаружения $p_{обн}$ (при заданной вероятности ложной тревоги $p_{лт}$), которые в свою очередь зависят от отношения сигнал-помеха в рассматриваемой радиолинии и правила принятия решения на обнаружение сигнала.

Структурная скрытность характеризует способность противостоять мерам радиотехнической разведки, направленным на раскрытие сигнала. Это означает распознавание формы сигнала, определяемой способами его кодирования и модуляции, т. е. отождествление обнаруженного сигнала с одним из множества априорно известных сигналов. Следовательно, для увеличения структурной скрытности необходимо иметь по возможности больший ансамбль используемых сигналов и достаточно часто изменять форму сигналов. Задача определения структуры сигнала является также статистической, а количественной мерой структурной скрытности может служить вероятность раскрытия структуры сигнала $p_{стр}$ при условии, что сигнал обнаружен. Таким образом, $p_{стр}$ является условной вероятностью.

Информационная скрытность определяется способностью противостоять мерам, направленным на раскрытие смысла передаваемой с помощью сигналов информации. Раскрытие смысла передаваемой информации означает отождествление каждого принятого сигнала или их совокупности с тем сообщением, которое передается. Эта задача решается выяснением ряда признаков сигнала, например, места данного сигнала в множестве принятых, частости его появления, связи факторов появления того или иного сигнала с изменением состояния управляемого объекта и т. д. Наличие априорной и апостериорной неопределенностей делает эту задачу

вероятностной, а в качестве количественной меры информационной скрытности принимают вероятность раскрытия смысла передаваемой информации $p_{\text{инф}}$ при условии, что сигнал обнаружен и выделен (т. е. структура его раскрыта). Следовательно, $p_{\text{инф}}$ также является условной вероятностью.

Скрытность определяется вероятностью разведки сигнала РЭС $p_{\text{р}}$, поэтому $p_{\text{р}}=p_{\text{обн}}p_{\text{стр}}p_{\text{инф}}$. Часто задача раскрытия смысла передаваемой информации не ставится, и тогда можно принять $p_{\text{инф}}=1$ и $p_{\text{р}}=p_{\text{обн}}p_{\text{стр}}$. В ряде случаев для организации радиопротиводействия достаточно обнаружить сигнал подавляемой РЭС. При этом $p_{\text{р}}$ отождествляется с $p_{\text{обн}}$. Энергетическая и структурная скрытность являются важнейшими характеристиками сигнала и РЭС, с которыми сталкиваются как инженеры-проектировщики радиоаппаратуры, так и инженеры, эксплуатирующие ее. Поэтому этим видам скрытности в дальнейшем будет уделено основное внимание.

1.2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ СКРЫТНОСТЬ

Оценим вероятность обнаружения сигнала $p_{\text{обн}}$, зависящую от отношения сигнал-шум q в полосе W линейной части разведприемника:

$$q=2P_{\text{с}}/P_{\text{ш}}=2P_{\text{с}}/(N_0 W)=2E_{\text{в}}/\nu_0, \tag{1.1}$$

где $P_{\text{с}}$, $P_{\text{ш}}$ — мощности сигнала и шума соответственно; N_0, ν_0 — спектральная плотность шума (при условии, что поиск сигнала по частоте и в пространстве уже осуществлен).

При рассмотрении $p_{\text{обн}}=f(q)$ вначале найдем зависимость q от параметров РЭС, сигналов, а также от характеристик разведприемника. Будем считать, что форма разведуемого сигнала неизвестна. Тогда единственным признаком наличия сигнала является энергия реализации процесса $y(t)$ (за время $T_{\text{и}}$) на выходе разведприемника

$$E_{\text{в}}=\int_0^{T_{\text{и}}}[y(t)]^2\,dt, \tag{1.2}$$

где

$$y(t)=\begin{cases} s(t)+n(t) - \text{при наличии сигнала,} \\ n(t) - \text{при его отсутствии.} \end{cases}$$

Оптимальным в этом случае будет так называемый энергетический приемник, структурная схема которого приведена на рис. 1. 1. Этот приемник содержит линейный полосовой фильтр с полосой W, квадратичный детектор, интегратор со сбросом с постоянной интегрирования $T_и$ и пороговое устройство.

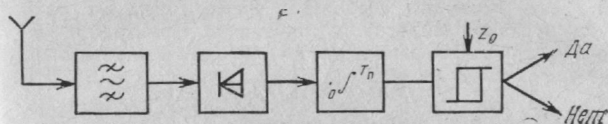


Рис. 1.1

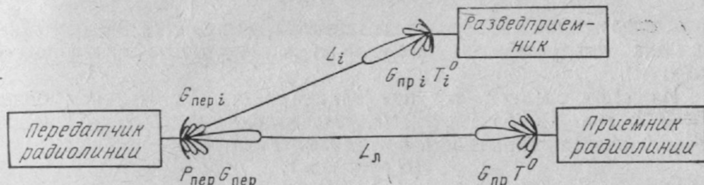


Рис. 1.2

Типичная диаграмма линии связи и разведприемника показана на рис. 1.2. Будем считать, что РЭС работает с заданным качеством (или с требуемым значением вероятности ошибки приема единицы информации p_e) при вполне определенном значении $2E_б$, где $E_б$ — энергия на бит информации. Тогда требуемое отношение сигнал-шум) (отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума) будет равно $(2P_с/\nu_0)_{тр}=2RE_б/\nu_0$, где $R=1/T$ — скорость передачи информации, бит/с.

При мощности передатчика $P_{пер}$, коэффициентах усиления передающей и приемной антенн $G_{пер}$, $G_{пр}$, затухании в среде до приемника $L_л$, коэффициенте запаса по мощности $k_з$ и шумовой температуре приемника $T°$, получим

$$(2P_с/\nu_0)_{тр}=P_{пер}G_{пер}G_{пр}/kk_зT°L_л, \qquad (1.3)$$

где k — постоянная Больцмана.

Преобразуя (1.3), нетрудно найти минимальную мощность передатчика

$$P_{пер}=2kk_зT°RL_лE_б/G_{пр}G_{пер}\nu_0.$$

В соответствии с рис. 1.2 отношение сигнал-шум в полосе линейной части разведприемника равно

$$(2P_с/\nu_{0i})_i=P_{пер}G_{пер\,i}G_{пр}/(kT°_iL_i),$$

где L_i — затухание в среде до разведприемника; $T°_i$ — шумовая температура разведприемника.

Последние две формулы позволяют определить минимальное отношение сигнал-шум

$$\left(\frac{2P_с}{\nu_{0i}}\right)_i=\frac{G_{пер\,i}}{G_{пер}}\,\frac{G_{пр\,i}}{G_{пр}}\,\frac{L_л}{L_i}\,\frac{T°}{T°_i}\,k_зR\,\frac{2E_б}{\nu_0}=K_0\frac{1}{T}\,\frac{2E_б}{\nu_0}, \qquad (1.4)$$

где $K_0=(G_{\text{пер}i}/G_{\text{пер}})(G_{\text{пр}i}/G_{\text{пр}})(L_л/L_i)(T^\circ/T^\circ{}_i)k_з$. Найдем отношение сигнал-шум в линейной части

$$q=\left(\frac{2P_c}{\nu_{0i}}\right)_i\frac{1}{W}=K_0\frac{1}{W}\frac{1}{T}\frac{2E_б}{\nu_0}. \tag{1.5}$$

Для определенности будем считать, что в рассматриваемой РЭС используется сигнал с постоянной спектральной плотностью G_c^2 и полосой F, что позволяет выбрать в разведприемнике оптимальную полосу пропускания полосового линейного фильтра $W=F$. Учитывая, что $2P_c/F=G_c^2$, перепишем (1.5) в другом виде:

$$(G_c^2/\nu_{0i})_i=K_0(1/FT)2E_б/\nu_0. \tag{1.6}$$

Если в линейной части разведприемника

$$(G_c^2/\nu_{0i})_i<1, \tag{1.7}$$

то энергетическое обнаружение сигнала становится невозможным, так как квадратичный детектор лишь ухудшит отношение сигнал-шум.

Из (1.6) следует, что при заданных K_0, $E_б$, ν_{0i}, чем больше $FT=B/2$, где B — база сигнала, тем отношение $(G_c^2/\nu_{0i})_i$ меньше и энергетическая скрытность возрастает. Если же

$$(G_c^2/\nu_{0i})_i\geqslant 1, \tag{1.8}$$

то сигнал может быть обнаружен. Можно показать, что при условии (1.8) энергетический приемник обеспечивает коэффициент усиления, близкий $(T_иF)^{1/2}$ при $T_иF>50$, где $T_и$ — время интегрирования. Поэтому отношение сигнал-шум на выходе разведприемника будет равно

$$q=(T_иF)^{1/2}(2P_c/\nu_{0i})_i(1/F)=(T_иF)^{1/2}(G_c^2/\nu_{0i})_i. \tag{1.9}$$

Учитывая (1.6), запишем отношение сигнал-шум на выходе разведприемника в окончательном виде

$$q=K_0(T_иF)^{1/2}(1/FT)(2E_б/\nu_0). \tag{1.10}$$

Будем считать, что порог z_0 обеспечивает максимальное значение $p_{обн}$ при заданной вероятности $p_{лт}$. Тогда алгоритм обнаружения будет следующий:

$$q>z_0 \text{ — сигнал обнаружен, } q<z_0 \text{ — сигнал не обнаружен.} \tag{1.10а}$$

Из (1.4) и (1.10) получаем условие перехвата сигнала РЭС

$$\underbrace{\left(\frac{G_{\text{пр}}}{T^0}\right)}_{1}\underbrace{\left(\frac{G_{\text{пер}}}{G_{\text{пер}i}}\right)}_{2}\underbrace{\left(\frac{L_i}{L_л}\right)}_{3}\underbrace{\left(\frac{1}{k_з}\right)}_{4}\underbrace{\left[\frac{1}{\left(\frac{2E_б}{\nu_0}\right)\frac{1}{T}\left(\frac{T_и}{F}\right)}\right]}_{5}\leqslant\underbrace{\left[\frac{G_{\text{пр}i}}{T_i{}^0z_0}\right]}_{6}, \tag{1.11}$$

где 1 — характеристики приемника, 2 — характеристики передающей антенны, 3 — потери в линии, 4 — запас по энергетике, 5 — характеристики модуляции, 6 — опасность перехвата. Формула (1.11) позволяет оценить условие энергетической скрытности радиолинии в зави-

симости от ее параметров и характеристик разведприемника. Из (1.10) и (1.11) следует, что при увеличении базы сигнала $R=2FT$ энергетическая скрытность возрастает. Однако здесь следует отметить следующее обстоятельство. Если в разведприемнике выполняется условие (1.7), то увеличение базы сигнала приводит в соответствии с (1.6) к усилению неравенства (1.7), а квадратичный детектор еще больше увеличит вклад шума. При выполнении условия (1.8) в соответствии с (1.10) при $T_и=T$ будем иметь $q\equiv(1/B)^{1/2}$, т. е. рост базы нерезко увеличит энергетическую скрытность. Оценим вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги в энергетическом приемнике. С этой целью вместо (1.2) удобнее записать отношение энергии входной реализации к спектральной плотности шума

$$q=\frac{2E_в}{\nu_0}=\frac{2}{\nu_0}\int_0^{T_и}[y(t)]^2\,dt=\begin{cases} q_1=\dfrac{2}{\nu_0}\displaystyle\int_0^{T_и}[s(t)+n(t)]^2\,dt, \\ q_{01}=\dfrac{2}{\nu_0}\displaystyle\int_0^{T_и}[n(t)]^2\,dt. \end{cases} \quad (1.12)$$

Вероятности $p_{обн}$ и $p_{лт}$ будут зависеть от распределения вероятностей $W(q)$, $W_0(q)$, которые соответствуют наличию и отсутствию сигнала в (1.12), а также от значения порога (рис. 1.3).

Сложность нахождения $W(q)$ и $W_0(q)$ определяется квадратом подынтегральных выражений в (1.12). Для решения задачи удобно перейти от непрерывного представления (1.12) к дискретному, аппроксимируя $y(t)$ рядом Котельникова, а следовательно, принимая $\Delta t=1/2F$. Тогда

$$q=\frac{2}{\nu_0}\sum_{k=\infty}^{\infty}[y_k(k\Delta t)]^2\,\Delta t=\frac{1}{F\nu_0}\sum_{k=\infty}^{\infty}\left[y_k\left(\frac{k}{2F}\right)\right]^2. \quad (1.13)$$

Для конечного отрезка реализации (ограниченного $T_и=T$) запишем

$$q=\frac{1}{F\nu_0}\sum_{k=1}^{n}\left[y_k\left(\frac{k}{2F}\right)\right]^2. \quad (1.14)$$

$$n=2FT+1\simeq B. \quad (1.15)$$

Здесь n — число «степеней свободы» сигнала или приближенно его база B. Из (1.14) следует, что q представляет собой сумму квад-

ратов случайных величин y_k. В этом случае правомерно использовать χ^2-распределение [56]

$$W(\chi^2)=[2^{n/2}\Gamma(n/2)]^{-1}(\chi^2)^{[(n/2)-1]}\exp(-0{,}5\chi^2),\quad \chi\geqslant 0, \qquad (1.16)$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция. Функция $W(\chi^2)$ для различных n показана на рис. 1.4. Как видно, распределение является смещенным, причем смещение растет с увеличением n. При большом числе степеней свободы ($n\geqslant 30$) распределения $W(q)$ и $W_0(q)$ хорошо аппроксимируются нормальным законом [56]

$$W_0(q)=(4\pi n)^{-1/2}\exp[-(q-n)^2/4n]. \qquad (1.17)$$

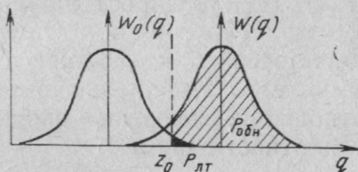


Рис. 1.3

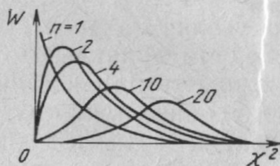


Рис. 1.4

Тогда вероятность ложной тревоги будет равна

$$p_{лт}=\int_{z_0}^{\infty}W_0(q)\,dq=1-\Phi\left[\frac{z_0-n}{(2n)^{1/2}}\right], \qquad (1.18)$$

где $\Phi(z)=[1/(2\cdot)^{1/2}]\int_{-\infty}^{z}\exp[-t^2/2]\,dt$ — интеграл вероятности.

Характеристиками нормального распределения $W(q)$ в присутствии сигнала будут математическое ожидание $M[q]=n+q_1$ и дисперсия $(2n+4q_1)$. При этом вероятность правильного обнаружения будет равна

$$p_{пр}=\int_{z_0}^{\infty}W(q)\,dq=1-\Phi\left[\frac{z_0-(n-q_1)}{(2n+4q_1)}\right]. \qquad (1.19)$$

При $n\ll q$ в (1.19) можно пренебречь величиной q_1 и, сравнивая (1.18) с (1.19), нетрудно заметить, что $p_{обн}=p_{лт}$. Этот случай подчеркивает ранее установленный факт, что для сигналов с большой базой при небольших отношениях сигнал-шум обеспечивается высокая скрытность. При соизмеримых n и q вероятность $p_{обн}$ существенно зависит от q. На рис. 1.5 приведены зависимости вероятности правильного обнаружения от q при различных значениях базы и вероятности

ложной тревоги, вычисленные по предложенной методике. Заметим, что q характеризует сигнал-шум в полосе F линейной части разведприемника, определяемой формулой (1.10). Из этих зависимостей видно, что увеличение базы B приводит к уменьшению $p_{обн}$ при прочих равных условиях. Это значит, что скрытность

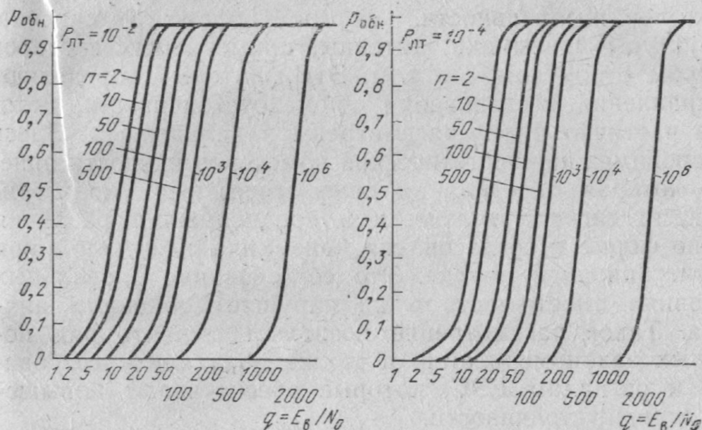


Рис. 1.5

сложных сигналов ($B \gg 1$) значительно выше, чем скрытность простых сигналов ($B \simeq 1$). Например, при $n=B=10^6$ $p_{лт}=10^{-4}$ и при $q=2\cdot10^3$ получаем $p_{обн}=10^{-3}$. Простой сигнал ($n=2$) имеет те же значения $p_{лт}$ и $p_{обн}$ уже при $q=2$, т. е. в 10^3 меньшем отношении сигнал-шум. При $n \gg q$ все кривые сходятся в точке $p_{обн}=p_{лт}$.

1.3. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ

Под помехоустойчивостью РЭС понимается способность выполнять задачу при действии помех, создаваемых при организации РЭП [27]. Таким образом, помехоустойчивость — это способность РЭС противостоять вредному влиянию помех. Часто анализ помехоустойчивости осуществляют независимо от причины появления помехи на входе РЭС. Поскольку помехоустойчивость зависит от ряда случайных причин, то количественной мерой ее может быть вероятность $p_н$ нарушения функционирования РЭС (невыполнение заданной задачи) при воздействии помех.

Вероятность $p_н$ можно определить как вероятность того, что фактическое значение отношения сигнал-шум на выходе приемника РЭС станет меньше некоторого критического $q_{кр}$ (для данного вида помехи), при котором функционирование РЭС нарушается, т. е. $p_н = p(q \leqslant q_{кр})$. Помехоустойчивость РЭС зависит от сочетания большого числа факторов — вида (формы) помехи, ее интенсивности, формы полезного сигнала, структуры приемника, антенны, применяемых способов борьбы с помехами и т. д. Эти факторы определяют направления исследования помехоустойчивости, которые частично будут рассмотрены в дальнейшем. Здесь остановимся на энергетической помехоустойчивости приема, которая определяется энергетическими характеристиками сигнала и помехи в предположнии различия их по форме и согласования приемника с сигналом при флуктуационной помехе. Это согласование в реальных условиях имеет место и не нарушает общности анализа. Такое рассмотрение позволяет выявить ряд полезных закономерностей, а также предъявить требования к сигналам РЭС, которые обеспечивают повышение помехоустойчивости.

Вначале рассмотрим помехоустойчивость собственно приемника сложного сигнала, а затем помехоустойчивость РЭС. Известно [56], что максимальное отношение сигнала к белому шуму на выходе оптимального приемника не зависит от формы сигнала и равно $q = 2E/\nu_0$. Следовательно, если выделение сигнала происходит на фоне только внутренних шумов приемника, то помехоустойчивость приемников, согласованных с сигналами любой формы, будет одинаковой. Если же помеха создается внешним источником помех, то удобно представить q в виде отношения мощностей сигнала и помехи. Если помеха имеет равномерную спектральную плотность $\nu_п$ в полосе сигнала F, то для сигнала длительностью T можно записать

$$q = \frac{2E}{\nu_п} = \frac{2P_cT}{\nu_п}\,\frac{F}{F} = \frac{P_c}{P_п}\,2FT, \qquad (1.20)$$

где $P_п = \nu_п F$.

Покажем, что формула (1.20) будет справедлива и при действии узкополосной помехи мощностью $P_п$. Так, если представить оптимальный приемник в виде коррелятора, то на выходе перемножителя коррелятора произойдет расширение спектра этой помехи до значения полосы сигнала F, а через интегратор с пределом интегрирования T пройдет лишь часть спектра помехи. В результате

мощности помехи и сигнала на выходе коррелятора соответственно будут равны $P_{п}/FT$ и $2P_{с}$, а отношение сигнал-помеха определится из (1.20). Из формулы (1.20) следует, что чем больше база сигнала, тем большая мощность помехи потребуется для подавления приемника при заданных значениях q, $P_{с}$.

Нетрудно показать, что помехоустойчивость приемника сложного сигнала относительно импульсной помехи длительности $\tau_{п}=1/E$ будет определяться $q=(P_{с}/P_{п})(2FT)^2$. Очевидно, когда на вход приемника будут действовать смесь широкополосной и узкополосной помех с мощностями $P_{ш}$ и $P_{у}$, то

$$q=[P_{с}/(P_{ш}+P_{у})]2FT. \tag{1.21}$$

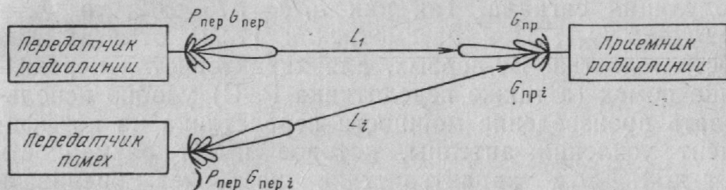


Рис. 1.6

Оценим теперь помехоустойчивость РЭС. С этой целью рассмотрим диаграмму линии связи и передатчика помех, изображенную на рис. 1.6. Условие энергетического подавления радиолинии определим при допущении, что спектральная плотность преднамеренной помехи $\nu_{п}$ больше плотности естественного шума ν_0. Тогда критическое отношение сигнал-помеха на выходе приемника радиолинии можно записать в виде

$$2P_{с}/\nu_{п}=R2E_{б}/\nu_{п}. \tag{1.22}$$

Здесь $R2E_{б}/\nu_{п}$ — критическое отношение сигнал-помеха, при котором еще обеспечивается заданное качество приема информации.

Рассмотрим приемник сложного сигнала с равномерным усилением в полосе частот сигнала F. Учитывая декорреляцию помехи в полосе F, запишем $\nu_{п}=$ $=P_{перi}G_{перi}\cdot G_{прi}\delta/FL_i$, где $\delta=r^2B$, r^2 — среднее значение квадрата коэффициента взаимной корреляции сигнала и помехи. Следовательно, помехоустойчивость в радиолинии будет обеспечена при соблюдении следующего неравенства, вытекающего из (1.22):

$$\frac{P_{пер}G_{пер}L_iG_{пр}}{P_{перi}G_{перi}L_{д}G_{прi}}\geq R\frac{2E_{б}}{\nu_{п}}.$$

Это неравенство удобно переписать в ином виде

$$\underbrace{[P_{\text{пер}} G_{\text{пер}}]}_{1} \underbrace{\left[\frac{G_{\text{пр}}}{G_{\text{пр}i}}\right]}_{2} \underbrace{\left[\frac{L_i}{L_{\text{л}}}\right]}_{3} \underbrace{\left[\frac{1}{k_{\text{з}}}\right]}_{4} \underbrace{\left[\left(\frac{\delta R}{F}\frac{2E_{\text{б}}}{\nu_{\text{п}}}\right)^{-1}\right]}_{5} \geqslant \underbrace{[P_{\text{пер}i} G_{\text{пер}i}]}_{6}, \tag{1.23}$$

где 1 — характеристики передатчика РЭС; 2 — характеристики антенн приемника; 3 — потери в линии; 4 — коэффициент запаса; 5 — критическое отношение помеха-сигнал; 6 — характеристики передатчика помех. Здесь $\delta R 2E_{\text{б}}/F\nu_{\text{п}} = Q_{\text{п}}$ — параметр, зависящий от вида модуляции сигнала. Так как $F/R = FT = B/2$, то $Q_{\text{п}} = B/(4\delta E_{\text{б}}/\nu_{\text{п}})$. При рассмотрении (1.23) отметим два обстоятельства. Во-первых, для характеристик передатчика помех (а также передатчика РЭС) удобно использовать произведение мощности передатчика на коэффициент усиления антенны, которое имеет размерность [Вт·дБ]. Эта характеристика позволяет оценивать эффективность различных передатчиков помех. Во-вторых, записанные в левой части (1.23) сомножители часто являются случайными величинами, особенно при относительном движении передатчика помех и приемника РЭС.

Из сравнения (1.12) и (1.23) следует, что одновременное улучшение скрытности и помехоустойчивости (а следовательно, и помехозащищенности) достигается увеличением базы сигнала, а также улучшением направленности антенн передатчика и приемника. Отсюда следуют основные направления повышения помехозащищенности РЭС: применение сложных сигналов, ФАР и их комплексирование.

Глава 2

СИГНАЛЫ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОВЫШЕННУЮ ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТЬ

2.1. ШИРОКОПОЛОСНЫЕ МЕТОДЫ ПЕРЕДАЧИ И КЛАССИФИКАЦИЯ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

Для пояснения особенностей метода широкополосной передачи рассмотрим формулу К. Шеннона для пропускной способности канала.

$$C = W\log_2(1 + P_{\text{c}}/P_{\text{ш}}), \tag{2.1}$$

где C — пропускная способность, бит/с; W — ширина полосы канала, Гц; $P_с/P_ш$ — отношение сигнал-шум, $\log_2(\cdot)$ измеряется в битах. Эта формула устанавливает связь между возможностью безошибочной передачи информации по каналу с заданной полосой W в зависимости от отношения сигнал-шум. Меняя основание логарифма получаем $C = W \cdot 1{,}44 \ln(1 + P_с/P_ш)$. При малых отношениях сигнал-шум (что хотелось бы иметь в помехозащищенных системах) справедливо выражение

$$\ln(1+P_с/P_ш) = P_с/P_ш - 0{,}5(P_с/P_ш)^2 + \\ + 0{,}3(P_с/P_ш)^2 + \ldots$$

Оставляя только первый член разложения, получим

$$C \simeq 1{,}44W(P_с/P_ш). \qquad (2.2)$$

Следовательно, пропускная способность канала при заданном отношении сигнал-шум может быть увеличена расширением полосы частот канала (сигнала). Полагая, что $C = R$ — необходимая скорость передачи информации, а, например, $R = 10^3$ бит/с, $P_с/P_ш = 10^{-3}$, получаем $W = R(P_ш/P_с \cdot 1{,}44) = 0{,}7 \cdot 10^5$. Важно отметить, что при $|W| \gg |R|$ канал связи хорошо работает при существенном превышении шума над сигналом. Заметим, что традиционные системы передачи используют полосу частот, соизмеримую с полосой сообщения. Так, например, полоса сигнала с амплитудной модуляцией (АМ) в два раза больше полосы передаваемого сообщения.

Метод передачи информации, при которой сигнал занимает полосу частот, существенно превышающую полосу частот передаваемого сообщения, называется широкополосным, а системы связи его реализующие, — широкополосными. Широкополосный сигнал, применяемый в широкополосной системе передачи, может быть реализован в виде сигнала с расширением полосы или сигнала с расширением спектра (рис. 2.1). Сигнал с расширением полосы образуется в результате модуляции несущей непосредственно сообщением. Классическими примерами такого сигнала являются аналоговая ЧМ с индексом частотной модуляции $m_{ЧМ} = (\Delta\omega/\Omega) \gg 1$ и цифровые сигналы с помехоустойчивым кодированием. В обоих примерах эффективно используется вся занимаемая полоса частот. Недостатком систем, использующих такой сигнал, является то, что они обеспечивают удовлетворительную работу лишь при входных

отношениях сигнал-шум $q_{вх} \gg 1$. Так, аналоговая ЧМ обеспечивает хорошую работу лишь при $q_{вх} \geqslant 10$, а при $q_{вх} < 10$ наступает пороговый эффект.

Сигналы с расширением спектра (сложные сигналы) образуются в результате модуляции несущей специальной функцией $g(t)$, расширяющей спектр и не зависящей от сообщения. Как правило, сигналы с расширением спектра занимают частотный диапазон, превышающий

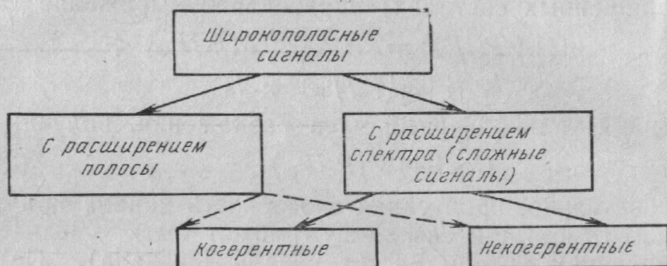


Рис. 2.1

диапазон сигнала с расширением полосы. Расширяющая функция $g(t)$ выбирается одинаковой для передатчика и приемника канала, так что на приемном конце имеется возможность осуществить обратное преобразование сигнала — снять модуляцию $g(t)$ и отфильтровать сигнал в полосе информационного сообщения.

Для расширения спектра модулируют амплитуду, фазу или частоту информационного сигнала $S'(t) = A_c(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$, где $A_c(t)$ и $\varphi(t)$ — сообщения.

Следовательно, выражения

$$s(t) = g(t) A_c(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)],$$
$$s(t) = A_c(t) \cos[\omega_0 t + \Delta\varphi g(t) + \varphi(t)], \qquad (2.3)$$
$$s(t) = A_c(t) \cos[\omega_0 t + \Delta\omega \int g(t)\,dt + \varphi(t)]$$

описывают сигналы с расширением спектра. Спектр сигнала $s(t)$ зависит от информационных переменных $A_c(t)$ и $\varphi(t)$, от вида расширяющей функции $g(t)$ и от девиации $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$.

К расширяющей функции должны быть предъявлены следующие требования. Во-первых, она должна быть детерминированной, так как иначе невозможно получить идентичные реализации $g(t)$ в передатчике и приемнике. Поэтому функцию $g(t)$ удобно отображать в цифровой форме. Во-вторых, чтобы не усложнять генера-

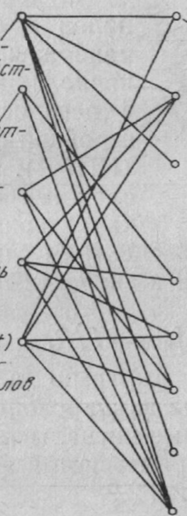


Рис. 2.2

торы (синтезаторы) расширяющей функции и приемника, функцию $g(t)$ желательно иметь периодической с периодом T, длительность которого определяется противоречивыми требованиями обеспечить скрытность сигнала и упростить приемник. Кроме того, желательно, чтобы функция $g(t)$ обладала свойствами, указанными на рис. 2.2. Там же приводятся характеристики широкополосной системы, определяемые свойствами $g(t)$. Сигналы с расширением спектра (сложные сигналы) делятся (рис. 2.1) на когерентные и некогерентные. В некоторых случаях возможно применение сложных сигналов с одновременным расширением спектра и полосы (эта возможность показана на рис. 2.1 штриховыми линиями). В таких сигналах, наряду с применением расширяющей функции $g(t)$, используется цифровое помехоустойчивое кодирование.

Как пример некогерентного сигнала с расширением спектра, рассмотрим некогерентную пачку радиоимпульсов, модулированную по амплитуде низкочастотным сообщением. В данном случае информация заключена в амплитуде переменной $A_с(t)$, а расширяющей функцией является некогерентная пачка импульсов (рис. 2.3). Этот пример имеет место в системах радиоуправления, когда радиоимпульсы, отраженные (или излученные) объектом, модулированы по амплитуде из-за сканирования антенны приемника РЭС.

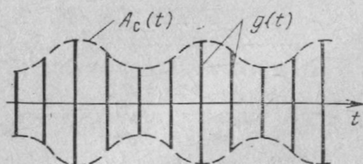


Рис. 2.3

Из некогерентных сигналов в системах связи наибольшее распространение получили сигналы с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ). Некогерентные сложные сигналы удобно характеризовать отношением полосы F, занимаемой спектром сигнала, к информационной полосе $\Delta f_{инф}$ или к скорости передачи информации R

$$B'=F/\Delta f_{инф}=F/R. \qquad (2.4)$$

Это отношение определяет выигрыш в помехоустойчивости при выделении сигнала из широкополосной помехи. Однако когерентные сложные сигналы наиболее полно обеспечивают получение характеристик широкополосных систем, перечисленных на рис. 2.2.

Свойства и классификация когерентных сложных сигналов. Важнейшие характеристики систем управления и связи (скрытность и помехоустойчивость) определяются базой сигнала. Точность оценки парметров сигнала, например частоты и запаздывания, тоже зависит от базы сигнала. Следовательно, важнейшие тактико-технические характеристики систем управления, обеспечивающие измерение параметров движения (скорости и дальности), а также характеристики систем передачи цифровой информации, зависящие от параметров систем синхронизации, будут определяться точностью оценки частоты и запаздывания. Дисперсия оценок частоты и запаздывания определяется следующими зависимостями [74]:

$$\sigma_f^2=\frac{1}{qT^2_{эф}(1-\rho^2)},\quad \sigma^2_\tau=\frac{1}{qF^2_{эф}(1-\rho^2)}, \qquad (2.5)$$

где

$$F^2_{эф}=\frac{(2\pi)^2}{2E}\int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2\,|G(f)|^2\,df,\quad T^2_{эф}=\frac{(2\pi)^2}{2E}\int\limits_{-\infty}^{\infty} t^2\,|s(t)|^2\,dt \qquad (2.6)$$

—эффективные полоса и длительность сигнала соответственно; $\rho=\frac{1}{F_{эф}T_{эф}}\frac{\partial X(\tau,\ f)}{\partial\tau\partial f}$ —коэффициент частотно-временной связи; $X(\cdot)$—функция неопределенности (ФН).

Совместная точность оценки частоты и запаздывания может быть получена после перемножения (2.5)

$$\sigma_\tau^2\sigma_f^2 = \frac{1}{q^2F_{эф}^2T_{эф}^2(1-\rho^2)^2}. \qquad (2.7)$$

Из (2.5) и (2.7) следует, что точность оценки параметров сигнала зависит от коэффициента частотно-временной связи ρ и произведения $F_{эф}T_{эф}$, причем, чем больше $F_{эф}T_{эф}$, тем точнее оценка параметров τ и f. Заметим, что произведение $F_{эф}T_{эф}$ характеризует базу сигнала аналогично произведению $2FT$ в (1.15).

Определенный произвол в определении F и T объясняется следующим. Если сигнал существует только на некотором отрезке времени, а вне этого отрезка тождественно равен нулю, то спектр этого сигнала согласно преобразованию Фурье занимает интервал от $-\infty$ до ∞. Аналогично, если спектр сигнала занимает конечную полосу частот, то по оси времени сигнал простирается от $-\infty$ до ∞.

Реальные сигналы имеют начало и конец и поэтому при определении ширины спектра и длительности существует некоторый произвол. Так, если ширина спектра радиоимпульса с прямоугольной огибающей определяется из условия 99 % энергии, то $2F=10/T$ и, следовательно, $2FT=10$. Если ширина спектра находится из условия $2F\simeq 1/T$, то $2FT=1$. Использование различных определений длительности и ширины спектра при теоретическом анализе объясняется тем, что то или иное определение либо имеет больший физический смысл, либо упрощает математические выкладки. Однако все перечисленные определения дают близкие значения базы сигнала B, которые к тому же незначительно отличаются от $B=F_{эф}T_{эф}$. В дальнейшем будем различать простые и сложные сигналы в зависимости от значения $B=2FT$ или от количества информации, которую может перенести сигнал за время T.

Способность сигнала переносить информацию количественно может быть выражена удвоенной величиной произведения длительности сигнала T на полосу занимаемых им частот F, что непосредственно следует из теоремы В. А. Котельникова: «Любую функцию $A(t)$, состоящую из частот от 0 до F, можно передавать с любой точностью при помощи чисел, следующих друг за другом через $1/2F$ с». Следовательно, сигнал, имеющий полосу F и длительность T, может быть охарактеризован числом $2FT$, что определяет максимальное число независимых символов, переносимых таким сигналом. Поэтому безызбыточный простой сигнал, соответствующий передаче одного символа, должен иметь базу $B=2FT\simeq 1$.

База является одной из важнейших характеристик когерентного сложного сигнала, определяющей многие его полезные свойства. Когерентный сложный сигнал может также характеризоваться показателем (2.4). Если бит информации передается за период T расширяющей функции когерентного сложного сигнала, то показатель (2.4) численно равен базе сигнала. В других случаях (когда бит информации передается за несколько периодов расширяющей функции или за часть периода) показатель (2.4) характеризует лишь выигрыш в помехоустойчивости при выделении сигнала из широкополосной помехи.

Для оценки свойств сложных сигналов удобно рассмотреть некоторые характеристики оптимальных приемников. Такой подход не является неожиданным, поскольку любой сигнал характеризуется функцией неопределенности (ФН), которая жестко связана с выходным эффектом оптимального приемника. В оптимальном приемнике производятся такие операции над сигналом, в результате которых входной сигнал любой сложной формы преобразуется в ФН $X(\tau, f)$, являющуюся сравнительно простой функцией времени и частоты. Таким образом, в приемнике входной сложный сигнал с базой $B \gg 1$ преобразуется в простой с базой $B \simeq 1$. Подобные преобразования сигнала характеризуются эффектом сжатия. Возможность сжатия сигнала является основной особенностью как самого когерентного сложного сигнала, так и оптимального приемника. Различают два вида сжатия—по времени и частоте. В [74] показано, что предельный коэффициент сжатия по времени и частоте равен базе когерентного сигнала.

Степень сжатия сложного сигнала на приемном конце является важнейшей характеристикой широкополосной системы передачи и определяется как формой используемого сигнала, так и оптимальностью приемника. Предельный коэффициент сжатия сигнала обеспечивается только при его оптимальной обработке, при которой происходит компенсация фазовых набегов, определяющих форму входного сложного сигнала и его преобразование в простой сигнал с базой, равной единице. При этом в приемнике осуществляется когерентное накопление элементов сложного сигнала.

Потенциальные характеристики широкополосных систем с когерентными сложными сигналами по большинству важнейших показателей помехоустойчивости, скрытности выше аналогичных показателей систем с некогерентными сигналами, однако последние, как правило, проще в реализации.

Когерентные сигналы могут быть с аналоговой модуляцией и с дискретной модуляцией. В дальнейшем будем рассматривать дискретно кодированные сигналы с гармонической и дискретной несущими. При их оценках удобно использовать следующие характеристики сигналов: функцию неопределенности (ФН), базу сигнала B и размер «ансамбля» сигналов при заданной базе; взаимно-корреляционные свойства «ансамбля» сигналов;

правила формирования «ансамбля» и сложность реализации генераторов сигналов.

Выбор этих характеристик объясняется тем, что, как показано в гл. 1, база сигнала оказывает существенное влияние на помехоустойчивость и энергетическую скрытность, а ансамбль сигнала характеризует его структурную скрытность. В то же время помехоустойчивость систем управления и связи по отношению к различного вида имитирующим помехам с различной степенью близости к полезному сигналу во многом определяется взаимно- и автокорреляционными характеристиками рассматриваемых сигналов и их функцией неопределенности.

К сигналам, построенным на основе дискретных кодов (расширяющих функций), проявляется в последнее время повышенный интерес, что объясняется в значительной мере успехами и повсеместным внедрением цифровой техники. Современная цифровая техника позволяет формировать такие коды с большой точностью и стабильностью, что в сочетании с высокой стабильностью когерентной несущей повышает точность формирования зондирующего и опорного сигналов. Все это создает дополнительные возможности как по улучшению характеристик систем передачи информации и повышению точности измерения параметров самих сигналов, так и по удобству сочленения радиолиний с ЦЭВМ.

Общее описание дискретно кодированных гармонических сигналов за период кодовой последовательности может быть дано в виде

$$u(t)=\begin{cases}\sum\limits_{k=1}^{L} A_k \operatorname{rect}[t-(k-1)\tau_{\text{и}}]\exp\{j[(\omega-\omega_k)t+\Theta_k]\}, & 0\leqslant t\leqslant L\tau_{\text{и}},\\ 0 & \text{при других } t,\end{cases} \tag{2.8}$$

где $k\in\overline{1,\ L}$; $\operatorname{rect}(\cdot)$—импульс единичной амплитуды и фиксированной длительности $\tau_{\text{и}}$, так что

$$\operatorname{rect}[t-(k-1)\tau_{\text{и}}]=\begin{cases}1 & \text{при } (k-1)\tau_{\text{и}}\leqslant t\leqslant k\tau_{\text{и}},\\ 0 & \text{при } (k-1)\tau_{\text{и}}>t>k\tau_{\text{и}},\end{cases} \tag{2.9}$$

A_k, Θ_k, ω_k—дискретные значения амплитуды фазы и частоты.

Функцию неопределенности для дискретно-кодированных сигналов можно получить следующим образом:

$$\mathbf{X}(\tau, f) = \sum_{k=1}^{L} \sum_{n=1}^{L} S_n(t)\,\overline{S}_k(t+\tau)\exp[-j2\pi ft]\,dt. \qquad (2.10)$$

При написании (2.10) сложный сигнал выражен суммой простых сигналов

$$S(t)\exp[j\omega_0 t] = \sum_{n=1}^{L} S_n(t). \qquad (2.11)$$

Дискретные сигналы с гармонической несущей в (2.8) можно разделить на группы в зависимости от вида манипуляции (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Вид манипуляции	Значения параметров
Амплитудная	$\{\Theta_k\}=0$, $\{\omega_k\}=0$, $\{A_k\}=\mathrm{var}$
Фазовая	$\{\omega_k\}=0$, $A_k=A_c=\mathrm{const}$, $\{\Theta_k\}=\mathrm{var}$
Частотная	$\{\Theta_k\}=0$, $A_k=A_c=\mathrm{const}$, $\{\omega_k\}=\mathrm{var}$
Комбинированная:	
частотная и фазовая	$\{\Theta_k\}=\mathrm{var}$; $\{\omega_k\}=\mathrm{var}$; $A_k=A_c=\mathrm{const}$
амплитудная и фазовая	$\{\Theta_k\}=\mathrm{var}$; $\{A_k\}=\mathrm{var}$; $\{\omega_k\}=\mathrm{const}$
амплитудная и частотная	$\{\Theta_k\}=0$; $\{A_k\}=\mathrm{var}$; $\{\omega_k\}=\mathrm{var}$

Покажем различие когерентных дискретных частотно-модулированных (ДЧМ) сигналов и некогерентных сигналов с ППРЧ. ДЧМ сигналы можно характеризовать суммой простых сигналов с разной частотой, но когерентной фазой, что позволяет на приемном конце обеспечить когерентное сложение простых его составляющих и тем самым обеспечить сжатие сигнала по частоте или времени. Обычно для передачи информации ДЧМ сигнал модулируется таким образом, что период сигнала (либо большая часть периода или даже несколько периодов) переносит один бит информации. Сигнал с ППРЧ также состоит из большого числа частотных составляющих в полосе F. Однако, как правило, модуляция сигнала происходит так, что каждая частотная составляющая переносит единицы (или больше) битов информации и частотные составляющие когерентно не свя-

заны друг с другом. При этом приемник сигнала с ППРЧ не осуществляет когерентного накопления всех частотных составляющих сигнала.

Наконец, остановимся кратко на сигналах с дискретной несущей. Физический смысл перехода от сигналов с гармонической несущей может быть объяснен следующим образом. Выше было показано, что переход от простых гармонических сигналов к сложным связан, прежде всего, с расширением спектра колебания, что часто приводит к подавлению несущей. Естественно пойти дальше — вообще отказаться от гармонической несущей и изучать только соответствующим образом подобранные дискретные модулирующие функции. К этим функциям целесообразно предъявить те же требования, которые предъявляются к модулирующим функциям гармонического сигнала и, кроме того, она должна являться полной ортогональной системой на заданном интервале. Для практических применений особенно перспективны сигналы на основе функций Уолша.

2.2. СИГНАЛЫ С БИНАРНОЙ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Выражение, описывающее сигнал с фазовой манипуляцией на интервале времени $[0, T]$, можно представить в виде [74]

$$u(t)=\sum_{k=0}^{L-1} A_c \operatorname{rect}[t-k\tau_и-\tau(t)]\exp[j\omega_0 t+\Theta_k+\Theta_0]. \quad (2.12)$$

При бинарной манипуляции Θ_k принимает только два значения $\Theta_k \in \{\Theta_1, \Theta_2\}$. Обычно используется манипуляция фазы на π, т. е. $\Theta_k=a_k\pi$, $a_k\in\{0, 1\}$. Часто применяется действительная форма записи сигнала (2.12):

$$s(t)=\operatorname{Re}\{U(t)\}=A_c g(t-\tau(t))\cos(\omega_0 t+\Theta_0), \quad (2.13)$$

где $g(t-\tau(t))=\sum_{k=0}^{L-1} d_k \operatorname{rect}[t-k\tau_и-\tau(t)]$ — расширяющая функция; $d_k=\cos\Theta_k\in\{-1, 1\}$.

Подчеркнем, что последовательность $d_k (k=\overline{1, L})$ состоит из 1 и —1, а последовательность a_k — из 0 и 1.

Линейные кодовые последовательности. Для фазовой манипуляции сигнала используются различные кодовые последовательности, в том числе коды Баркера, последовательности Лежандра и Холла, последовательности, период которых равен произведению двух простых чисел, M-последовательности, коды Голда и другие, относящиеся к линейным рекуррентным последовательностям. Из

линейных последовательностей наибольшее применение нашли M-последовательности и последовательности Голда. Для генерирования линейных последовательностей используют регистры сдвига с линейными обратными связями.

Последовательность символов $\{a_k\}$, вырабатываемая регистром сдвига, удовлетворяет рекуррентному правилу

$$c_0 a_k = c + c_1 a_{k-1} + c_2 a_{k-2} + \ldots + c_m a_{k-m} = f'(a_{k-1}, \ldots, a_{k-m}), \quad (2.14)$$

где значения символов последовательности a_k, так же как и значения коэффициентов c_k принадлежат алфавиту $G=(0,1)$, а операции сложения и умножения производятся по модулю 2; m называется памятью последовательности. В (2.14) без потери общности можно положить $c=0$. Тогда рекуррентное правило запишется в виде

$$c_0 a_k = c_1 a_{k-1} + c_2 a_{k-2} + \ldots + c_m a_{k-m}. \quad (2.15)$$

Из этого выражения следует, что устройство, вырабатывающее линейную двоичную последовательность, должно в каждый тактовый момент времени запоминать m последних символов $a_{k-1}, a_{k-2}, \ldots, a_{k-m}$ последовательности $\{a_k\}$ и складывать их по модулю 2 с весами $c_1, c_2, \ldots, c_m$, задаваемыми правилом кодирования. Корреляционные и спектральные свойства линейных кодовых последовательностей изучены достаточно хорошо и широко изложены в литературе [19, 91]. Линейные кодовые последовательности, обладающие рядом замечательных свойств, имеют и существенный недостаток, заключающийся в их низкой структурной скрытности. Так, для раскрытия структуры линейного кода достаточно безошибочно принять $2m$ следующих подряд элементов. Более высокую структурную скрытность имеют нелинейные последовательности, воспроизведение структуры которых невозможно в линейных генераторах. Рассмотрим один из видов нелинейных последовательностей, построенных на основе полных кодовых колец.

Нелинейные последовательности. Нелинейные кодовые последовательности, формируемые регистром сдвига с нелинейными обратными связями, открыты Гудом [99]. Нелинейные рекуррентные последовательности с периодом 2^m получили название полных кодовых колец.

Полные кодовые кольца замечательны тем, что на их основе можно сформировать ансамбль биортогональных последовательностей, применяемых при многопозиционном кодировании информации, а также ортогональных сигналов для синхронных систем связи с кодовым разделением каналов. В настоящее время известны несколько типов биортогональных последовательностей. Это последовательности Рида—Мюллера, Диджилок, Стиффлера [91], в основу которых положены последовательности из матриц Адамара и специальные видоизменяющие последовательности, найденные на ЦЭВМ и обеспечивающие оптимизацию АКФ и ВКФ. Однако ансамбль этих последовательностей ограничен. Число же биортогональных ансамблей, которые можно получить

на основе полных кодовых колец, является настолько большим, что любые потребности практики в таких ансамблях могут быть удовлетворены.

Генерирование нелинейных кодовых последовательностей. Нелинейные последовательности могут быть получены на регистре сдвига с нелинейными обратными связями [98]. Наибольшее применение нашли последовательности, удовлетворяющие соотношению $a_k = f(a_{k-1}, a_{k-2}, ..., a_{k-m})$, где a_k—k-й член последовательности; $f(\cdot)$—нелинейная булева функция. В частном случае функцию $f(\cdot)$ можно представить в следующем виде:

$$f(a_1, a_2, \ldots, a_m) = f'(a_1, a_2, \ldots, a_m) \oplus \oplus \bar{a}_2\bar{a}_3, \ldots, a_m, \qquad (2.16)$$

где $f'(\cdot)$—функция обратной связи регистра сдвига, вырабатывающего M-последовательность.

На рис. 2.4 приведена схема четырехразрядного генератора последовательности, являющейся полным кодовым кольцом. Линейная обратная связь обеспечивается сложением по модулю 2 выходов разрядов 3 и 4 регистра сдвига, формирующего M-последовательность. Особенностью линейного генератора является недопустимость нахождения всех его разрядов в нулевом состоянии, поэтому в M-последовательности отсутствует комбинация из m (в данном случае из четырех) нулей. Нелинейная обратная связь организуется схемой И, подключенной к единичным выходам первых трех регистров сдвига. Выход схемы И складывается по модулю 2 с выходом линейной обратной связи. Нелинейная обратная связь допускает нахождение всех разрядов регистра в нулевом состоянии и обеспечивает выход генератора из него. В вырабатываемой регистром последовательности обязательно присутствует комбинация из m нулей. Таким образом, M-последовательность трансформируется в полное кодовое кольцо. Де-Брейн показал [96], что число последовательностей с периодом 2^m равно

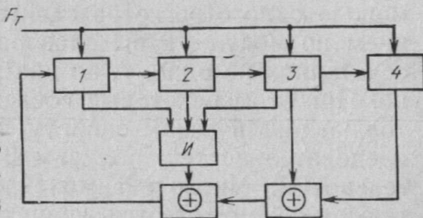


Рис. 2.4

$$n = 2^{2^{m-1}-m}. \qquad (2.17)$$

В табл. 2.2 дано сравнение числа полных кодовых колец и M-последовательностей. Данные таблицы свидетельствуют о том, что при $m>4$ число нелинейных последовательностей значительно превышает число M-последовательностей.

Таблица 2.2

Разрядность регистра m	8	4	5	6	7
Число полных кодовых колец	2	2^4	2^{11}	2^{26}	2^{57}
Число M-последовательностей	2	2	6	6	18

Объем ансамблей ортогональных и производных нелинейных последовательностей. Ансамбль из 2^m-1 ортогональных последовательностей, формируемых с помощью одного регистра сдвига, можно получить сложением по модулю 2 выходов разрядов регистра в любых сочетаниях по одному, по два и далее до m включительно. При этом некоторые последовательности отличаются только циклическим сдвигом. Исключив часть таких последовательностей, получим 2^{m-1} различных последовательностей. Число ансамблей ортогональных последовательностей может быть значительно увеличено сложением по модулю 2 последовательностей ансамбля с нелинейной последовательностью другого регистра при всех возможных ее циклических сдвигах. Такие последовательности в дальнейшем называются нелинейными производными кодовыми последовательностями (НПКП). На двух регистрах можно сформировать 2^m ортогональных ансамблей и 2^{2m-1} различных последовательностей. Тогда общее число различных ансамблей ортогональных последовательностей $A_0=C^2{}_n2^m+n$, а количество различных последовательностей $N=(C^2{}_n2^m+n)2^{m-1}$. Используя (2.17), найдем окончательные выражения

$$A_0=2^{2^{m-1}-m}[(2^{2^{m-1}-m}-1)\,2^{m-1}+1]\simeq 2^{2^m-m+1}, \quad (2.18)$$

$$N=2^{2^{m-1}-1}[(2^{2^{m-1}-m}-1)\,2^{m-1}+1]\simeq 2^{2^m-2}. \quad (2.19)$$

Так, например, для $m=5$, получим $A_0=6{,}4\cdot10^7$, $N=10^9$.

Корреляционные свойства периодических нелинейных последовательностей. Корреляционные свойства полных кодовых колец частично рассматривались в

[27]. Однако привести более полное аналитическое исследование их корреляционных свойств не удается из-за отсутствия развитого математического аппарата для исследования свойств нелинейных последовательностей. В табл. 2.3 приведены результаты численного исследования корреляционных свойств нелинейных последовательностей с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье [16]. Кодовые последовательности формировались с использованием обратной связи, определяемой выражением (2.16). Оценивались математическое ожидание (M) и дисперсия (σ^2) модулей боковых выбросов, максимальное значение модуля боковых выбросов (U_{max}). Первая цифра для каждого параметра определяет статистические характеристики автокорреляционной функции (АКФ), вторая — характеристики взаимокорреляционной функции (ВКФ). Исследовались корреляционные функции (КФ) полных кодовых колец из 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 элементов, а НПКП—из 16, 32, 64, 128 элементов. Корреляционные свойства последовательностей оценивались как внутри ансамбля, так и между ансамблями. Статистические характеристики КФ для разных длин последовательностей аппроксимировались выражениями: $M=\alpha/\sqrt{L}$; $\sigma=\beta/\sqrt{L}$; $U_{max}=\gamma/\sqrt{L}$, где L — длина последовательности, а α, β, γ находились по методу наименьших квадратов. Кроме того, в таблице приведены оценки точности вычисления статистических характеристик КФ (дисперсии оценок).

Для сравнения в последнем столбце таблицы приведены характеристики КФ последовательностей Голда, вычисленные таким же образом. Из сравнения данных табл. 2.3 следует, что M и σ^2 последовательностей Голда и нелинейных производных кодовых последовательностей примерно одинаковы и в 1,5—2 раза превышают соответствующие характеристики КФ полных кодовых колец. Значение U_{max} НПКП в 1,4 раза больше, чем у последовательностей Голда и полных кодовых колец. Следует отметить, что внутри ансамбля полных кодовых колец некоторые последовательности очень сильно коррелируют между собой, однако это не является препятствием для применения ансамбля полных кодовых колец при многоосновном кодировании информации. НПКП, не уступающие по своим корреляционным свойствам последовательностям Голда, применимы как в асинхронных, так и в синхронных системах связи.

Таблица 2.3

Параметры ФК	Тип последовательности			
	полные кодовые кольца	НПКП	ВКФ между ансамблями НПКП	последовательности Голда
$M\sqrt{L}$	0,43 0,48	0,75 0,73	— 0,79	0,75 0,74
$D_{м}$	$0,78\cdot10^{-6}$ $0,79\cdot10^{-6}$	$0,35\cdot10^{-3}$ $0,18\cdot10^{-3}$	— $0,11\cdot10^{-3}$	$0,39\cdot10^{-4}$ $0,25\cdot10^{-4}$
$\sigma^2 L$	0,15 0,08	0,32 0,36	— 0,40	0,31 0,44
D_{σ^2}	$0,11\cdot10^{-6}$ $0,21\cdot10^{-6}$	$0,37\cdot10^{-3}$ $0,12\cdot10^{-4}$	— $0,93\cdot10^{-4}$	$0,46\cdot10^{-4}$ $0,36\cdot10^{-4}$
$U_{max}\sqrt{L}$	1,5	2,16 2,22	— 2,18	1,52 1,52
$D_{U\,max}$	$0,15\cdot10^{-3}$ —	$0,30\cdot10^{-2}$ $0,18\cdot10^{-1}$	— $0,14\cdot10^{-1}$	$0,21\cdot10^{-2}$ $0,54\cdot10^{-5}$

Таблица 2.4

№ п/п	Метод формирования (сложение разрядов регистра)	Последовательности $\{a_k\}$
1	1	1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0
2	2	0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1
3	3	1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0
4	4	0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1
5	1⊕2	1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1
6	1⊕3	0 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0
7	1⊕4	1 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 1
8	2⊕3	1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1
9	2⊕4	0 0 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 1 0
10	3⊕4	1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1
11	1⊕2⊕3	0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1
12	1⊕2⊕4	1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0
13	1⊕3⊕4	0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 1
14	2⊕3⊕4	1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0
15	1⊕2⊕3⊕4	0 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0
16		0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
17	1′	0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1
18	1′⊕1	1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1
19	1′⊕1⊕2	1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0

Продемонстрируем свойства нелинейных последовательностей на конкретном примере. В табл. 2.4 представлены последовательности, генерируемые четырехразрядным регистром сдвига, схема которого приведена на рис. 2.4.

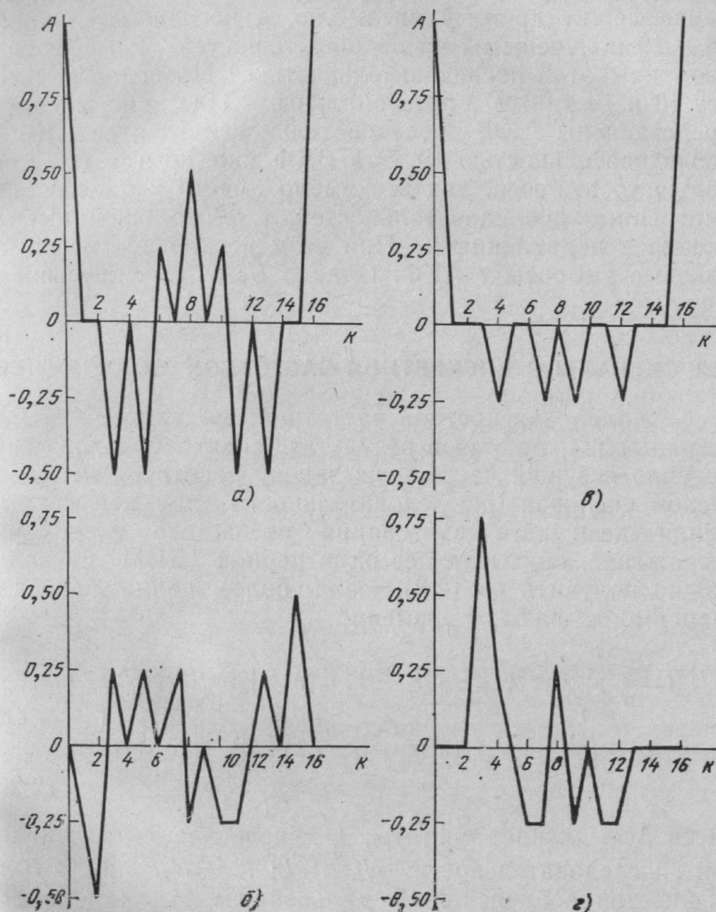


Рис. 2.5

Во второй колонке таблицы указан метод получения последовательностей. Попарным сравнением последовательностей 1—16 можно убедиться, что все они ортогональны. АКФ последовательности 1 и ВКФ последовательностей 1 и 5 приведены на рис. 2.5,*а* и *б*. Отметим, что ВКФ имеет достаточно большой выброс. Как отме-

чалось выше, можно получить новый ансамбль ортогональных сигналов, если каждую последовательность первого ансамбля сложить по модулю 2 с любой последовательностью другого. Последовательность 17 в табл. 2.4 принадлежит другому ансамблю, а последовательности 18 и 19 получены из последовательностей 1 и 5 сложением их с этой последовательностью. Последовательности 18 и 19 также ортогональны. На рис. 2.5,*в* и *г* представлены АКФ последовательности 18 и ее ВКФ с последовательностью 19. Эта ВКФ уже не имеет столь большого выброса, как это имело место у ранее рассмотренных последовательностей, т. е. большой выброс оказался подавленным. При этом несколько возросли боковые выбросы у АКФ. Однако $U_{\max}$ не превышает $2{,}22/\sqrt{L}$.

2.3. СИГНАЛЫ С ДИСКРЕТНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Сигналы с дискретной частотной модуляцией (ДЧМ сигналы) получаются в результате скачкообразного изменения несущей частоты по закону некоторой периодической числовой последовательности при неизменных амплитуде и шаге квантования по частоте и времени. Выражение, описывающее один период ДЧМ сигнала, можно получить из (2.8), если более полно записать зависимость фазы от времени:

$$U(t)=\sum_{k=1}^{L} A_{\text{c}}\operatorname{rect}[t-(k-1)\tau_{\text{и}}]\exp\{\text{j}[\omega_0(t-(k-1)\tau_{\text{и}})+ +\theta_0+(N_k-N_n)\Delta\omega\ (t-(k-1)\tau_{\text{и}})]\}\ \text{при}\ 0\leqslant t\leqslant L\tau_{\text{и}}. \qquad (2.20)$$

Здесь $\Delta\omega$—дискрет частоты; L—число элементов числовой последовательности; $N_k\in\overline{1, L}$; $N_s=N_m$ при $s\neq m$; N_n—постоянное число. В дальнейшем будем полагать $N_n=(L+1)/2$, что приводит к симметричному расположению спектра сигнала относительно несущей частоты ω_0. Возможны различные способы формирования числовой последовательности N_k и модулирующей функции в целом. Одна из приемлемых схем синтезатора ДЧМ сигнала представлена на рис. 2.6.

Генератор тактовой частоты (ГТЧ) вырабатывает сигнал с тактовой частотой $\omega_{\text{т}}$, задающей частоту тактов генератора числовой последовательности (ГЧП), кото-

рый может быть выполнен на основе регистра сдвига с обратной связью. Генератор сетки частот (ГСЧ) вырабатывает сетку гармонических сигналов с частотами $\omega_0+(N_1-N_n)\Delta\omega$; $\omega_0+(N_2-N_n)\Delta\omega$ ..., где ω_0 и $\Delta\omega$ формируется из частоты $\omega_т$. Цифровой коммутатор (ЦК) ставит в соответствие каждому числу N_k заранее определенный сигнал сетки частот и только этот сигнал пропускает на выход. Для того чтобы получить фазу выходного сигнала

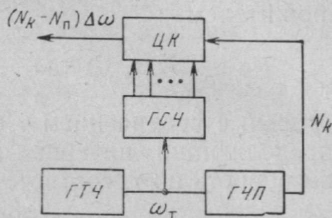


Рис. 2.6

$$\Theta(t)=\int[(N_k-N_n)\Delta\omega+\omega_0]\,dt \tag{2.21}$$

без скачков в моменты переключений, необходимо осуществлять переключение частот в непрерывном режиме, т. е. формировать сетку частот от той же опорной частоты $\omega_т$, которая синхронизирует ГЧП. В этом случае, если $\omega_0=m\omega_т$; $\Delta\omega=l\omega_т$ и m, l—целые числа, то $\omega_0\tau_и$ и $\Delta\omega\tau_и$ — кратны 2π и выражение (2.20) приводится к виду

$$U(t)=\sum_{k=1}^{L} A_с\,\mathrm{rect}\,[t-(k-1)\,\tau_и]\exp[\mathrm{j}(\omega_0 t+\Theta_0+ + (N_k-N_n)\,\Delta\omega t]. \tag{2.22}$$

Характеристика функции неопределенности ДЧМ сигнала. Для сигнала (2.22) в [74] получено общее выражение ФН и осуществлен ее подробный анализ. Приведем результаты этого анализа для двух главных сечений. Так, для $\tau=0$ будем иметь

$$\mathrm{X}(0,\ f)=\frac{\sin L\tau_и\pi f}{L\tau_и\pi f}\exp[-\mathrm{j}L\tau_и\pi f]. \tag{2.23}$$

Следовательно, функция $\mathrm{X}(0,\ f)$ не имеет каких-либо особенностей, зависящих от формы модулирующей функции и совпадает с аналогичной функцией радиоимпульса постоянной частоты и длительности $\tau_и$. При $f=0$ вблизи главного пика, т. е. при $0\leqslant\varepsilon\leqslant\tau_и$ имеем

$$\mathrm{X}(\tau,\ 0)=\left(1-\frac{\varepsilon'}{\tau_и}\right)\frac{\sin L\Delta\omega\varepsilon'/2}{L\sin\Delta\omega\varepsilon'/2}\exp\left[-\frac{\mathrm{j}\Delta\omega\varepsilon'}{2}\right]+ + \frac{2}{L}\sum_{i=2}^{L}\frac{\sin[(N_i-N_{i-1})\Delta\omega\varepsilon'/2]}{(N_i-N_{i-1})\,\Delta\omega\tau_и}\exp\times$$

3*

$$\times \left\{ j \left[\frac{\varepsilon'}{2} (N_i - N_{i-1}) \Delta\omega + (N_{i-1} - N_n) \Delta\omega (\varepsilon' - \tau_и) \right] \right\}. \quad (2.24)$$

Анализ формулы показывает, что при малых $\tau = \varepsilon'$ функция $X(\tau, 0)$ определяется в основном первым сомножителем

$$X(\tau, 0) \approx (1 - \tau/\tau_и) \frac{\sin L\Delta\omega\tau/2}{L\Delta\omega\tau/2}, \quad (2.25)$$

который с увеличением τ быстро затухает. Первый нуль, определяющий интервал корреляции или разрешающую способность по τ, соответствует задержке

$$\tau = 2\pi/(L\Delta\omega), \quad (2.26)$$

и определяется значением L и дискретом частоты. Введем параметр

$$D' = \Delta f \tau_и = (1/2\pi)(\Delta\omega\tau_и). \quad (2.27)$$

Тогда $\Delta\omega = D'(2\pi/\tau_и)$. При $D' = 1$, когда обеспечивается условие ортогональности для каждого простого сигнала, входящего в сложный ДЧМ сигнал, из (2.26) имеем

$$\tau = \tau_и/L. \quad (2.28)$$

Следовательно, для $\tau < \tau_и$ через задержку $\tau = \tau_и/L$ (т. е. в L точках) обеспечивается нулевое значение автокорреляционной функции (АКФ). При $D' = 1$ вблизи главных значений $X(\tau, 0)$ имеют место остатки, не превышающие $0{,}2X(0, 0)$. Эти остатки обусловлены множителем $\sin z/z$ и не зависят от вида последовательности $\{N_k\}$. Однако АКФ для больших расстроек по ε' зависит от вида числовой последовательности, что следует из (2.24).

База сигнала и критерии оптимальности. Полосу частот, занимаемую ДЧМ сигналом, можно определить как

$$2F = L\Delta f = LD'/\tau_и. \quad (2.29)$$

База сигнала длительностью $L\tau_и$ равна

$$B = 2FT = L^2 D'. \quad (2.30)$$

Важнейшие характеристики ДЧМ сигнала такие, как точность оценки запаздывания и частоты, разрешающая способность и высота боковых пиков, зависят от законов формирования числовых последовательностей $\{N_k\}$. Поэтому синтез числовых последовательностей проводят обычно исходя из двух критериев: 1) обеспечивающего наивысшую точность совместного измерения параметров τ и f и сводящегося к минимизации коэффициента час-

тотно-временной связи, 2) обеспечивающего минимум боковых лепестков. Эти критерии являются полезными в системах измерения параметров движения и синхронизации. Для адресных систем большое значение имеет также оптимизация ансамбля ДЧМ сигналов, сводящаяся к нахождению сигналов с заданными взаимокорреляционными свойствами.

Рассмотрим вопросы оптимизации ДЧМ сигналов более подробно.

КОЭФФИЦИЕНТ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ СВЯЗИ

В общем случае коэффициент частотно-временной связи записывается как

$$\rho = \frac{-\ddot{X}_{\tau f}(\tau, f)|_{\tau=0, f=0}}{F_{эф}T_{эф}} = \frac{\pi}{EF_{эф}T_{эф}} \int_{-T/2}^{T/2} t\dot{\Psi}(t)\,|S(t)|^2\,dt, \quad (2.31)$$

где $\dot{\Psi}(\cdot)$—производная от функции фазовой модуляции сигнала; $S(t)$—комплексная огибающая сигнала. У рассмотренных сигналов с фазовой манипуляцией набег частоты сигнала за период T отсутствовал ($\dot{\Psi}(t)=0$) и поэтому $\rho=0$.

В сигналах с частотной манипуляцией в общем случае $\dot{\Psi}(t)\neq0$ и значение коэффициента ρ будет определяться законом частотной манипуляции и базой сигнала. При этом значение коэффициента частотно-временной связи сигналов с дискретной частотной модуляцией (ДЧМ сигналов) может быть любым в диапазоне $-1\leqslant\rho\leqslant1$. При $\rho\to1$, как следует из (2.4), совместные оценки частоты и запаздывания характеризуются большими ошибками. Поэтому задача минимизации коэффициента ρ представляется актуальной. Выразим ρ через параметры сигнала с комплексной огибающей (2.22). Нетрудно найти, что

$$|S(t)|^2 = A_c^2 \sum_{k=1}^{L} \mathrm{rect}\,[t-(k-1)\,\tau_и];$$

$$\dot{\Psi}(t)=2\pi(N_k-N_n)\,\Delta f;\; E=0{,}5A^2{}_cT. \quad (2.32)$$

При этом (3.31) приводится к виду [65]

$$\rho = \frac{2\pi}{TF_эT_э} \int_{-T/2}^{T/2} t2\pi\Delta t \sum_{k=1}^{L} (N_k-N_n)\,\mathrm{rect}\,[t-(k-1)\,\tau_и]\,dt =$$

$$=\frac{4\pi^2\Delta f}{TF_э T_э}\sum_{k-1}^{L}(N_k-N_n)\int\limits_{(k-(L+2)/2)\tau_и}^{(k-L/2)\tau_и} tdt=$$

$$=\frac{4\pi^2 D'}{LT_э F_э}\left[\sum_{k=1}^{L} kN_k-\frac{L(L+1)^2}{4}\right]. \qquad (2.33)$$

При выводе (2.33) учтено, что $N_n=(L+1)/2$, $D=\Delta f\tau_и$,

$$T=L\tau_и,\ \sum_{k=1}^{L} N_k=\sum_{k=1}^{L} k=L(L+1)/2.$$

Из рассмотрения (2.33) следует, что значение ρ для ДЧМ сигнала зависит от порядка следования чисел N_k, т. е. от вида числовой последовательности $\{N_k\}$. При различных циклических перестановках последовательности $\{N_k\}$ значение ρ будет меняться. Эти особенности коэффициента ρ проявляются по-разному в различных случаях использования ДЧМ сигналов. Первый случай соответствует оценке τ и f по кодовому импульсу с фиксированной структурой, а второй — оценке этих же параметров по импульсу, содержащему один или несколько периодов кодовой последовательности, выбираемых произвольно из непрерывного периодического ДЧМ сигнала.

Импульсный ДЧМ сигнал с фиксированной структурой. Максимальное значение ρ имеет место для сигнала с нарастающей и спадающей линейно-ступенчатой ЧМ, т. е. при

$$\{N_k\}=k,\ \{N_k\}=L-k+1. \qquad (2.34)$$

Для сигнала с прямоугольной огибающей имеем

$$F^2_{эф}=\pi^2 L^2\Delta f^2/3;\ T^2_{эф}=\pi^2 T^2/3, \qquad (2.35)$$

что позволяет преобразовать (2.33) к виду

$$\rho=(12/L^3)\left[\sum_{k=1}^{L} kN_k-L(L+1)^2/4\right]. \qquad (2.36)$$

Для (2.34) из (2.36) получим соответственно

$$\rho=(L^2-1)/L^2;\ \rho=-(L^2-1)/L^2. \qquad (2.37)$$

Полагая $\rho=0$, из (2.36) найдем условие формирования псевдочетных числовых последовательностей

$$\sum_{k=1}^{L} kN_k=L(L+1)^2/4. \qquad (2.38)$$

Для псевдочетных последовательностей из (2.4) получим

$$\sigma^2_{\tau\,\min}=1/(qF^2_{эф});\ \sigma^2_{f\,\min}=1/(qT^2_{эф}). \qquad (2.39)$$

Импульсный ДЧМ сигнал со случайной структурой. По случайной равновероятной выборке из повторяющейся кодовой последовательности импульса длиной в iL элементов, где i — целое число, коэффициент ρ будет меняться от выборки к выборке, а следовательно, будут меняться и значения $\sigma^2{}_f$ и σ_τ^2, определяемые (2.4). В этом случае целесообразно оперировать средними за период кодовой последовательности значениями

$$<\sigma_\lambda^2> = \sigma_{\lambda\,\min}^2 <(1-\rho^2)^{-1}>. \qquad (2.40)$$

Угловые скобки означают усреднение по всем циклическим перестановкам. Очевидно, что наилучшими числовыми последовательностями будут такие, которые обеспечивают минимальное значение $<\cdot>$.

Рассмотрим эмпирически найденное правило формирования наилучших числовых последовательностей. Предварительно отметим, что весь класс рассматриваемых числовых последовательностей можно разбить на группы, для каждой из которых задана целочисленная величина ε и выполняется следующее правило их формирования [74, 76]:

$$|(N_k+N_{k+1})-(L+1)| \leqslant \varepsilon, \; k \in \overline{1,\ L}. \qquad (2.41)$$

При этом значения ε лежат в пределах от 1 до L—2, т. е. существует всего L—2 группы числовых последовательностей. Считается, что последовательность $\{N_k\}$ принадлежит к Q-й группе только тогда, когда при всех k хотя бы один раз (2.41) при $\varepsilon=Q$ обеспечивается знак равенства.

Для каждой из (L—2) групп значения $\langle 1/(1-\rho^2)\rangle$ в среднем растут с увеличением ε. Так, минимум $\langle 1/(1-\rho^2)\rangle$ или (2.40) обеспечивают последовательности первой группы ($\varepsilon=1$), максимум — последовательности L—2 группы, а последовательности остальных групп занимают промежуточное положение.

Построение последовательностей заданной группы по правилу (2.41) облегчается использование символического дерева, представленного на рис. 2.7 для последовательностей первой группы с $L=7$. Ветви дерева при $\varepsilon=1$ строятся так, чтобы сумма двух соседних цифр последовательности отличалась от ($L+1$) не более чем на единицу. Ветви дерева, не обеспечивающие реализацию алгоритма (2.41), ограничены элементами последовательности в прямоугольных рамках. Две ветви дерева, определяющие последовательности первой группы, отмечены кружками.

Минимизация боковых лепестков ФН. Воспользуемся изложенной в [18] теорией минимизации боковых

лепестков функции неопределенности в характерных точках. Представим безразмерное временное смещение $x=\tau/\tau_и$ в виде $x=\gamma+\varepsilon$, где $\gamma=$entier — ближайшее целое число, меньшее (равное) x, а $0\leqslant\varepsilon<1$. Аналогично безразмерный частотный сдвиг $y=\Omega/\Delta\omega$ представим как $y=\nu+\xi$, где $\nu=$entier(y), $0\leqslant\xi<1$. Определим ФН в характерных точках, которые по оси τ кратны $\tau_и$, а по

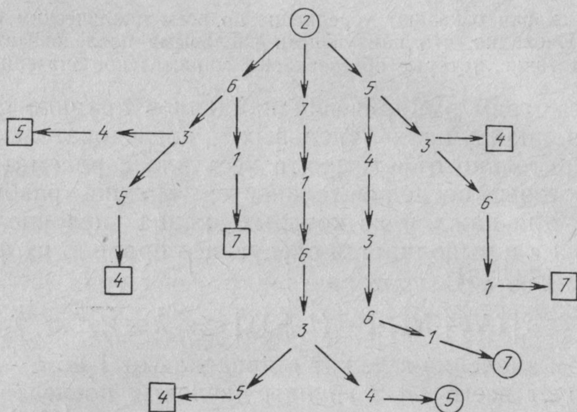


Рис. 2.7

оси Ω кратны $\Delta\omega$. Сразу же укажем на то, что анализ ФН в этих точках не дает ее исчерпывающей характеристики, так как берутся точки, отстоящие друг от друга на интервалы, бо́льшие интервалов корреляции. Тем не менее анализ ФН в узловых точках является полезным, так как позволяет найти последовательности с наименьшим уровнем боковых лепестков в этих точках и тем самым ограничить число последовательностей, подлежащих наиболее полной оценке.

В этих узловых точках $x=\gamma$; $y=\nu$ получим [74]

$$X(\gamma,\ \nu)=\frac{1}{L}\sum_{k=\gamma=1}^{L}\frac{\sin[\pi(N_k-N_{k-\gamma})+\nu]}{\pi[(N_k-N_{k-\gamma})+\nu]}\times$$

$$\times\exp\{[\pi(N_k-N_{k-\gamma})+\nu]\}. \qquad (2.42)$$

Не останавливаясь на достаточно громоздком анализе ФН (2.42), который можно найти в [18, 74], дадим практически удобное правило оценки боковых лепестков. Запишем ФН в выбранных точках в виде

$$X(\gamma,\ \nu)=\Lambda(\gamma,\ \nu)/L. \qquad (2.43)$$

Оптимизация ФН ДЧМ сигнала сводится к выбору последовательностей $\{N_k\}$, для которых обеспечивается $\Lambda(\gamma, \nu)=\min$ при любых значениях γ и ν, кроме $\gamma=\nu=0$.

Для оптимальных последовательностей $\Lambda(\gamma, \nu)\leqslant 1$, а следовательно, $X(\gamma, \nu)\leqslant 1/L$, т. е. боковые лепестки ФН не превосходят величины $1/L=1/\sqrt{B}$. Для оценки $\Lambda(\gamma, \nu)$ удобно пользоваться правилом, представленным в табл. 2.6 для последовательности $\{N_k\}=4, 3, 1, 6, 2, 5, 7$. Вначале заполняется первая строка третьего столбца (при $\gamma=1$; $\nu=N_{k-1}-N_k$). При этом $N_1-N_2=4-3=1$; $N_2-N_3=3-1=2$ и т. д. Затем заполняется вторая строка третьего столбца (при $\gamma=2$; $\nu=N_{k-2}-N_k$). При этом $N_1-N_3=3$; $N_2-N_4=-3$ и т. д. И так продолжается до шестой строки, когда из первого числа $\{N_k\}$ вычитается последнее. Теперь осталось лишь посмотреть, есть ли в каждой строке одинаковые по значению и знаку числа. Число повторений таких цифр дает величину $\Lambda(\gamma, \nu)$. Рассматривая таблицу, нетрудно убедиться, что в каждой строке определенные значения $(N_{k-\gamma}-N_k)$ встречаются лишь один раз, следовательно, $\Lambda(\gamma, \nu)=1$ и проанализированная числовая последовательность относится к оптимальным.

Таблица 2.6

γ	ν	$\{N_k\}=$ =4, 3, 1, 6, 2, 5, 7	Число повторений циклов $\Lambda(\gamma, \nu)$
1	$N_{k-1}-N_k$	1 2 −5 4 −3 −2	1
2	$N_{k-2}-N_k$	3 −3 −1 1 −5	1
3	$N_{k-3}-N_k$	−2 1 −4 −1	1
4	$N_{k-4}-N_k$	2 −2 −6	1
5	$N_{k-5}-N_k$	−1 −4	1
6	$N_{k-6}-N_k$	−3	1

ВЫБОР АНСАМБЛЯ СИГНАЛОВ

По аналогии (2.42) можно показать, что функция взаимной неопределенности двух ДЧМ сигналов равной энергии E и длительности T, содержащих одинаковое число элементов L и различающихся лишь порядком следования элементов $\{N_k\}$, в узловых точках имеет вид

$$X_{l,m}(\gamma, \nu)=\frac{1}{L}\sum_{k=\gamma=1}^{L}\frac{\sin\{\pi(N_k^{(l)}-N_{k-\gamma}^{(m)})+\nu\}}{\pi[(N_k^{(l)}-N_{k-\gamma}^{(m)})+\nu]}\times$$
$$\times\exp\{j\pi(N_k^{(l)}-N_{k-\gamma}^{(m)})+\nu\}, \qquad (2.44)$$

где $N_k^{(l)}$, $N_k^{(m)}$—числа из натурального ряда от 1 до L, входящие в модулирующие последовательности $\{N_k\}^{(l)}$, $\{N_k\}^{(m)}$, l и $m=1, 2, \ldots, M$—номера сигналов; M — ансамбль сигналов (алфавит). При изменении k от $\nu+1$

до L для фиксированных значений ν и γ значение функций взаимной неопределенности в узловых точках ν и γ, по аналогии с (2.43), равно $X_{l,m}(\gamma, \nu)=\Lambda_{l,m}(\gamma, \nu)/L$, где $\Lambda_{l,m}$—число совпадений одноименных элементов l-го и m-го сигналов.

Будем считать, что два ДЧМ сигнала будут оптимальными, если выполняется условие $X_{l,m}(\gamma, \nu)\leqslant 1/L$. Это условие оптимальности взаимокорреляционных свойств двух ДЧМ предполагает не более одного совпадения одноименных элементов их модулирующих последовательностей ($\Lambda_{l,m}\leqslant 1$) при любых взаимно-дискретных сдвигах по времени γ и по частоте ν. Такое условие характерно для асинхронных адресных систем связи. Можно предъявить в некоторых случаях и менее жесткое требование к оптимальности двух ДЧМ сигналов, допуская вполне ограниченное число совпадений (больше единицы), например только два совпадения $\Lambda_{l,m}\leqslant 2$. Условно назовем такие последовательности квазиоптимальными.

При условии $\nu=0$ оказывается возможным найти предельный (максимальный) объем алфавита ДЧМ сигналов с заданными взаимокорреляционными свойствами. Если задано L разноименных элементов, то максимальное число последовательностей, содержащих по L разноименных элементов, равно числу перестановок из L по L, т. е. $P^L{}_L=L!$ Число последовательностей, не являющихся результатом циклических перестановок других последовательностей, должно быть в L раз меньше $P^{L-1}{}_{L-1}=(L-1)!$ Следовательно, ансамбль ДЧМ сигналов оказывается весьма большим, что и определяет высокую структурную скрытность этих сигналов.

Выведем рекуррентные соотношения, позволяющие среди $(L-1)!$ последовательностей найти максимальное число последовательностей с заданным числом совпадений.

Пусть все интересующие нас последовательности одновременно совпадают только с одним элементом. Тогда оставшиеся $L-1$ элементов можно разместить несколькими способами, число которых не может быть больше числа сочетаний из $L-1$ по одному: ${}_LM_1\leqslant C^1{}_{L-1}=L-1$. Далее, если в каждой из последовательностей ${}_LM_1$ допустить одновременное совпадение еще одного элемента, то оставшиеся $L-2$ элемента можно разместить не более $C^1{}_{L-2}$ способами. Следовательно, общее число после-

довательностей с числом совпадений элементов не более двух должно быть ${}_L M_2 \leqslant C^1{}_{L-2} = (L-1)(L-2)$.

Обобщая полученные результаты, можно утверждать, что объем алфавита последовательностей из L элементов, обеспечивающих не более Λ совпадений одноименных элементов, не может быть больше:

$$ {}_L M_\Lambda \leqslant \prod_{k=1}^{\Lambda} C^1_{L-k} = \prod_{k=1}^{\Lambda} (L-k). \qquad (2.45)$$

В частности, при $\Lambda = L-1$ формула (2.45) трансформируется в

$$ {}_L M_{L-1} \leqslant \prod_{k=1}^{L-1} (L-k) = 1\cdot 2\cdot 3 \ldots (L-1) = (L-1)!$$

По формуле (2.45) можно определить предельные значения алфавита оптимальных ($\Lambda_{l,m} \leqslant 1$) и квазиоптимальных ($\Lambda_{l,m} \leqslant 2$) ДЧМ сигналов. При больших значениях базы ${}_L M_1 = L-1 = \sqrt{B}-1 \simeq \sqrt{B}$; ${}_L M_2 \simeq B$. Последнее означает, что объем алфавита оптимальных ДЧМ сигналов соизмерим с корнем квадратным из базы сигналов, а объем алфавита квазиоптимальных ДЧМ сигналов — с базой.

Если L — простое число, то можно построить $L-1$ последовательностей, имеющих при любых взаимных сдвигах попарно не более одного совпадения одноименных элементов, при условии, что кодовые расстояния (разности) между элементами одной последовательности постоянны ($l = \text{const}$), а совокупность кодовых расстояний для всех $L-1$ последовательностей составляет полную систему неотрицательных вычетов по простому модулю L:

$$N_k^{(l)} \equiv N_1^{(l)} + l(k-1) \quad (\mathrm{mod}\, L). \qquad (2.46)$$

Если задаться каким-либо одним элементом (N_k) k-й последовательности, то согласно (2.46) можно построить все $L-1$ последовательности. Условимся, что значение l будет определять и номер числовой последовательности.

В качестве примера покажем этапы построения алфавита оптимальных пятиэлементных ДЧМ сигналов ($\Lambda_{l,m} \leqslant 1$) в соответствии с (2.46). Пусть $N_1^{(1)} = N_1^{(2)} = N_1^{(3)} = N_1^{(4)} = 1$. Тогда получаем:

для $l=1$ (mod 5)
$N_2^{(1)} \equiv N_1^{(1)} + l \equiv 1+1 \equiv 2$,
$N_3^{(1)} \equiv N_1^{(1)} + l\cdot 2 \equiv 1+2 \equiv 3$,

для $l=2$ (mod 5)
$N_2^{(2)} \equiv N_1^{(2)} + 2 \equiv 1+2 \equiv 3$,
$N_3^{(2)} \equiv N_1^{(2)} + 2\cdot 2 \equiv 1+4 \equiv 5$,

$N_4^{(1)} \equiv N_1^{(1)} + l \cdot 3 \equiv 1 + 3 \equiv 4,$

$N_5^{(1)} \equiv N_1^{(1)} + l \cdot 4 \equiv 1 + 4 \equiv 5.$

$N_4^{(2)} \equiv N_1^{(2)} + 2 \cdot 3 \equiv 1 + 6 \equiv 2,$

$N_5^{(2)} \equiv N_1^{(2)} + 2 \cdot 4 \equiv 1 + 8 \equiv 4.$

для $l=3$ (mod 5)

$N_2^{(3)} \equiv N_1^{(3)} + 3 \equiv 4,$

$N_3^{(3)} \equiv N_1^{(3)} + 3 \cdot 2 \equiv 2,$

$N_4^{(3)} \equiv N_1^{(3)} + 3 \cdot 3 \equiv 5,$

$N_5^{(3)} \equiv N_1^{(3)} + 3 \cdot 4 \equiv 3.$

для $l=4$ (mod 5)

$N_2^{(4)} \equiv N_1^{(4)} + 4 \equiv 5,$

$N_3^{(4)} \equiv N_1^{(4)} + 4 \cdot 2 \equiv 4,$

$N_4^{(4)} \equiv N_1^{(4)} + 4 \cdot 3 \equiv 3,$

$N_5^{(4)} \equiv N_1^{(4)} + 4 \cdot 4 \equiv 2.$

Таким образом, последовательности алфавита оптимальных пятиэлементных ДЧМ сигналов записываются в виде $\{N_k\}^{(1)}=1, 2, 3, 4, 5$; $\{N_k\}^{(2)}=1, 3, 5, 2, 4$; $\{N_k\}^{(3)}=1, 4, 2, 5, 3$; $\{N_k\}^{(4)}=1, 5, 4, 3, 2$.

Оценка взаимной функции неопределенности (ВФН). Правило (2.46) обеспечивает получение заданного уровня взаимных помех лишь для точек, отстоящих друг от друга на величину $\tau_и$, в то время как интервал корреляции сигнала равен $\tau_и/2L$. Что касается свойств взаимной корреляционной функции (ВКФ) при дополнительных частотных расстройках, то они правилом (2.46) не оптимизируются. Для более полного исследования ВКФ ДЧМ сигналов необходимо иметь общее аналитическое выражение для взаимной функции неопределенности (ВФН) пары ДЧМ сигналов. Пользуясь методикой, изложенной в [74] для получения оценки функции неопределенности (ФН), и исключая промежуточные выкладки, окончательно для ВФН можно получить [70]

$$X_{l,k}(x, y) = \frac{1}{L}\left\{\sum_{i=\gamma+2}^{L} \frac{\sin \pi\varepsilon\,[(N_i^{(l)} - N_{i-\gamma-1}^{(k)}) + \nu + \xi]}{\pi\,[(N_i^{(l)} - N_{i-\gamma-1}^{(k)}) + \nu + \xi]} \times \right.$$

$$\times \exp j\pi\,[(N_i^{(l)} - N_{i-\gamma-1}^{(k)}) + \nu + \xi]\,\varepsilon +$$

$$+ [2(\varepsilon - 1)(N_{i-\gamma-1}^{(k)} - N_n) + 2(i-1)(\nu - \xi)] +$$

$$+ \sum_{i=\gamma+1}^{M} \frac{\sin \pi(1-\varepsilon)[(N_i^{(l)} - N_{i-\gamma}^{(k)}) + \nu + \xi]}{\pi\,[(N_i^{(l)} - N_{i-\gamma}^{(k)}) + \nu + \xi]} \times$$

$$\times \exp j\pi\,[(N_i^{(l)} - N_{i-\gamma}^{(k)}) + \nu + \xi]\,(1+\varepsilon) +$$

$$\left. + [2\varepsilon(N_{i-\gamma}^{(k)} - N_n) + 2(i-1)(\nu + \xi)]\right\}, \qquad (2.47)$$

$$x = \tau/\tau_и = \gamma + \varepsilon, \quad y = \Omega/\Delta\omega = \nu + \xi.$$

При $\nu=\xi=0$ формула (2.47) описывает взаимную корреляционную функцию. С целью оценки величины максимальных выбросов по формуле (2.47) на ЭВМ были рассчитаны ВКФ и ВФН систем с $L=5, 7, 11, 13, 19,$

29, 37, 51. Расчеты производились с временным шагом $\varepsilon=\tau_и/2L$ и шагом по частоте $\xi=\Delta\omega/4L$, что в два раза меньше интервала корреляции и исключало пропуски экстремальных значений ВКФ и ВФН. В результате установлено, что нижняя граница максимальных выбросов ВКФ и ВФН оценивается простыми соотношениями $\min|X_l(x, 0)|=1{,}3/\sqrt{B}$, $\min|X_{l,k}(x, y)|=1{,}7/\sqrt{B}$.

Гораздо больший интерес представляют оценки верхней границы максимальных выбросов, которые даны в табл. 2.7.

Таблица 2.7

L	$1/\sqrt{B}$	ВКФ	ВФН
		$\max|X_l(x)/\sqrt{B}|$	$\max|X_{l,k}(x, y)/\sqrt{B}|$
5	0,2	1,62	2,00
7	0,143	1,97	2,15
11	0,091	2,19	2,54
19	0,053	2,49	2,75
29	0,035	2,68	3,02
37	0,027	2,83	3,19
51	0,020	3,05	3,37

Расчеты по формуле (2.47) при больших L громоздки и требуют большого количества машинного времени. Поэтому целесообразно иметь аналитические зависимости для выбросов ВКФ и ВФН. Анализ амплитудной и фазовой структур разностных дискретов $N_i^{(l)}-N_j^{(k)}$ позволил в совокупности с результатами расчета по (2.47) получить выражения, определяющие верхнюю границу выбросов модулей ВКФ и ВФН при любом простом L:

$$\max|X_l(x, 0)|=\frac{1}{L}\left[1+\left(\frac{4}{\pi}\sum_{k-1}^{(L-1)/2}\frac{1}{k}\right)^2\right]^{1/2}$$

по k — нечетным,

$$\max|X_{l,k}(x, y)|=\frac{1}{L}\,\frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{L}\frac{1}{k}$$

по k — нечетным и $L\geqslant19$.

Замечено, что максимальное значение выброса ВКФ дают два соседних по номеру сигнала, расположенных в

середине принятой нумерации. Кроме того, наименьшие выбросы ВКФ наблюдаются для номеров далеко отстоящих друг от друга, а также крайних номеров. Очевидно, что эти закономерности позволят более рационально назначать сигналы в АС.

Таким образом, максимальные значения модуля ВФН ДЧМ сигналов, формируемых в соответствии с правилом (2.46), в 1,6—3,2 раза превышают уровень в узловых точках, равный $1/L$. Однако взаимокорреляционные свойства ДЧМ сигналов остаются лучше, чем аналогичные свойства ФМ сигналов, составленных из M-последовательностей, для которых максимальные значения ВФН заключены в диапазоне $(1{,}8—5{,}0)/\sqrt{B}$.

2.4. СИГНАЛЫ С ЧАСТОТНО-ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ

Сигналы, полученные в результате манипуляции несущей одновременно по частоте и фазе (ЧФМ сигналы), могут рассматриваться как результат дальнейшего развития ФМ и ДЧМ сигналов [74]. Интерес к ЧФМ сигналам объясняется несколькими причинами. Основные из них: возможность построения больших ансамблей ортогональных сигналов с повышенной структурной скрытностью, относительная простота получения больших значений базы сигнала, возможность перекрыть большие диапазоны частот при наличии синтезаторов сигнала, работающих на сравнительно низких тактовых частотах, возможность раздельного выбора законов модуляции фазы и частоты с целью построения сигналов с заданными корреляционными свойствами.

Рассмотрим построение ЧФМ сигнала, период которого включает L радиоимпульсов длительностью T_0, с относительным частотным смещением каждого такого импульса на величину $N_i\Delta f$ и внутриимпульсной фазовой манипуляцией по закону двоичной последовательности. Возможны три вида модуляции двоичной последовательностью: 1) когда каждый частотный элемент включает период одной и той же фазовой последовательности, 2) когда каждый частотный элемент включает разные фазовые последовательности, 3) когда частотная составляющая включает сегмент фазовой последовательности. В дальнейшем вид сигнала при анализе будет уточняться. Комплексная огибающая ЧФМ сигнала может быть представлена в виде

$$S(t)=\sum_{i=1}^{L}\sum_{k=1}^{M} a^i_k \operatorname{rect}[t-(k-1)\tau_и-M(i-1)\tau_и]\exp\{j(N_i-$$

$$-N_n)\Delta\omega[t-\tau_и(k-1)-T_0(i-1)]\}. \qquad (2.48)$$

Структурная схема синтезатора ЧФМ сигнала изображена на рис. 2.8 (где ГСЧ — генератор сетки частот, ЦК — цифровой коммутатор, ГЧП — генератор числовой последовательности, РС — регистр сдвига, формирующий фазовый код, ТГ — тактовый генератор, *1* — фазовый выход, *2* — частотный выход).

Длительность, ширина спектра и база сигнала могут быть определены как

$$T = ML\tau_и;\ F = (1/\tau_и)\,[1 + D'(L-1)];$$

$$B = 2FT = 2ML\,[1 + D'(L-1)], \qquad (2.49)$$

где $D' = \Delta f \tau_и$. Частными случаями сигнала (2.48) являются ДЧМ сигнал при $M=1$ и ФМ сигнал при $L=1$.

Заметим, что при заданной $\tau_и$, определяемой быстродействием цифровых синтезаторов кода, увеличение базы ЧФМ сигнала легко может быть достигнуто как за счет увеличения длительности сигнала (как для ФМ сигнала), так и за счет увеличения его полосы (как для ДЧМ сигнала). Это обеспечивает возможность построения ансамблей ЧФМ сигналов с большим значением базы, получение которых при ФМ и ДЧМ сигналах может представлять технические трудности.

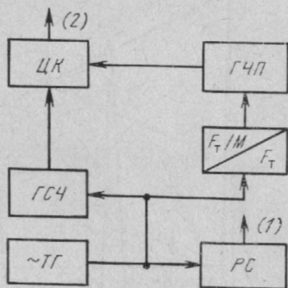


Рис. 2.8

Анализ функции неопределенности (ФН) ЧФМ сигнала достаточно сложен, причем аналитические значения выбросов ФН могут быть получены (как и для ДЧМ сигнала) только в дискретных точках

$$p = \text{entier}\,[\tau/M\tau_и];\quad \gamma = \text{entier}\,[\tau/\tau_и] -$$

$$- pM;\ \eta = \text{entier}\,[\Omega/\Delta\omega].$$

Подробный анализ ФН ЧФМ сигналов проводится в [39, 41, 74], здесь же остановимся на основных его результатах. Для узловых точек с координатами p, η для фазовой последовательности первого вида имеем $\mathrm{X}(p,\ \eta) = \Lambda_p/L$. Величина Λ_p определяется видом числовой последовательности $\{N_i\}$, задающей закон изменения частоты. Правила построения оптимальных последовательностей, для которых $\Lambda_{p\max} \leqslant 1$, совпадают с правилом, рассмотренным для ДЧМ сигналов (§ 2.3).

В точках, кратных по задержке $\tau/\tau_и$ (рассматриваем ЧФМ сигнал с оптимальной числовой последователь-

ностью N_i), минимальные значения ФН будут тогда, когда бинарный код, манипулирующий фазу, имеет минимальные остатки. Таким требованиям в наибольшей мере удовлетворяют коды Баркера и минимаксные M-последовательности.

Таким образом, оптимизация функции неопределенности ЧФМ сигнала сводится к раздельной оптимизации числовой последовательности (аналогично ДЧМ сигналу) и фазовой последовательности (аналогично ФМ сигналу).

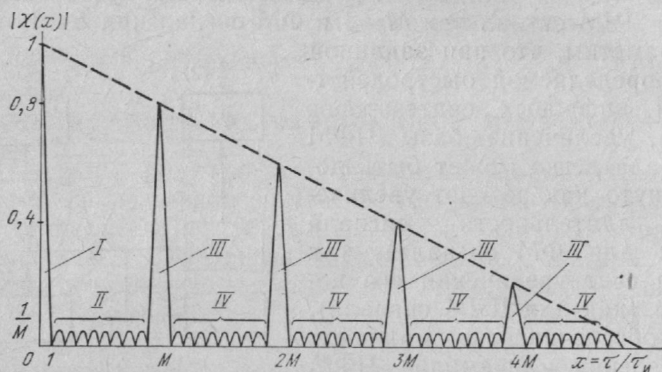


Рис. 2.9

Корреляционная функция (КФ). КФ ЧФМ сигнала при произвольных значениях задержки подробно анализируется в работах [41, 42]. Для анализа КФ в области задержки $0 \leqslant \tau \leqslant LM\tau_и$ без применения громоздких выражений удобно выделить четыре характерные зоны, каждая из которых включает следующие диапазоны задержек:

Зона I — $0 \leqslant \tau < \tau_и$;

Зона II — $\tau_и \leqslant \tau < (M-1)\tau_и$;

Зона III — $p(M-1)\tau_и \leqslant \tau < p(M+1)\tau_и$;

Зона IV — $p(M+1)\tau_и \leqslant \tau < (p+1)(M-1)\tau_и$,

$p=1, 2, ..., L-1$.

Сущность деления на зоны поясняет рис. 2.9, на котором представлена КФ сигнала с первым видом функции, манипулирующей фазу, при $D'=0$. В этом случае (2.48) переходит в сигнал, состоящий из L периодов ФМ сигнала. КФ такого сигнала характеризуется наличием значительных боковых пиков в зоне III (рис. 2.9), а уровень боковых лепестков в зонах II и IV не превыша-

ет $1/M$. Проанализируем КФ ЧФМ сигнала при $D' \neq 0$ Предварительно заметим, что наименьшее значение боковых лепестков АКФ будет для последовательностей $\{N_i\}$, у которых минимальное значение ρ [74]. Следовательно, для ЧФМ сигнала (как и для ДЧМ сигнала) оптимизация по ρ весьма актуальна.

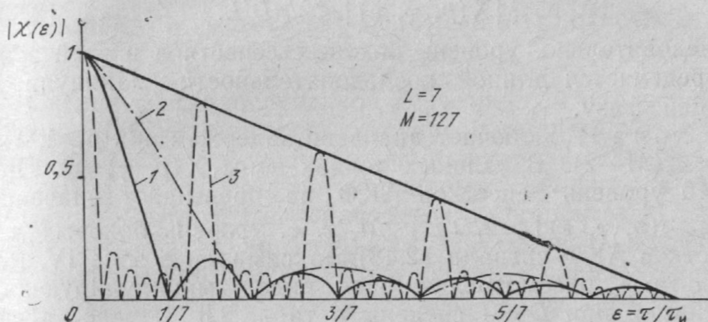


Рис. 2.10

Зона I. Можно получить, что при $p=0$ и $\gamma=0$ с погрешностью, не превышающей $2/(\pi D'L)$

$$X(\varepsilon)=(1-\varepsilon)\frac{\sin \pi D'L\varepsilon}{L\sin \pi D'\varepsilon}, \tag{2.50}$$

где $\varepsilon=\dfrac{\tau}{\tau_и}$ при $\tau \leqslant \tau_и$.

На рис. 2.10 представлена зависимость (2.50) при некоторых значениях D'. Характерной особенностью КФ в зоне I является, во-первых, независимость ее структуры от манипулирующих частоту и фазу последовательностей, и, во-вторых, появление при $D'>1$ значительных боковых выбросов. При $D'=1$ зависимость (2.50) близка к $\sin x/x$.

Зона II. Наиболее характерны для зоны II точки при $\varepsilon=0$, для которых АКФ определяется только усеченным фазоманипулированным сигналом. В этих точках

$$|X_{\max}(\gamma)|\simeq 1/\sqrt{M};\ \gamma<M-1. \tag{2.51}$$

Вне узловых точек

$$|X_{\max}(\gamma,\varepsilon)|\simeq 1/L\sqrt{M};\ \varepsilon\neq 0,\ \gamma<M-1. \tag{2.52}$$

Следовательно, максимальный уровень боковых лепестков АКФ в этой зоне определяется корреляционными свойствами усеченной до периода последовательности, модулирующей фазу, и характеризуется оценкой (2.51).

Зона III является характерной особенностью сигнала с первым видом функции, манипулирующей фазу. Для этой зоны справедлива оценка

$$|X(p,\ \gamma,\ \varepsilon)| \leqslant 2/\pi D'L. \tag{2.53}$$

Следовательно, уровень боковых лепестков в этой зоне определяется длиной последовательности, манипулирующей фазу.

Зона IV включает диапазон задержек при $p \geqslant 1$, $1 \leqslant \gamma \leqslant (M-2)$. В узловых точках зоны $X(p,\ \gamma)=0$. При $\varepsilon \neq 0$ уровень лепестков АКФ не превышает значения $|X_{max}(p,\ \gamma,\ \varepsilon)| \simeq 2/D'L\sqrt{M}$, т. е. уровень боковых лепестков АКФ сигнала (2.48) максимален в зоне IV. Результаты рассмотрения всех видов манипулирующих функций при $D'=1$ сведены в табл. 2.8. (Представленные в таблице оценки справедливы при достаточно больших значениях базы сигнала.)

Таблица 2.8

Вид функции, модулирующей фазу	Зоны I	Зоны II	Зоны III	Зоны IV
L периодов M-последовательности	$2/3\pi$	$1/\sqrt{M}$	$2/\pi L$	$2/L\sqrt{M}$
L периодов различных M-последовательностей	$2/3\pi$	$1/\sqrt{M}$	$2/L\sqrt{M}$	$2/L\sqrt{M}$
Период M-последовательности $M'=ML$	$2/3\pi$	$1/\sqrt{M'L}$	$2/L\sqrt{M}$	$2/L\sqrt{M}$

Зависимость уровня лепестков АКФ в III зоне от длины манипулирующей частоту последовательности является характерной особенностью модулирующей функции первого вида, что объясняется ее периодичностью в пределах длительности сигнала. В данном случае существует оптимальное соотношение между величинами L и M, которое может быть получено из условия равенства оценок (2.51) и (2.53) и имеет вид $L \simeq 2\sqrt{M}/\pi$. Отсутствие заметных выбросов в зоне III является достоинством модулирующих функций второго и третьего видов. Однако возможность появления выбросов, превышающих

статические оценки, требует в этих случаях предварительных исследований корреляционных свойств используемых M-последовательностей. Уровень лепестков АКФ минимален в IV зоне для всех рассмотренных случаев. С практической точки зрения наиболее просто реализуется синтезатор ЧФМ сигнала с первым видом модулирующей функции.

2.5. СИГНАЛЫ С ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ

Сигнал с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ) может быть записан аналогично ДЧМ сигналу (2.21), если заменить постоянное значение фазы Θ_0 на случайное Θ_k, равномерно распределенное в диапазоне $0—2\pi$ (этот сигнал является некогерентным). Для сигнала с ППРЧ не требуется обеспечивать нулевые скачки фазы при переключении частот, а следовательно, не нужно соблюдать кратность ω_0, $\Delta\omega$, $\omega_т$, что сильно упрощает синтезатор сигнала (рис. 2.11).

Каждая частотная составляющая сигнала с ППРЧ может переносить единицы, десятки и даже сотни бит информации. Особенности сигнала с ППРЧ делают невозможным когерентное накопление частотных составляющих (сжатие сигнала), а можно накапливать сигнал в пределах длительности одной частотной составляющей. Важнейшие характеристики сигнала с ППРЧ как некогерентного сложного сигнала определяются показателями (2.3), где $B'=L$, L — число частотных составляющих в сигнале с ППРЧ. Этот показатель характеризует помехоустойчивость системы при широкополосных помехах. Для адресных систем (АС) с ППРЧ опасными являются гармоническая помеха или сетка гармониче-

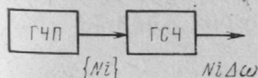


Рис. 2.11

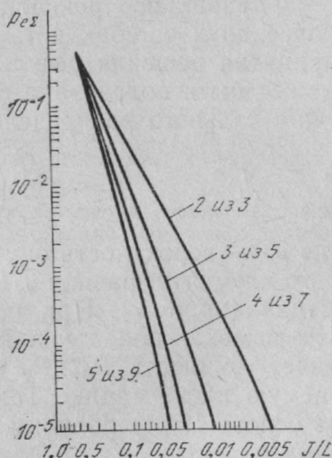


Рис. 2.12

ских помех в диапазоне F. Необходимость обеспечить высокую помехоустойчивость АС с ППРЧ к этим помехам определяет выбор основных параметров сигнала. Действительно, если число гармонических помех равно J, то частота возникновения ошибки (отождествляемая с вероятностью p_e при псевдослучайном переключении частот) будет равна $p_e=J/L$. Величина p_e в некоторых случаях может оказаться недопустимой. Например, при $L=10^3$, $J=1$, $P_п \geqslant P_с$ вероятность ошибки $p_e=10^{-3}$.

Для повышения помехоустойчивости к гармоническим помехам в сигнал вводят избыточность, передавая одну и ту же информацию несколько раз на разных частотных составляющих, выбираемых в диапазоне F. Вероятность подавления всех частотных составляющих, переносящих одну и ту же информацию, в этом случае будет достаточно мала. Введение такой избыточности в сигнал приводит к необходимости иметь приемники с мажоритарным способом принятия решения. Мажоритарное декодирование, по существу, эквивалентно некогерентному накоплению информации на нескольких частотных составляющих. В системе связи с мажоритарным способом принятия решения обычно используется нечетное число повторений c. На приемном конце проводится выделение информации при каждом повторении. Если, например, число повторений равно $c=3$, то правильное решение имеет место при наличии не менее двух одинаковых результатов (допускается не более одной ошибки), при $c=5$ правильное решение имеет место при наличии не более двух ошибок и т. д. При мажоритарном способе принятия решения результирующая вероятность ошибки может быть подсчитана с использованием формулы для биномиального распределения

$$p_{e\Sigma}=\sum_{x=r}^{c}\binom{c}{r} p_e^{x}(1-p_e)^{c-x}, \qquad (2.54)$$

где p_e — вероятность ошибки при приеме одного частотного элемента, равная J/L; r — число неправильных решений (ошибок). При использовании (2.54) полагаем, что помеха, попадающая в данный частотный канал, имеет мощность $P_n \geqslant P_с$ и полностью искажает передаваемую информацию. Так, для критерия «два из трех» на основе (2.54) получим

$$p_{e\Sigma}=\binom{3}{2} p_e^{2}(1-p_e)^{3-2}+\binom{3}{3} p_e^{3}(1-p_e)^{3-3} \approxeq$$

$$\approx p_e^2 (3 - p_e),$$

при условии $p_e \ll 1$.

Возвращаясь к примеру с числом частотных составляющих сигнала $L=10^3$ для одной сканирующей помехи (при $J=1$), получим $p_{e\Sigma} \simeq 3 \cdot 10^{-6}$. Сравнивая с $p_e=10^{-3}$, убеждаемся в достаточно высокой эффективности рассматриваемого метода. Платой за такое повышение помехоустойчивости к гармоническим помехам стало трехкратное увеличение скорости передачи частотных элементов (или скорости передачи информации), что снижает помехоустойчивость к широкополосной помехе. На рис. 2.12 показаны зависимости вероятности ошибки от относительного числа пораженных каналов (J/L), подверженных воздействию искусственной помехи при различных правилах принятия решения $p_{e\Sigma}=f(J/L)$ [26]. Эти зависимости позволяют оценить основные характеристики радиолинии с ППРЧ. Рассмотрим наглядные примеры такой оценки.

Пример 1. Для источника сообщения со скоростью $R=10^3$ дв. симв./с, $F=10$ МГц, $J=100$ рассчитать характеристики радиолинии и помехоустойчивость при $c=1$ и $c=3$.

Вначале рассмотрим случай с $c=1$. Для передачи данных со скоростью 10^3 бит/с требуется скорость переключения частот $1/\tau_и=1000$ бод. При этом ширина основного лепестка спектра «свернутой несущей» будет $\Delta f=2$ кГц. Следовательно, если не допускать наложения частотных каналов, то $L=F/\Delta f=5000$. Найдем $p_e=J/L=2 \cdot 10^{-2}$. При $c=3$ для передачи каждого двоичного символа используется три частотных элемента, а следовательно, скорость переключения частот составит $1/\tau_и=3000$ бод и ширина спектра свернутого сигнала будет равна $\Delta f=6$ кГц. Таким образом, число неперекрывающихся частотных каналов будет равно $L=F/\Delta f=1666$. При $J=100$ найдем $p_e=J/L=0{,}06$. Вероятность возникновения ошибки может быть подсчитана (либо по формуле (2.54), либо с помощью зависимостей на рис. 2.12). В результате получим $p_{e\Sigma}=1{,}2 \cdot 10^{-2}$, что вновь свидетельствует об улучшении помехоустойчивости при введении избыточности.

Пример 2. При той же скорости источника сообщения, числе помех $J=100$, т. е. при $q_{вх} \geqslant 20$ дБ и требуемой вероятности ошибки $p_{e\Sigma}=10^{-3}$, найти F при $c=3$ и $c=5$.

Для алгоритма принятия решения «два из трех» при $p_{e\Sigma}=10^{-3}$, пользуясь зависимостью на рис. 2.12, находим $p_e=J/L=0{,}019$, откуда $L=100/0{,}019=5260$. Учитывая, что $\Delta f=6$ кГц, найдем $F=\Delta f L=31{,}5$ МГц. Для алгоритма принятия решения «три из пяти» аналогичным образом получим $p_e=J/L=0{,}047$, откуда $L=100/0{,}047=2130$. При ширине полосы сжатого по спектру сигнала, равной $\Delta f=10$ кГц, $F=\Delta f L=21{,}3$ МГц. Следовательно, рост избыточности позволяет уменьшить требуемую полосу частот, однако одновременно уменьшается и помехоустойчивость радиолинии к широкополосным помехам.

Пример 3. Сравним по помехоустойчивости радиолинию с ППРЧ (пример 2) с радиолинией, использующей сложный сигнал, например ДЧМ сигнал с инверсной модуляцией. Для АС с ДЧМ сигналом гармонические помехи не будут эффективными, поскольку существуют достаточно простые методы их подавления [67]. Наиболее неприятной будет широкополосная помеха в полосе сигнала. Приняв $F=31{,}5$ МГц и $1/\tau_и=\Delta f=1$ кГц, найдем базу сигнала, характеризующую помехоустойчивость ДЧМ сигнала $B=F/\Delta f\simeq 31\cdot 10^3$ (45 дБ). Для получения $p_e=10^{-3}$ при инверсной модуляции необходимо иметь $q_{треб}=7$ дБ. Поэтому запас помехоустойчивости радиолинии с ДЧМ сигналом составит 45 дБ—7 дБ=38 дБ.

Таким образом, АС с ДЧМ сигналом обеспечивает заданное качество работы при отношении сигнал-помеха $q_{вх}=-38$ дБ, в то время как для радиолинии с ППРЧ при $J=100$ имеем $q_{вх}=-20$ дБ. Следовательно, по помехоустойчивости преимущество АС с ДЧМ сигналом составляет около 18 дБ.

Сигналы с ППРЧ уступают когерентным сложным сигналам (при одинаковых F) по точности синхронизации, разрешающей способности, скрытности и уязвимости к ретранслированным помехам. Тем не менее простота синтезаторов ППРЧ сигналов определяет их достаточно большую популярность. Некоторые улучшения характеристик АС с ППРЧ, например помехоустойчивости, можно добиться введением кодирования информации, обеспечивающего исправление ошибок. По существу, это приводит к образованию сигнала с одновременным расширением спектра и полосы. При этом двоичная информация, подлежащая передаче, разбивается на блоки, каждый из которых состоит из m бит. В свою очередь, каждому блоку ставится в соответствие код с числом символов, большим m, т. е. вводится избыточное кодирование. Этим кодом модулируется сигнал с ППРЧ. (Полагаем в дальнейшем, что каждая частотная составляющая переносит один элемент кода.) Существует большое количество различных типов кодов с исправлением ошибок [46]. Ограничимся рассмотрением нелинейных кодовых последовательностей, рассмотренных в § 2.2. Для них найдем аналитические зависимости, определяющие вероятности правильного декодирования, трансформации команд и обнаружения ошибок как функции вероятности поражения элемента кода. При декодировании по методу максимального правдоподобия обнаруживается более чем $d/2$ ошибок ($d=L/2$ — расстояние по Хеммингу), и исправляется более чем $t=d/2-1$ ошибок. Выражения для указанных вероятностей имеют вид

$$p_{пд}=\sum_{i=0}^{(L/2)-1}\binom{i}{L}p^i g^{L-i}-2\sum_{k=0}^{(L/4)-1}\sum_{i=0}^{k}\binom{i}{L/2}\times$$

$$\times\binom{L/4-k+i}{L/2} p^{(L/4)+k} g^{(3L/4)-k};$$

$$p_{\text{оо}}=2\sum_{i=0}^{L/4}\binom{i}{L/2} p^{(L/4)+i} g^{(3L/4)-i}-\binom{L/4}{L/2} p^{L/2} g^{L/2}; \quad (2.55)$$

$$p_{\text{тк}}=2\sum_{k=0}^{(L/4)-1}\sum_{i=0}^{k}\binom{i}{L/2}\binom{L/4+i-k-1}{L/2} p^{(L/4)+k+1}\times$$

$$\times g^{(3L/4)-k-1}+\sum_{i=1}^{L/2}\left(\frac{L/2)+i}{L}\right) p^{(L/2)+i} g^{(L/2)-i},$$

где L — длина кода; $p_{\text{пд}}$, $p_{\text{оо}}$, $p_{\text{тк}}$ — вероятности правильного декодирования, обнаружения ошибки и трансформации команд соответственно; $p=1-g$ — вероятность поражения элемента кода.

На рис. 2.13 построены графики указанных вероятностей, рассчитанные на ЦЭВМ в соответствии с (2.55) для $m\in\{5, 6, 7\}$ (m — количество бит информации, переносимое кодом).

При передаче информации методом частотной телеграфии (ЧТ) вероятность поражения элемента кода $p_{\text{пэк}}$ связана с вероятностью поражения частотной позиции $p_{\text{пчп}}$ узкополосной помехой следующим образом: $p_{\text{пэк}}=p_{\text{пчп}}(1-0,5\,p_{\text{пчп}})$. Эта зависимость приведена на рис. 2.14. Используя графики, продемонстрируем на конкретном примере эффективность кодирования с исправлением ошибок в радиолиниях с ППРЧ сигнала.

Пример 4. Для источника сообщения со скоростью передачи данных $R=10^3$ бит/с при числе помех $J=100$ и требуемой вероятности ошибки $p_{e\Sigma}=10^{-3}$, найти необходимую ширину спектра сигнала F. Применим биортогональный код длиной 16 элементов. Код переносит 5 бит информации. Скорость передачи данных возрастает до $1000\cdot16/5=3200$ симв./с, а ширина спектра сигнала на каждой частотной позиции $\Delta f=2\cdot3200=6400$ Гц. Для вероятности ошибки на бит информации, равной 10^{-3}, вероятность ошибочного приема кода должна быть равна [87] $3\cdot10^{-3}$. Из графиков на рис. 2.13 находим, что этой вероятности соответствует вероятность поражения элемента кода $p_{\text{пэк}}\simeq p_{\text{пчп}}=0{,}07$, т. е. $J/L=0{,}07$. Тогда $L=100/0{,}07\simeq1428$. При этом ширина спектра сигнала $F=\Delta f L=6400\cdot1428=9{,}15$ МГц.

Вычисленная ширина спектра сигнала в три раза меньше аналогичной характеристики, полученной в примере 2.

Следовательно, использование кодов, исправляющих ошибки в АС с ППРЧ, обеспечивает меньшую ширину спектра сигнала по сравнению с АС при мажоритарном кодировании информации.

Пример 5. Оценим помехоустойчивость АС с ППРЧ к узкополосным помехам (без учета воздействия флуктуационных шумов)

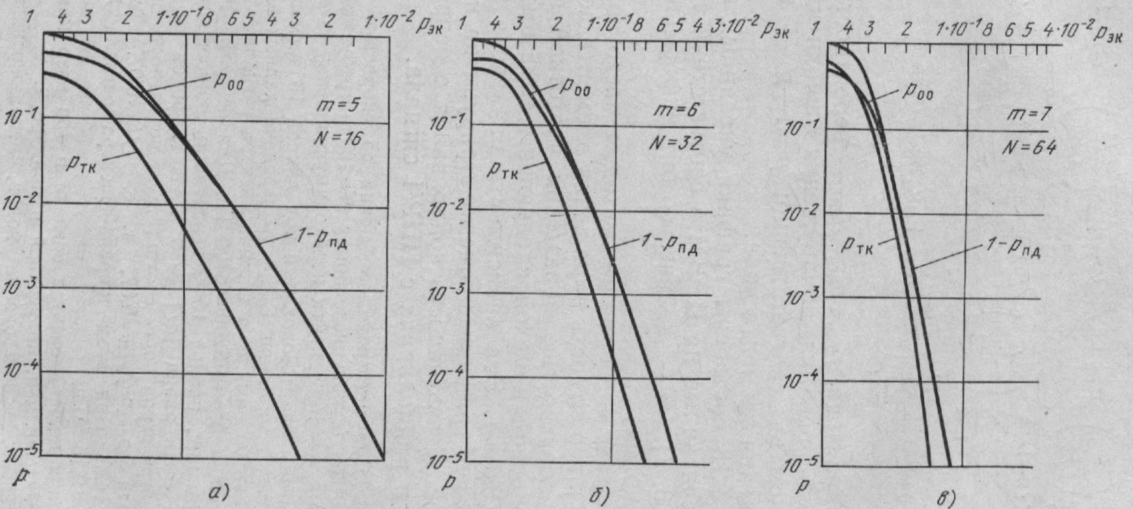

1 4 3 2 1·10⁻¹ 8 6 5 4 3 2 1·10⁻² $p_{эк}$
p_{00}
$m=5$
$N=16$
$p_{тк}$
$1-p_{пд}$
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
p
а)
1 4 3 2 1·10⁻¹ 8 6 5 4 3·10⁻² $p_{эк}$
p_{00}
$m=6$
$N=32$
$p_{тк}$
$1-p_{пд}$
б)
1 4 3 2 1·10⁻¹ 8 6 5 4·10⁻² $p_{эк}$
p_{00}
$m=7$
$N=64$
$p_{тк}$
$1-p_{пд}$
в)

Рис. 2.13

для случая передачи данных со скоростью 10^3 бит/с и полосы сигнала с ППРЧ $F=10$ МГц при кодировании информации 32-элементным кодом с исправлением ошибок. Определим число помех при качестве приема информации $p_{e\Sigma}=10^{-3}$.

Код переносит 6 бит информации. Ширина спектра на каждой частотной позиции $\Delta f=2\cdot1000\cdot32/6=10\,666$ Гц. При этом $L=F/\Delta f=10^7/10\,666\simeq938$. Для $p_{e\Sigma}=10^{-3}$ вероятность поражения кода [87] равна $2{,}4\cdot10^{-3}$. Из рис. 2.13,б этой вероятности соответствует вероятность поражения элемента кода $p_e=0{,}14$. Вероятность поражения частотной позиции (рис. 2.14) $p_{пчп}=0{,}15=J/L$, откуда $J=L=p_{пчп}=938\cdot0{,}15=142=21{,}5$ дБ, т. е. помехоустойчивость АС к узкополосным помехам при использовании кодов, исправляющих ошибки, выше на 1,5 дБ по сравнению с АС, рассмотренной в примере 1 при мажоритарном кодировании информации.

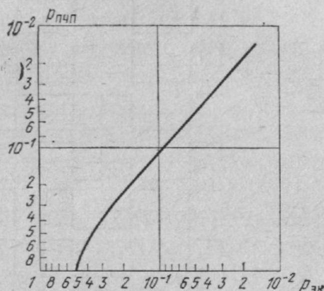


Рис. 2.14

Из этих примеров следует, что использование в АС с ППРЧ кодирования информации приводит к улучшению помехоустойчивости по сравнению с мажоритарным кодированием при одинаковой ширине спектра сигнала, а при одинаковой помехоустойчивости обеспечивает меньшую полосу частот, занимаемую сигналом.

2.6. ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИЙ УОЛША

Свойства сигналов Уолша, используемых в качестве несущих, определяются полной дискретной ортогональной системой функций Уолша (ФУ). Рассмотрим основные структурные свойства этих функций.

Известно несколько различных способов определения и упорядочения ФУ [61, 84], среди которых для РЭС наиболее целесообразным является упорядочение по числу знакоперемен на периоде функции (упорядочение Уолша). Функция Уолша $\mathrm{Wal}_n(T_w, t)$ номера n и периода T_w может быть определена как произведение функций Радемахера (меандровых функций) в следующем виде:

$$\mathrm{Wal}_n(T_w, t)=\prod_{i=1}^{m}[\mathrm{Rad}_i(T_w, t)]^{a_i}, \tag{2.56}$$

где i — разряды числа n, записанного в коде Грея; α_i — значение i разряда (0 или 1); $m =]\log n[+1$ — номер диады ФУ ($]\cdot[$ — целая часть числа); Rad $(\cdot)$ — функция Радемахера, определяемая как $\mathrm{sign}\,(\sin 2^i\pi t/T_w)$. На рис. 2.15,*а* представлена четвертая диада ФУ. В отличие от гармонических функций, которые имеют три незави-

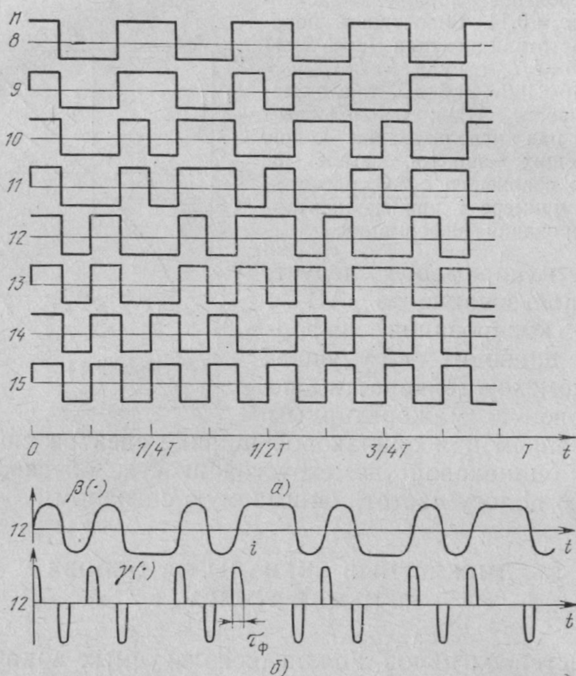


Рис. 2.15

симых параметра, ФУ имеют четыре параметра: амплитуду, временно́е положение (фазу), частоту и временну́ю базу (период). Если под частотой f_w понимать половину среднего числа пересечений функцией нулевого уровня, то для ФУ справедливо следующее соотношение:

$$f_w = \left]\frac{n+1}{2}\right[\Big/ T_w, \qquad (2.57)$$

в то время как для гармонических функций $f = 1/T_s$, где T_s — период функций.

Если длительность элементарного символа функций Уолша обозначить через $\tau_и$, то выражение для периода функций можно представить в виде

$$T_w = 2^m \tau_и = L_w \tau_и, \quad (2.58)$$

где L_w — временна́я база функции (число символов на периоде функции). Таким образом, принятое упорядочение ФУ по частоте соответствует упорядочению гармонических функций в гармоническом анализе, что облегчает их адекватное сравнение в радиотехнических системах.

Отметим без доказательства некоторые важные для дальнейшего рассмотрения свойства функций Уолша [27, 61]:

система ФУ является абелевой (коммутативной) группой относительно операции умножения, обладающей свойством замкнутости и ассоциативности. Поэтому, исходя из ортогональности ФУ на периоде, при любом $n \neq 0$ среднее значение функций равно нулю;

система ФУ является, как и система гармонических функций, составной системой, т. е. состоит из системы четных и нечетных функций;

система ФУ является полной системой ортогональных функций. Поэтому разложение сигналов с конечной энергией в базисе ФУ может производиться сколь угодно точно;

функции Уолша принимают только два значения.

Сравнение перечисленных свойств функций Уолша со свойствами гармонических функций позволяет сделать несколько выводов. Во-первых, система ФУ обладает всеми основными достоинствами гармонических функций. Во-вторых, ФУ являются цифровыми, принимающими лишь два значения, что определяет их преимущества в технической реализации схем генерации и обработки. В-третьих, период ФУ является независимым параметром по отношению к частоте функции, что определяет их преимущества при использовании в РЭС в качестве сигналов-переносчиков информации.

Для сравнения системы ФУ с двоичными кодовыми последовательностями, которые также в принципе можно использовать в качестве несущих в радиотехнических ИИС, приведем некоторые свойства функций Уолша:

ФУ можно разбить на диады (группы), характеризуемые числом m, т. е. числом двоичных разрядов номе-

ра функции. С ростом номера диады количество функций в ней растет как 2^{m-1};

ФУ обладают свойствами балансности и состоят из серий только по одному и два символа, причем общее число серий равно $(n+1)$ на периоде T_ω;

ФУ являются детерминированными последовательностями, содержащими $L_w=2^m$ символов в периоде максимальной длины;

в каждом периоде общее число единиц равно числу нулей;

ФУ совместно с инверсными функциями образуют биортогональные коды, среднее значение функции взаимной корреляции которых равно $1/(2^{m-1}-1)$.

Анализ приведенных свойств позволяет сделать вывод о том, что даже без учета детерминированности и полноты системы функций Уолша они более предпочтительны в качестве несущих в РЭС, чем двоичные кодовые последовательности, используемые в настоящее время как модулирующие функции гармонических несущих. Например, сравнение с M-последовательностями показывает, что при одинаковых периодах и базах число серий в ФУ в среднем в два раза больше, чем у M-последовательностей. Это означает, что излучаемая энергия за период будет также в два раза больше у несущих Уолша. Кроме того, в кодовых последовательностях встречаются длинные серии одинаковых символов, когда не происходит излучение в зону приема, что затрудняет обработку сигнала, ухудшает энергетические показатели радиолинии.

При исследовании характеристик сигналов Уолша удобно представить ФУ в виде следующей рекуррентной модели на бесконечном временном интервале:

$$\mathrm{Wal}_n(T_w,\ t)=\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{2^{m-1}-1}\mathrm{Wal}_l\left(T_w,\ \frac{k}{2^{n-1}}\right)\beta_n(t-rT_w-2k\tau_{\text{и}}), \tag{2.59}$$

где $l=(2^m-1)\oplus n$; β_n — биимпульсная функция, определяемая следующим образом:

$$\beta_n(t-2k\tau_{\text{и}})=\begin{cases}1 \text{ при } (2k-1)\,\tau_{\text{и}}\leqslant t\leqslant 2k\tau_{\text{и}};\\ -1 \text{ при } 2k\tau_{\text{и}}\leqslant t\leqslant (2k+1)\,\tau_{\text{и}};\\ 0 \text{ при } (2k+1)\,\tau_{\text{и}}<t<(2k-1)\,\tau_{\text{и}}.\end{cases}$$

Функция Уолша в правой части выражения (2.59) принадлежит меньшей диаде, чем функция в левой части выражения, так как всегда $(2^m-1)\oplus n<n$. Это существенно облегчает анализ числовых характеристик.

Энергетическое соотношение для несинусоидальных несущих. Решение уравнений Максвелла для электрического диполя Герца дает выражение для средней мощности электромагнитного излучения в дальней зоне [85]:

$$P=\frac{K}{T}\int_0^T\left(\frac{di}{dt}\right)^2 dt, \tag{2.60}$$

где K — коэффициент, определяемый волновым сопротивлением свободного пространства, скоростью света и длиной диполя; $i=i(t)$ — электрический ток, протекающий через диполь Герца.

Функционал (2.60) позволяет сформулировать и решить несколько изопериметрических вариационных задач. Например, при условии $\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt\leqslant P_0$ функционал (2.60) имеет минимум, который определяется следующей функцией:

$$i(t)=I_0\sin(2\pi f_0 t), \tag{2.61}$$

где $I_0=\sqrt{2P_0}$; $f_0=1/T$.

Очевидно, функционал (2.60) будет стремиться к бесконечности, если подынтегральная периодическая функция также стремится к бесконечности. Это возможно, если ток, протекающий через антенну, имеет участки, где скорость нарастания (убывания) стремится к бесконечности. Таким образом, если T — период тока, то минимальную среднюю мощность в дальней зоне дает гармоническая несущая (2.61), а максимальную — несущая с максимальной скоростью нарастания (убывания) тока до постоянного значения, определяемого величиной P_0. Таким свойством обладают несущие на базе ФУ, которые будем называть в дальнейшем сигналами Уолша (СУ).

При условии равенства эффективных токов в диполе можно получить следующее соотношение для мощностей несущих в дальней зоне:

$$P_w/P_s=\mu f_w/\tau_ф f^2_s(1-\tau_ф f_w), \tag{2.62}$$

где P_w, P_s — мощности СУ и гармонического сигнала соответственно; f_w, f_s — частоты соответствующих несущих; $\tau_ф$ — время нарастания (спада) СУ; μ — коэффициент, зависящий от формы нарастания (спада) тока.

Из анализа выражения (2.62) видно, что для постоянных размеров диполя и одинаковых эффективных токов излучаемая мощность синусоидального сигнала зависит только от частоты, тогда как мощность сигнала Уолша определяется частотой f_w и временем $\tau_ф$. При этом, чем меньшее время $\tau_ф$ по отношению к периоду гармонического сигнала, тем больше излучаемая мощность СУ (при условии $f_w = f_s = f_0$).

Необходимо отметить, что для постоянных размеров диполя Герца время $\tau_ф$ ограничено снизу: $\tau_ф > l/c$, где l — длина диполя, иначе нарушается условие постоянства распределения тока по длине диполя, необходимое для вывода формулы (2.62). Поэтому получить бесконечную излучаемую мощность сигнала Уолша диполем Герца в дальнюю зону за счет уменьшения $\tau_ф$, как это делается в [85], нельзя. Однако можно получить сколь угодно большой выигрыш по излучаемой мощности в сравнении с гармоническим сигналом. Это можно сделать за счет уменьшения частот сигналов при их равенстве, что объясняется зависимостью мощности излучения гармонического сигнала только от частоты, а СУ еще и от времени $\tau_ф$. Наличие в СУ гармоник с частотами, бо́льшими, чем f_0, приводит к энергетическому выигрышу в излучении.

Исследования диаграмм направленности линейных антенных решеток для СУ, проведенное в работах [84, 85], показало, что их ширина определяется величиной $D/(c\tau_ф)$, где D — размер линейной решетки. Чем меньше $\tau_ф$, тем больше коэффициент направленного действия (КНД) антенны. Отношение КНД одинаковых антенн для СУ и гармонического пропорционально величине $1/(\tau_ф f_s)$. Следовательно, ДН антенн сигналов Уолша в принципе может быть сколь угодно узкой на ограниченной апертуре.

Таким образом, переход к несинусоидальным несущим, например, на базе сигналов Уолша, позволяет получить выигрыш в излучаемой мощности и направленности излучения.

Числовые и функциональные характеристики сигналов Уолша. При определении числовых характеристик СУ будем сознательно использовать базис гармониче-

ских сигналов, исходя из необходимости сравнивать эти сигналы с известными, использующими гармоническую несущую.

Определим спектральные характеристики СУ. Для этого воспользуемся тем, что непрерывный СУ можно представить с помощью функций Уолша (2.56) в виде

$$\mathrm{Swu}_n(T_w, t) = A_c \mathrm{Wal}_n(T_w, t), \tag{2.63}$$

где A_c — амплитуда сигнала, а импульсный СУ в следующем виде:

$$\mathrm{Swi}_n(T_w, t) = A_c \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{L-1} \mathrm{Wal}_n\left(T_w, \frac{k}{2^n}\right) \times \gamma_n\left(\tau_ф, t - rT_w - \frac{kT_w}{L}\right), \tag{2.64}$$

где $\gamma_n(\cdot)$ — импульсная функция, в частности, состоящая из rect $(t-k\tau_и)$. В общем случае она отличается от идеального единичного импульса. В принятых обозначениях сигналов Уолша использованы начальные английские буквы слов: «сигнал Уолша непрерывный» и «сигнал Уолша импульсный».

На рис. 2.15,*б* для примера приведены непрерывный и импульсный сигналы Уолша при $n=12$. Вид этих сигналов, а также сравнение зависимостей (2.63) и (2.64), показывает, что импульсный СУ отличается от непрерывного лишь длительностью и формой элементарного сигнала (функции $\beta_n(\cdot)$ и $\gamma_n(\cdot)$ соответственно).

Применяя преобразование Фурье к (2.63), получим спектр СУ при $r=0$ (используется один период ФУ):

$$G_n(\mathrm{j}\omega) = (j)^{1+\sum\limits_{i=0}^{m-2}\alpha_i} A_c T_w e^{-\mathrm{j}\frac{\omega T_w}{2}} \frac{\sin^2 \omega T_w/2^{m+1}}{\omega T_w/2^{m+1}} \times \prod_{i=1}^{m-1} \cos\left(\frac{\omega T_w}{2^{i+1}} - \alpha_{m-i-1}\frac{\pi}{2}\right), \tag{2.65}$$

где α_i — разряды двоичного представления числа l (формула (2.59)) в коде Грея, т. е. $l = \sum\limits_{i=1}^{m-1} \alpha_{m-i-1} 2^{m-i-1}$.

Используя полученное выражение, определим энергетический спектр СУ

$$G_n^2(f) = \frac{A_c^2 \sin^4 x}{x^2} \prod_{i=1}^{m-1} \cos^2\left(2^{m-i}x - \alpha_{m-i-1}\frac{\pi}{2}\right), \quad (2.66)$$

где $x = 2\pi f T_w / 2^{w+1}$.

Из формулы (2.66) для нормированного периодического СУ ($A_c = 1/T_w$; $r \to \infty$) находим спектр амплитуд

$$A_n(l) = \frac{2}{T_w}\frac{\sin^2 l\pi/L_w}{l\pi/L_w}\left|\prod_{i=1}^{m-1}\cos\left[\frac{\pi}{2}\alpha_{m-i-1} - \frac{l\pi}{2^i}\right]\right|, \quad (2.67)$$

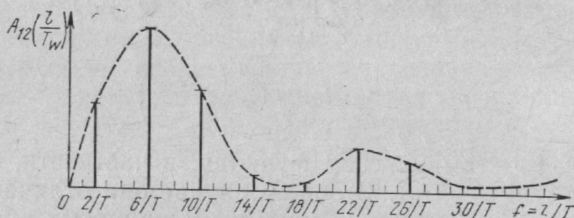


Рис. 2.16

где l — номер гармонической составляющей спектра.

Для импульсного нормированного ($A_c = 1/n\tau_ф$) СУ спектр амплитуд будет определяться следующим выражением:

$$A_n(l) = \frac{2}{T_w}\frac{\sin^2 l\pi/L_w}{l\pi/L_w}\left|\frac{\sin(\Delta l\pi/L_w)}{\Delta n/L_w} \times \right.$$

$$\left. \times \prod_{i=1}^{m-1}\cos\left[\frac{\pi}{2}\alpha_{m-i-1} - \frac{l\pi}{2^i}\right]\right|, \quad (2.67а)$$

где $\Delta = \tau_ф/\tau_и \leqslant 1$.

Таким образом, спектры непрерывного и импульсного СУ отличаются лишь множителем, который при $\Delta \ll 1$ не влияет на вид спектра. Поэтому далее ограничимся рассмотрением характеристик непрерывного СУ.

Анализ зависимостей (2.66) и (2.67) показывает, что спектр сигнала полимодальный, причем $G^2{}_n(0) = 0$, а максимальное значение огибающей спектра будет при $f = 3 \cdot 2^{m-3}/T_w$. Для примера на рис. 2.16 показан вид спектра периодического сигнала Уолша для $n = 12$.

Важной характеристикой в гармоническом анализе является зависимость мощности сигнала от занимаемой полосы частот. Используя выражение (2.66) при $A_c = 1/T_w$, получаем

$$P(F) = 2\int_0^F G^2(f)\,df \cong \frac{2^m}{\pi T}\left\{4\mathrm{Si}(y) - 2\mathrm{Si}(y) - \frac{2^m}{2\pi F T_w}\left[3 + \cos(2y) - 4\cos(y)\right]\right\}, \qquad (2.68)$$

где $y = 2\pi F T_w / 2^m$; F — полоса частот сигнала; $\mathrm{Si}(y) = \int_0^y \frac{\sin t}{t}\,dt$. На рис. 2.17 приведена зависимость (2.68), которая показывает, что мощность СУ достаточно быстро уменьшается с ростом частоты и в полосе, равной $5 \cdot 2^m / T_w$, уже сосредоточено 95% мощности сигнала.

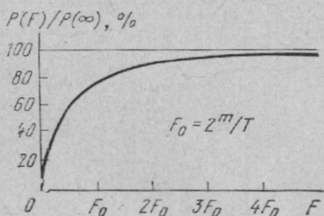


Рис. 2.17

Учитывая полученное выражение для полосы сигнала, можно найти значение базы непрерывного СУ в следующем виде:

$$B_w = 2F_w T_w = 5 \cdot 2^m. \qquad (2.69)$$

Если непрерывный СУ использовать в качестве несущей для сложного модулирующего сигнала (например, для ПСП), то база такого модулированного СУ будет равна произведению $B \cdot B_w$. Таким образом, СУ в соответствии с формулой (1.6) обладают большей (в B_w раз) энергетической скрытностью по сравнению со сложными сигналами с гармонической несущей.

Определим параметры функции неопределенности непрерывного СУ. Используя представление (2.59), находим

$$X_n(\tau, f) = \frac{1}{T}\sum_{p=0}^{2^{m-1}-1}\sum_{k=0}^{2^{m-1}-1} \mathrm{Wal}_l\left(T, \frac{q}{2^{m-1}}\right) \times \mathrm{Wal}_l\left(T, \frac{k}{2^{m-1}}\right)\int_{-\infty}^{\infty} \beta_n\left(t - p\frac{T}{2^{m-1}}\right)\beta_n \times \left(t - \tau - k\frac{T}{2^{m-1}}\,\frac{n}{n + ft}\right)dt, \qquad (2.70)$$

где f и τ — сдвиг по частоте и времени соответственно.

Выражение (2.60) можно представить в более компактном и удобном для вычислений виде, если воспользоваться матричной символикой:

$$X_n(\tau, f) = T_r(W_{m-1} V_{m-1}(\tau, f)), \tag{2.71}$$

где матрицы W_{m-1} и V_{m-1} определяются следующими выражениями:

$$W_{m-1} = W_l W_l^T = \begin{pmatrix} \mathrm{Wal}_l(T, 0/2^{n-1}) \\ \mathrm{Wal}_l(T, 1/2^{n-1}) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \mathrm{Wal}_l(T, (2^{n-1}-1)/2^{n-1}) \end{pmatrix} \times$$

$$\times (\mathrm{Wal}_l(T, 0) \ldots \mathrm{Wal}_l(T, (2^{m-1}-1)/2^{m-1})),$$

$$V_{m-1}(\tau, f) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} B_{m-1}(t, \tau, f) B_{m-1}^T(T, 0, 0)\, dt,$$

$$B_{m-1}(t, \tau, f) = B_n(t, 0, 0) B_n^T(t, \tau, f) =$$

$$= \begin{pmatrix} \beta_n(t-0) \\ \beta_n\left(t - \frac{T}{2^{n-1}}\right) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \beta_n\left(t - (2^{m-1}-1)\frac{T}{2^{n-1}}\right) \end{pmatrix} (\beta_n(t-\tau-0) \ldots \beta_n(t-\tau-$$

$$-(2^{m-1}-1)\frac{T}{2^{m-1}} \frac{n}{n+fT}\Big).$$

С помощью выражения (2.71) можно аналитически определить параметры центрального пика функции неопределенности и провести расчет всей функции неопределенности на ЦЭВМ. Необходимо отметить, что матрица W_{m-1} симметрична и имеет только элементы $+1$ или -1, а V_{m-1} является слабозаполненной матрицей.

Найдем границы изменения размеров центрального пика функции неопределенности для СУ, принадлежащих диаде m. Из выражения (2.71) можно определить размеры основания пика функции неопределенности:

$$T/2^m \leqslant \tau_{on} \leqslant T/2^{m-1};\ n/(2^m-1)T \leqslant F_{on} \leqslant n/(2^{m-1}-1)T, \tag{2.72}$$

где τ_{on} и F_{on} — размеры основания центрального пика функции неопределенности СУ номера n. Оценка максимального бокового лепестка функции неопределенности периодического сигнала показывает, что его значение колеблется от 0,5 до 1,0.

Из сравнения полученных результатов с соответствующими результатами предыдущих параграфов можно сделать вывод, что по параметрам центрального пика СУ не хуже широко используемых в настоящее время сложных сигналов с гармонической несущей.

Таким образом, анализ числовых и функциональных характеристик немодулированных СУ показывает, что они относятся к сложным сигналам. Это определяет пре-

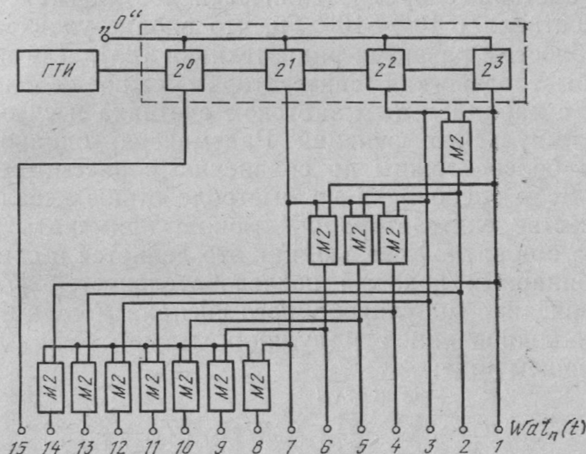


Рис. 2.18

имущества сигналов Уолша в качестве несущих по сравнению с гармоническими несущими при построении помехозащищенных РЭС.

Синтезаторы и модуляторы сигналов Уолша. Запись функций Уолша (2.56) позволяет определить простой алгоритм их формирования, заключающийся в осуществлении операции умножения меандровых функций. На рис. 2.18 показана схема синтезатора периодических ФУ первых четырех диад [85]. Синтезатор содержит генератор тактовых импульсов (ГТИ), двоичный 4-разрядный счетчик с параллельным выходом и перемножители M_2, в качестве которых можно использовать сумматоры по модулю 2 (полусумматоры [74, 84]). Применение сумматоров в качестве перемножителей является определенным преимуществом ФУ, связанным с тем, что они принимают лишь два значения по уровню +1 (0) и —1 (1). Для формирования 2^m функций Уолша синте-

затор должен содержать m-разрядный счетчик и 2^m- $-m-1$ сумматоров по модулю 2. Для получения любой из 2^m возможных ФУ требуется лишь $m-1$ сумматоров. Стабильность частоты сигналов Уолша и их периода полностью будет определяться стабильностью генератора тактовых импульсов. Максимальная частота ФУ в синтезаторе рассмотренного типа ограничивается временем переключения цифровых схем.

В настоящее время технически достижимая частота уже составляет $10^{10}-10^{12}$ Гц, что вполне удовлетворяет потребностям развития радиотехники [85]. Для повышения быстродействия синтезатора можно использовать схему с параллельным запуском счетчика и суммированием импульсных функций Радемахера, однако такие схемы более сложны по сравнению с рассмотренной в [85]. Если требования по быстродействию невелики, то в качестве синтезатора ФУ можно применять регистр сдвига с обратной связью, как это делается в синтезаторах бинарных кодовых последовательностей [74]. Общее описание модулированного сигнала Уолша при дискретно-кодированной модуляции может быть дано в следующем виде:

$$\mathrm{Sw}_n(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{(Lr-1)\,l} A_{cr}\mathrm{Wal}_{nr}\left(T_r,\ \frac{k}{2^n}\right)\gamma\times$$

$$\times\left(\tau_{\text{ф}},\ t-rT_r-k\frac{T_r}{L_r}+\tau_r\right), \qquad (2.73)$$

где l — число периодов несущей на один бит сообщения. Символ $\mathrm{Sw}_n(\cdot)$ означает, что рассматриваются как непрерывные, так и импульсные сигналы Уолша.

При непрерывной (аналоговой) модуляции в выражении (2.73) необходимо заменить параметры в соответствии с равенствами

$$n_r=n_0,\ T_r=T(t),\ L_r=L_0;\ \tau_r=\tau(t);\ A_{cr}=A_c(t);\ l=1.$$

В соответствии с выражением (2.73) можно сделать вывод о том, что для сигналов с дискретной несущей применимы все виды модуляции, рассмотренные в § 2.1 для сигналов с гармонической несущей. Однако, так как сигналы Уолша имеют четыре независимых параметра, то при использовании их в качестве несущих возможна еще и кодовая модуляция, т. е. манипуляция по номеру ФУ. Естественно, при гармонических несущих такая манипуляция невозможна.

Рассмотрим кратко особенности формирования сигналов Уолша с дискретной модуляцией.

Общее выражение, описывающее СУ с амплитудной манипуляцией, можно получить из (2.73) при условии манипуляции на одном периоде, положив $n_r=n$; $L_r=L_0$; $T_r=T_0$; $\tau_r=0$; $l=1$:

$$\mathrm{Sw}_n(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{L_0-1} A_{\mathrm{c}r}\,\mathrm{Wal}_{n0}(T_0,\ k/2^m)\,\gamma(\tau_{\mathrm{ф}},\ t-rT_0-kT_0/L_0). \tag{2.74}$$

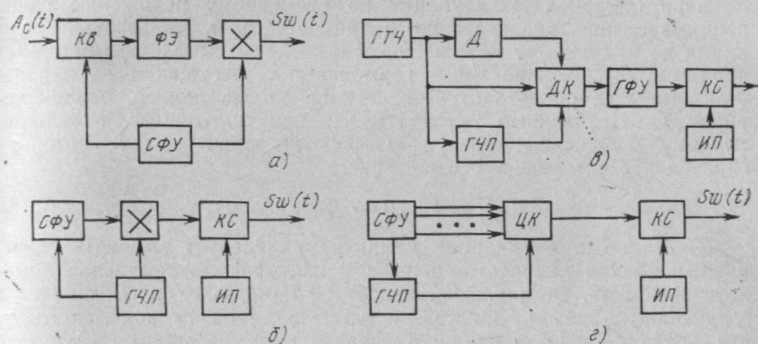


Рис. 2.19

Так как амплитуда сигнала $A_{\mathrm{c}r}$ постоянна на интервале T_0, то спектр сигнала Уолша (2.74) будет иметь в базисе ФУ лишь одну составляющую, соответствующую несущей сигнала. При использовании амплитудной модуляции СУ для передачи сообщений в спектре сигнала будет присутствовать лишь одна полоса сообщения. Это преимущество несущих Уолша следует из теоремы умножения ФУ:

$$\mathrm{Wal}_{n1}(T_w,\ t)\,\mathrm{Wal}_{n2}(T_w,\ t)=\mathrm{Wal}_{n1\oplus n2}(T_w,\ t). \tag{2.75}$$

Таким образом, амплитудная модуляция СУ всегда дает однополосную модуляцию. Число составляющих в спектре амплитудно-манипулированного СУ при периоде квантования сообщения $\tau_{\text{кв}}$, меньшем, чем период несущей, определяется величиной 2^j, где $\tau_{\text{кв}}=T_w/2^j$, $j=\overline{1,m}$. Необходимо отметить, что для радиосистем более реальным является случай $\tau_{\text{кв}}\geqslant T_w$, когда информацию о значении амплитуды сигнала «несет» хотя бы один период несущей сигнала. Структурная схема амплитудного модулятора СУ показана на рис. 2.19,*а* (где Кв — квантователь, ФЭ — фиксирующий элемент, осуществляющие дискретизацию и фиксацию вырабатываемой синтезатором ФУ амплитуды с периодом $\tau_{\text{кв}}$, кратным периоду СУ). Для уменьшения погрешности дискретизации в качестве квантователя и фиксатора можно использовать фильтр нижних частот Уол-

ша, который работает в соответствии со следующим алгоритмом:

$$A_{cr} = \int\limits_{rlT_w}^{(r+1)\,lT_w} A_c(t)\,\mathrm{Wal}_0(T_w,\,t)\,dt. \qquad (2.76)$$

При модуляции по временному положению выражение СУ, манипулированного на одном периоде, получается из (2.73), если $A_{cr}=A_c$; $n_r=n_0$; $L_r=L_0$; $T_r=T_0$; $l=1$, и имеет вид

$$\mathrm{Sw}_n(t) = \sum_{r=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{L_0-1} A_c\,\mathrm{Wal}_{n0}(T_0,\,k/2^m)\,\gamma(\tau_ф,\,t-rT_0-kT_0/L_0+\tau_r). \qquad (2.77)$$

При бинарной манипуляции по временному положению сдвиг принимает лишь два значения, например $\tau_и$ и 0. Аналоговая модуляция по временному положению в некотором смысле соответствует время-импульсной модуляции гармонических несущих, если в качестве импульса принять отрезок сигнала Уолша длиной, равной периоду T_0. Необходимо учитывать, что при модуляции СУ по временному положению имеется наименьший сдвиг τ_0, для которого справедливо следующее соотношение:

$$\mathrm{Sw}_n(T_w,\,t+\tau_0) = -\mathrm{Sw}_n(T_w,\,t). \qquad (2.78)$$

Очевидно, при бинарной манипуляции следует выбирать сдвиг, равным τ_0, так как в этом случае достигается максимальная помехоустойчивость. Величина τ_0 зависит от номера ФУ и определяется следующим образом. Записав номер n в двоичном коде, получим, что $\tau_0=1/2T_0$, если в младшем разряде номера стоит 1, далее $\tau_0=1/4T_0$, если в младшем разряде стоит 0, а в следующем 1. В общем случае справедливо $\tau_0=T_0/2^{i+1}$, если в i младших разрядах стоят нули. Таким образом, при использовании бинарной манипуляции сигналов Уолша целесообразно выбирать функции с нечетными номерами, так как при этом противоположные сигналы отстоят максимально друг от друга по временно́му сдвигу τ_0. При манипуляции по временному положению нецелесообразно (из-за низкой помехоустойчивости) использовать отрезки сигнала Уолша длительностью, меньшей T_0.

На рис. 2.19,*б* показана, для примера, структурная схема манипулятора СУ по временному положению на τ_0, состоящая из синтезатора функций Уолша (СФУ), генератора числовой последовательности (ГЧП), перемножителя с последовательностью передаваемых символов сообщения $g(t)$, ключевой схемы (КС) и источника постоянного напряжения (ИП). Модулирующая функция $g(t)$ состоит из последовательности положительных и отрицательных импульсов (символов), синхронизированных тактовым генератором СФУ. ИП и КС выполняют функции усилителя сигналов Уолша до уровня, необходимого для излучения. В общем случае для формирования в дальней зоне сигнала Уолша нужной формы после КС может включаться формирователь (например, интегратор или полосовой фильтр).

При аналоговой модуляции по временному положению схема модулятора СУ, по существу, состоит из управляемой линии задержки, которую обычно включают в схему СФУ после генератора тактовых импульсов.

При модуляции СУ по частоте необходимо учитывать, что в отличие от гармонических сигналов временное положение сигнала Уолша и его частота не связаны мультипликативно. Поэтому аналитическая запись частотно-модулированного (ЧМ) сигнала Уолша отличается от записи частотной модуляции гармонических сигналов, где полная фаза сигнала есть интеграл по времени от частоты. Для ЧМ сигнала Уошла из выражения (2.73) получим при $n_r=n_0$; $L_r=L_0$; $\tau_r=0$; $A_{cr}=A_c$; $l=1$

$$\mathrm{Sw}_n(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{L_0-1} A_c \,\mathrm{Wal}_{n0}\left((T(t),\ k/2^m\right)\gamma\left(\tau_ф,\ t-rT(t)-kT(t)/L_0\right)), \tag{2.79}$$

где обычно $T(t)=T_0+M_T\lambda(t)$; M_T — коэффициент модуляции по частоте (периоду); $\lambda(t)$ — аналоговое сообщение.

Таким образом, при представлении записи ЧМ сигнала Уолша в виде (2.79) модулируемым параметром является, по существу, период сигнала, который, как известно, связан с частотой зависимостью (2.57):

$$T(t)=\left]\frac{n+1}{2}\right[\Big/ f(t).$$

Отсюда легко получить следующее выражение для частоты ЧМ сигнала:

$$f(t)=f_0T_0/T_0+M_T\lambda(t), \tag{2.80}$$

где $f_0=\left]\frac{n+1}{2}\right[\Big/T_0$ — средняя частота сигнала, а $|M_T\lambda(t)/T_0|<1$.

Такое представление ЧМ сигнала Уолша удобнее для анализа, хотя можно было бы использовать и запись в виде $f(t)=f_0+M_f\lambda(t)$. Тогда выражение для периода сигнала имело бы следующий вид:

$$T(t)=T_0f_0/f_0+M_f\lambda(t). \tag{2.81}$$

При дискретно-частотной модуляции один или несколько периодов сигнала Уолша скачкообразно изменяются по закону некоторой периодической многоуровневой числовой последовательности. При бинарной частотной манипуляции в выражении (2.79) следует положить $T(t)=T_r$, где T_r равно T_0 или T_1 в соответствии с модулирующей функцией $g(t)$. На рис. 2.19,*в* показана одна из возможных структурных схем бинарной манипуляции сигналов Уолша по частоте.

Генератор тактовой частоты (ГТЧ) определяет частоту тактов генератора числовой последовательности (ГЧП), который может быть выполнен на основе регистра сдвига с обратной связью. На двоичный коммутатор (ДК), управляемый числовой последовательностью, подаются импульсы непосредственно с ГТЧ и прошедшие через делитель Д. Двоичный коммутатор в зависимости от символа числовой последовательности пропускает на генератор функций Уолша (ГФУ) либо сигнал тактовой частоты, либо сигнал с делителя. Далее манипулированная функция Уолша подается на амплитудный манипулятор, аналогичный рассмотренному ранее.

Так как СУ является цифровым сигналом, то он допускает кодовую модуляцию, которая заключается в мо-

дуляции сигнала по номеру ФУ. При кодовой модуляции на одном периоде аналитическая запись СУ получается из выражения (2.73) при условиях

$$A_{cr}=A_c;\ T_r=T_0;\ \tau_r=0;\ l=1:$$

$$\mathrm{Sw}_n(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{L_r-1} A_c \mathrm{Wal}_{nr}(T_0,\ k/2^m)\,\gamma(\tau_ф, t-rT_0-kT_0/L_r), \tag{2.82}$$

где $L_r=2^m$; $m=]\log_2 n_r[+1$.

Естественно, номер ФУ, в соответствии с которой строится сигнал Уолша, может изменяться лишь дискретно и принимать целые значения, принадлежащие выбранной диаде m. В принципе можно выбирать функции из разных диад, однако при этом необходимо учитывать, что энергия СУ определяется номером диады. Таким образом, модуляция по номеру может быть лишь дискретной, что отличает ее от модуляции по положению, амплитуде и частоте. Необходимо также отметить, что кодовая модуляция СУ из-за соотношения (2.57) является одновременно и частотной, так как изменение номера функции влечет за собой изменение частоты сигнала при постоянном периоде.

На рис. 2.19,*г* приведена одна из возможных схем модуляции сигналов Уолша по номеру. СФУ синхронно с ГЧП генерирует функции Уолша, которые подаются на вход цифрового коммутатора (ЦК), управляемого числовой последовательностью $g(t)$. Каждому символу числовой последовательности может соответствовать один или несколько периодов функции Уолша определенного номера. Так как ФУ образуют полную ортогональную систему функций, то символы числовой последовательности будут передаваться ортогональными сигналами.

В заключение отметим, что можно одновременно использовать и смешанные методы модуляции СУ. Такая модуляция особенно целесообразна при построении совмещенных (многофункциональных) систем.

Глава 3

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ И ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ АДРЕСНЫХ СИСТЕМ

3.1. АДРЕСНЫЕ СИСТЕМЫ С ПРЯМОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

При проектировании и эксплуатации адресных систем (АС) возникает необходимость оценивать помехоустойчивость и пропускную способность в зависимости от числа работающих каналов, энергетических затрат и интенсивности помех.

По принципу построения различают АС с прямой передачей и с ретрансляцией сигналов. В АС с кодовым уплотнением каналов нашли применение два вида ШПС: когерентные (фазоманипулированные, частотно-манипулированные и частотно-фазоманипулированные) и некогерентные (с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты). Рассмотрим характеристики помехоустойчивости и пропускной способности АС с прямой передачей и ретрансляцией когерентных и некогерентных сигналов.

Постановка задачи и выбор критерия для оптимизации характеристик АС. Полагаем, что прием двоичной информации в N-канальной системе осуществляется корреляционным приемником на фоне флуктуационных шумов с двусторонней спектральной плотностью мощности ν_0, а сигналы мешающих станций и внешних помех ослабляются приемником в B/δ раз [87], где $\delta = r^2 B$, r^2 — среднее значение квадрата коэффициента взаимной корреляции сигнала и помех. Считаем заданным требование к качеству приема информации (вероятность ошибки на бит информации p_e). Последняя для разных видов модуляции однозначно связана с отношением сигнал-шум q на входе детектора или решающей схемы приемника. При отсутствии помех отношение сигнал-шум на выходе приемника k-го канала $q = P'_{ck}/(\nu_0 R)$, где P'_{ck} — мощность сигнала на входе приемника, R — скорость передачи информации. При наличии мешающих сигналов и помех

$$q = \frac{P_{ck}}{P_{\text{шэ}} + \delta P_{\text{пэ}}/B}, \tag{3.1}$$

где $P_{\text{шэ}} = \nu_0 R$;

$$P_{\text{пэ}}=\frac{1}{\delta}\left(\sum_{\substack{i=1\\i\neq k}}^{N}\delta_{1i}P_{\text{c}i}+\sum_{j=1}^{M}\delta_{2j}P_{\text{п}j}\right); \quad (3.2)$$

$$\delta=\frac{\sum\limits_{\substack{i=1\\i\neq k}}^{N}\delta_{1i}P_{\text{c}i}+\sum\limits_{j=1}^{M}\delta_{2j}P_{\text{п}j}}{\sum\limits_{\substack{i=1\\i\neq k}}^{N}P_{\text{c}i}+\sum\limits_{j=1}^{M}P_{\text{п}j}}>0;$$

$P_{\text{c}i}$, $P_{\text{п}j}$ — мощности мешающих сигналов и внешних помех соответственно; N, M — числа каналов в системе и внешних помех соответственно.

Очевидно, что $P_{\text{c}k}>P'_{\text{c}k}$ из-за необходимости компенсации влияния помех в (3.1). Основными характеристиками системы являются: помехоустойчивость $П=P_{\text{пэ}}/P_{\text{c}k}$, энергетические затраты $\varepsilon=P_{\text{c}k}/(qP_{\text{шэ}})$ и пропускная способность, оцениваемая количеством каналов в системе N.

С учетом введенных характеристик (3.1) приводится к виду [49]

$$П(\varepsilon)=\left(\frac{B}{\delta q}\right)\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right). \quad (3.3)$$

Из последнего выражения следует, что помехоустойчивость является монотонно возрастающей и ограниченной функцией энергетических затрат и прямо пропорциональна значению базы сигнала. Если $\varepsilon=1$, то при любом значении базы помехоустойчивость равна нулю. Это означает, что при наличии помех в системе не будет обеспечиваться требуемая достоверность приема информации. Для реализации защитных свойств АС необходимо иметь $\varepsilon>1$. Если $\varepsilon\gg1$, то помехоустойчивость становится практически независимой от энергетических затрат. Естественное стремление иметь малые энергетические затраты находится в противоречии с желанием обеспечить предельную помехоустойчивость. Для разрешения этого противоречия необходимо сформулировать критерий, на основании которого возможно осуществить оптимальный выбор характеристик системы. Существуют несколько типов критериев. Наибольшее применение нашли аддитивные критерии, представляющие собой взвешенную сумму наиболее важных характеристик си-

стемы, каждая из которых является функцией параметров сигнала, системы, канала связи и т. д.

Нахождение оптимальных характеристик требует наличия трех элементов [33]: математической модели, являющейся математической абстракцией исследуемой «физической» ситуации; функции потерь (полезности), являющейся математической формулировкой целей оценивания; ограничений на оптимизацию, возникающих из физических, экономических или практических соображений.

В нашем случае математическая модель представлена выражением (3.3). Ограничения наложены на параметры: $B=\text{const}$, $q=\text{const}$, $R=\text{const}$. В качестве функции полезности целесообразно взять разность [49]

$$\Delta=\alpha \Pi(\varepsilon)-\varepsilon/\alpha, \tag{3.4}$$

где α — весовой коэффициент.

В конкретном случае численное значение α определяется назначением системы и условиями ее применения. Функция полезности (3.4) соответствует цели оптимизации — обеспечить максимальную помехоустойчивость при минимальных энергетических затратах. Оптимальные характеристики системы находим по максимуму (3.4) с учетом (3.3) в виде

$$\varepsilon_0=\alpha\sqrt{B/\delta q},\ \Pi_0=\varepsilon_0(\varepsilon_0-1)/\alpha^2. \tag{3.5}$$

Полагая в (3.2)

$$\left(\sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{N}\delta_{1i}P_{ci}\right)\Bigg/ P_{ck}=\delta_1(N-1),$$

$$\sum_{j=1}^{M}\delta_{2j}P_{\text{п}j}=\delta_2 P_{\text{п}0}\ (\delta_1\geqslant 0;\ \delta_2>0),$$

из (3.5) определим помехоустойчивость k-канала системы по отношению к внешним помехам

$$\Pi_k=\frac{P_{\text{п}0}}{P_{ck}}=\frac{\delta}{\delta_2}\left(\Pi_0-\frac{\delta_1}{\delta}(N-1)\right). \tag{3.6}$$

При отсутствии внешних помех ($P_{\text{п}0}=0$, $\delta=\delta_1>0$) из (3.6) находим максимальную пропускную способность системы

$$N_{\max}=\Pi_0+1. \tag{3.7}$$

С учетом (3.7) выражение (3.6) можно записать в виде

$$\Pi_k=(\delta/\delta_2)(1-\beta)N_{\max}, \tag{3.8}$$

где $\beta=N/N_{\max}$.

Максимальную помехоустойчивость одноканальной системы находим из (3.6) при $N=1$:

$$\Pi_1 = (\delta/\delta_2)\,\Pi_0, \tag{3.9}$$

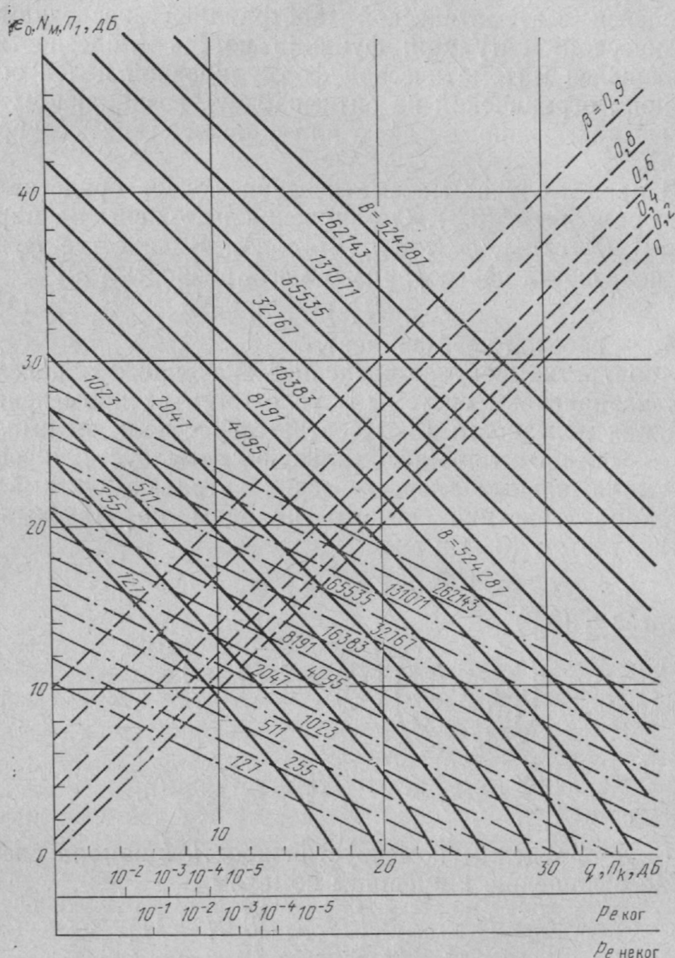


Рис. 3.1

а при $\delta_1=0$ (сигналы ортогональны) получим оценку помехоустойчивости N-канальной системы с ортогональными сигналами также в виде (3.9).

На рис. 3.1 по формулам (3.5), (3.7), (3.8) построены графики помехоустойчивости, пропускной способно-

сти и энергетических затрат как функции заданной достоверности, определяемой величиной q, при различных значениях эквивалентной базы $B_э=B/\delta$ сигнала и $\alpha=1$. На оси абсцисс приведены также вероятности ошибки когерентной и некогерентной системы при двоичном кодировании информации. Под углом 45° к осям координат проведены штриховые линии оценки помехоустойчивости N-канальной системы связи при различных значениях β. Рассмотрим примеры использования этих графиков.

Пример 1. Задана достоверность канала $p_{e\,ког}=10^{-3}$ когерентной АС с эквивалентной базой $B_э=B/\delta=2047$. Требуется определить максимальные пропускную способность АС и помехоустойчивость, а также оценить энергетические затраты. Вероятности ошибки $p_{e\,ког}=10^{-3}$ соответствует отношение сигнал-шум $q=7$ дБ. Из графиков рис. 3.1 находим, что этому значению q на пересечении со сплошной линией, помеченной числом 2047, на оси ординат соответствует помехоустойчивость одноканальной системы $\Pi_1\approx 26$ дБ. Числу 2047 соответствует также максимальная пропускная способность АС $N_{max}=400$ каналов. Энергетические затраты находим по оси ординат на пересечении со штрихпунктирной линией 2047. Они составляют 13 дБ.

Пример 2. При заданных в примере 1 требованиях к каналу связи найти помехоустойчивость многоканальной системы связи ($N=80$). Определим параметр $\beta=N/N_{max}=80/400=0{,}2$. На рис. 3.1 от значения $N_{max}=400$ (26 дБ), смещаясь вправо до пересечения со штриховой линией, помещенной номером 0,2 по оси абсцисс, находим $\Pi=25$ дБ.

С помощью этих графиков можно выбрать и базу сигнала, задавшись требованиями помехоустойчивости и пропускной способности.

3.2. АДРЕСНЫЕ СИСТЕМЫ С РЕТРАНСЛЯЦИЕЙ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

Различают АС без обработки и с обработкой сигналов в ретрансляторе. В АС без обработки сигналов осуществляется только перенос по частоте спектра сигнала, тогда как в системах с обработкой сигналов возможна как свертка сигналов (частичная обработка без принятия решения о переданном символе), так и регенерация символов (полная обработка с декодированием и принятием решения о переданном символе).

В системах с ретрансляцией сигналов шумы, помехи и сигналы воздействуют как на вход приемника, так и на вход ретранслятора. Так как мощность передатчика ретранслятора ограничена, то она делится в определенных соотношениях между шумом, помехами и сигналами. Ретрансляторы, в которых обработка сигналов не производится, являются, как правило, нелинейными. Нелиней-

ность ретранслятора приводит к подавлению слабых сигналов более мощными и их размножению (возникновению комбинационных составляющих). На усиление побочных составляющих расходуется также некоторая часть мощности передатчика ретранслятора.

АДРЕСНЫЕ СИСТЕМЫ БЕЗ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В РЕТРАНСЛЯТОРЕ

Для нахождения оптимальных оценок помехоустойчивости и пропускной способности необходимо представить отношение сигнал-шум q на выходе приемника абонента в виде выражения (3.1). Рассмотрим раздельно системы с квазиортогональными ($\delta_1 \neq 0$) и ортогональными ($\delta_1 = 0$) сигналами.

Системы связи с квазиортогональными сигналами. Пусть на вход ретранслятора поступают N канальных и M мешающих сигналов, а также флуктуационный шум. В этом случае мощность передатчика ретранслятора распределится следующим образом:

$$P_{\text{с}k\,\text{вых}} = \frac{\lambda P_{\text{р}} P_{\text{с}k}/K_{\text{пс}}}{\nu_0 W + \sum\limits_{i=1}^{N} P_{\text{с}i} + \sum\limits_{j=1}^{M} P_{\text{п}j}} = \frac{\lambda P_{\text{р}} P_{\text{с}k}/K_{\text{пс}}}{\varkappa \nu_0 W + \sum\limits_{i=1}^{N} P_{\text{с}i} \frac{K_{\text{кс}}}{K_{\text{пс}}} + \sum\limits_{j=1}^{M} P_{\text{п}j} \frac{K_{\text{кп}}}{K_{\text{пп}}}}; \quad (3.10)$$

$$P_{\text{ш}k\,\text{вых}} = \frac{\lambda P_{\text{р}} \varkappa \nu_0 W}{\nu_0 W + \sum\limits_{i=1}^{N} P_{\text{с}i} + \sum\limits_{j=1}^{M} P_{\text{п}j}};$$

$$P_{\text{п}k\text{вых}} = \lambda P_{\text{р}} - P_{\text{с}k\text{вых}} - P_{\text{ш}k\,\text{вых}},$$

где W — полоса радиочастот, пропускаемых ретранслятором; $\varkappa$ — коэффициент подавления шума; $P_{\text{с}k\,\text{вых}}$, $P_{\text{п}k\,\text{вых}}$, $P_{\text{ш}k\,\text{вых}}$ — мощность сигнала, помех и флуктуационных шумов, приведенная ко входу приемника k-го абонента; λ — коэффициент использования мощности передатчика ретранслятора ($0 < \lambda \leqslant 1$); $P_{\text{р}}$ — мощность передатчика ретранслятора, приведенная ко входу приемника абонента; $P_{\text{с}i}$, $P_{\text{п}j}$ — мощности i-го сигнала

и j-й помехи на входе ретранслятора; $K_{\text{пс}}$, $K_{\text{пп}}$, $K_{\text{кс}}$, $K_{\text{кп}}$ — коэффициенты подавления сигнала, помех и комбинационных составляющих соответственно.

Обозначим $K_{\text{с}} = K_{\text{кс}}/K_{\text{пс}}$; $K_{\text{п}} = K_{\text{кп}}/K_{\text{пп}}$. Тогда отношение сигнал-шум на выходе приемника k-го абонента определяется следующим выражением:

$$q = \frac{P_{\text{с}k\text{вых}}}{\frac{R}{W} P_{\text{ш}k\,\text{вых}} + \nu_1 R + \frac{\delta}{B} P'_{\text{пк вых}} + \frac{\delta_4}{B} \sum\limits_{r=1}^{L} P_{\text{п}r}} = \frac{P_{\text{с}k}/K_{\text{пс}}}{P_{\text{шэ}} + \frac{\delta}{B} P_{\text{пэ}}}, \quad (3.11)$$

где

$$P_{\text{шэ}} = \varkappa \nu_0 R \left(1 + \frac{\nu_1 W}{\lambda P_{\text{р}}}\right) + \frac{\nu_1 R}{\lambda P_{\text{р}}} \left(\sum_{i=1}^{N} P_{\text{с}i} K_{\text{с}} + \sum_{j=1}^{M} P_{\text{п}j} K_{\text{п}}\right); \quad (3.12)$$

$$P_{\text{пэ}} = P'_{\text{пэ}} (1 + \gamma); \quad (3.13)$$

$$P'_{\text{пэ}} = \frac{\delta_1}{\delta} \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N} P_{\text{с}i} K_{\text{с}} + P_{\text{с}k} \frac{K_{\text{кс}} - 1}{K_{\text{пс}}}\right) + \frac{\delta_2}{\delta} \sum_{j=1}^{M} P_{\text{п}j} K_{\text{п}}; \quad (3.14)$$

$$\gamma = \frac{\delta_4}{\delta} \frac{\sum\limits_{r=1}^{L} P_{\text{п}r}}{P_{\text{с}k\,\text{вых}}} \Bigg/ \frac{P'_{\text{пэ}}}{P_{\text{с}k}} K_{\text{пс}}; \quad (3.15)$$

$\sum\limits_{r=1}^{L} P_{\text{п}r}$ — мощность помех, непосредственно воздействующих на вход приемника k-го абонента; ν_1 — двусторонняя спектральная плотность мощности собственных шумов приемника k-го абонента:

$$\delta = \frac{\delta_1 \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N} P_{\text{с}i} K_{\text{с}} + P_{\text{с}k} \frac{K_{\text{кс}} - 1}{K_{\text{пс}}} + \delta_2 \sum\limits_{j=1}^{M} P_{\text{п}j} K_{\text{п}} + \delta_4 \sum\limits_{r=1}^{L} P_{\text{п}r}}{\sum\limits_{i=1}^{N} P_{\text{с}i} + \sum\limits_{j=1}^{M} P_{\text{п}j} + \sum\limits_{r=1}^{L} P_{\text{п}r}}.$$

Выражение (3.11) аналогично (3.1), для которого уже найдены оптимальные оценки помехоустойчивости и энергетических затрат (3.5). В этом случае $P_р = \mathrm{const}$, $B = \mathrm{var}$. Тогда из (3.5) с учетом (3.12)—(3.14) получим:

$$П_{вх} = \frac{\delta}{K_0 \delta_2} \left\{ \frac{1}{\alpha^2 (1+\gamma)} \varepsilon_0 (\varepsilon_0 - 1) - \frac{\delta_1}{\delta} (NK_{кс} - 1) \right\};$$

$$П_{вых} = \frac{\delta}{\delta_4} \frac{\gamma}{\alpha^2 (1+\gamma)} \varepsilon_0 (\varepsilon_0 - 1);$$

$$\varepsilon_0 = \alpha \sqrt{\frac{B}{\delta q}} = P_{ck\,вых} / q P_{шэ}, \qquad (3.16)$$

где обозначено $П_{вх} = \sum_{j=1}^{M} P_{пj} / P_{ck}$; $П_{вых} = \sum_{r=1}^{L} P_{пr} / P_{ck\,вых}$; $K_0 = K_п K_{пс}$.

Последнее равенство в (3.16) с учетом (3.12) принимает вид $\varepsilon_0 \leqslant \sqrt[3]{\alpha^2 (1+\gamma) \frac{\lambda P_р}{\nu_1 R q}}$, тогда

$$B = \delta q \sqrt[3]{\frac{(1+\gamma)^2}{\alpha} \left(\frac{\lambda P_р}{\nu_1 R q} \right)^2}. \qquad (3.17)$$

Таким образом, первые два равенства (3.16) с учетом (3.17) определяют помехоустойчивость системы без обработки сигналов в ретрансляторе как по входу, так и по выходу ретранслятора (входу приемника абонента), выраженную через энергетический потенциал ретранслятора $P_р / \nu_1$.

Максимальную пропускную способность системы с ретранслятором найдем из первого равенства (3.16) с учетом (3.17) при отсутствии помех. В этом случае необходимо положить $П_{вх} = 0$; $\gamma = 0$; $\delta_1 = \delta$. Тогда

$$N_{max} K_{кс} \approx [\lambda P_р / (\nu_1 R q)]^{2/3}. \qquad (3.18)$$

Системы связи с ортогональными сигналами. Выражения для оценки помехоустойчивости могут быть получены из (3.16) при $\delta_1 = 0$. Однако выражение для энергетических затрат отлично от (3.17). Придерживаясь методики по определению составляющих сигнала и шума на выходе ретранслятора, на основании последнего равенства (3.16) находим

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{3} + \sqrt[3]{A + \sqrt{A^2 + \left(\alpha^2 (1+\gamma) N K_{кс} - \frac{1}{3} \right)^3}} +$$

$$+\sqrt[3]{A-\sqrt{A^2+\left(\alpha^2(1+\gamma)NK_{\text{кс}}-\frac{1}{3}\right)^3}}\,,\quad(3.19)$$

где

$$A=\frac{\alpha^2+(1+\gamma)\lambda P_{\text{р}}}{2\nu_1 Rq}\left(1-\frac{NK_{\text{кс}}}{3}\Big/\frac{\lambda P_{\text{р}}}{\nu_1 Rq}\right)+\frac{1}{27}.$$

Из (3.19) следует, что энергетические затраты зависят от числа каналов. С увеличением числа каналов помехоустойчивость уменьшается, что является следствием уменьшения энергетических затрат и базы сигнала, так как $\varepsilon_0=\alpha\sqrt{\frac{B}{\delta q}}$. Однако в системе с ортогональными сигналами $B\geqslant N$, а следовательно, пропускная способность ограничена. Для оценки максимальной пропускной способности положим в (3.19) $\varepsilon_0=\alpha\sqrt{\frac{N}{\delta q}}$. Разрешая (3.19) относительно N, получим

$$N_{\max}\approx\frac{\delta q}{\alpha^2}\left(\frac{\alpha^2(1+\gamma)(\lambda P_{\text{р}}/\nu_1 Rq)}{1+(1+\gamma)K_{\text{кс}}\delta q}\right)^{2/3}.\qquad(3.20)$$

Тогда помехоустойчивость системы оценивается следующим выражением:

$$\Pi_{\text{вх}}\approx\frac{1}{K_0\alpha^2(1+\gamma)}\left(\frac{\alpha^2(1+\gamma)(\lambda P_{\text{р}}/\nu_1 Rq)}{1+K_{\text{кс}}(1+\gamma)\delta q}\right)^{2/3}.\qquad(3.21)$$

Отметим, что помехоустойчивость и пропускная способность систем связи с линейным ретранслятором также определяются выражениями (3.16), (3.20) и (3.21) при $K_0=K_{\text{кс}}=1$.

СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ОБРАБОТКОЙ СИГНАЛОВ В РЕТРАНСЛЯТОРЕ

Обработка сигналов предполагает наличие в ретрансляторе N-канального приемника, осуществляющего сверку сигналов. Если в приемнике ретранслятора решение о переданном символе не принимается, а осуществляется в приемнике абонента, то такой метод передачи называется ретрансляцией с неполной или частичной обработкой сигналов. Полная обработка или регенерация сигналов имеет место с принятием решения о переданном символе в приемниках ретранслятора и абонента.

Частичная обработка сигналов. Оценим помехоустойчивость и пропускную способность N-канальной системы при воздействии на вход приемника ретранслятора M-мешающих сигналов и шума со спектральной плотностью ν_0, а на вход приемника абонента — L помех, шума со спектральной плотностью ν_1 и M сигналов с выхода ретранслятора. Отношение сигнал-шум на выходе k-го канала приемника ретранслятора

$$q_1 = \frac{P_{\text{с}k}}{\nu_0 R + (\delta'/B) P'_{\text{пэ}}}, \text{ где } P'_{\text{пэ}} = \frac{\delta_1}{\delta} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N} P_{\text{с}i} + \frac{\delta_2}{\delta} \sum_{j=1}^{M} P_{\text{п}j}.$$

При этом мощность передатчика ретранслятора распределится следующим образом:

$$P_{\text{с}k\,\text{вых}} = \frac{P_{\text{с}k} \lambda P_{\text{р}}/N}{P_{\text{с}k} + \nu_0 R + (\delta'/B) P'_{\text{пэ}}};$$

$$P_{\text{ш}k\text{вых}} = \frac{\nu_0 R \lambda P_{\text{р}}/N}{P_{\text{с}k} + \nu_0 R + (\delta'/B) P'_{\text{пэ}}}; \qquad (3.22)$$

$$P'_{\text{пэ вых}} = \frac{(\delta'/B) P'_{\text{пэ}} \lambda P_{\text{р}}/N}{P_{\text{с}k} + \nu_0 R + (\delta'/B) P'_{\text{пэ}}}.$$

Тогда заданное отношение сигнал-шум на выходе приемника k-го абонента с учетом мешающего воздействия других сигналов ретранслятора равно

$$q = \frac{P_{\text{с}k\text{вых}}}{P_{\text{ш}k\text{вых}} + \nu_1 R + P'_{\text{пэвых}} + \frac{\delta}{B}\left(\frac{\delta_4}{\delta}\sum_{j=1}^{L} P_{\text{п}j} + \frac{\delta_3}{\delta}\frac{\lambda P_{\text{р}}}{N}(N-1)\right)} = \frac{P_{\text{с}k\text{вых}}}{P_{\text{шэ}} + \frac{\delta}{B} P_{\text{пэ}}},$$

где

$$P_{\text{шэ}} = P_{\text{ш}k\text{вых}} + \nu_1 R; \quad P_{\text{пэ}} = \frac{B}{\delta} P'_{\text{пэ вых}} + \frac{\delta_4}{\delta} \sum_{j=1}^{L} P_{\text{п}r} + \frac{\delta_3}{\delta} \frac{\lambda P_{\text{р}}}{N} (N-1),$$

а энергетические затраты

$$\varepsilon_0 = P_{\text{с}k\text{ вых}} / (q\, P_{\text{шэ}}). \qquad (3.23)$$

Аналогично предыдущему, запишем окончательные выражения для оптимальных оценок помехоустойчивости и энергетических затрат:

$$П_{вх} = \frac{1}{\alpha^2(1+\gamma)} \frac{\delta}{\delta_2} \varepsilon_0(\varepsilon_0 - 1) - \frac{\delta_1}{\delta_2}(N-1);$$

$$П_{вых} = \frac{\gamma}{\alpha^2(1+\gamma)} \frac{\delta}{\delta_4} \varepsilon_0(\varepsilon_0 - 1) - \frac{\delta_3}{\delta_4}(N-1); \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_0 = \alpha \sqrt{B/(\delta q)},$$

где $П_{вх} = \frac{\sum_{j=1}^{M} P_{пj}}{P_{ck}}$; $П_{вых} = \frac{\sum_{r=1}^{L} P_{пr}}{P_{ck\,вых}}$.

Мощность передатчика ретранслятора является основным фактором, ограничивающим помехоустойчивость и пропускную способность системы связи.

Энергетические затраты в (3.23) с учетом (3.22) выразим через характеристики ретранслятора в виде

$$\varepsilon_0 = \lambda P_р \Big/ \left[\nu_1 RN \left(q + \frac{1}{1+\gamma}\right)\right]. \quad (3.25)$$

Тогда (3.24) с учетом (3.25) определяет помехоустойчивость на входах приемников ретранслятора и абонента. Максимальную пропускную способность находим из (3.24) при $\alpha=1$ и $\gamma=1$ с учетом (3.25):

$$N_{max} \approx \left(\frac{\lambda P_р}{\sqrt{2}\, \nu_1 R(q+0{,}5)}\right)^{2/3}. \quad (3.26)$$

Для оценки помехоустойчивости систем с ортогональными сигналами, необходимо в (3.24) положить $\delta_1 = \delta_3 = 0$. Максимальную пропускную способность находим из (3.25) и из последнего выражения в (3.24) при $B=N$:

$$N_{max} = \delta q \left(\frac{\lambda P_р}{\nu_1 R(q+0{,}5)}\right)^{2/3}.$$

Полная обработка сигналов. При полной обработке сигналов в приемнике ретранслятора так же, как и в приемнике абонента принимается решение о переданном символе. Вероятность ошибки относительно переданного символа равна сумме вероятностей ошибок в каждом из приемников, т. е. $p_e \approx p_{e1} + p_{e2}$. Вероятности ошибок соответствуют определенные отношения сигнал-шум:

$$p_{e1} \to q_1; \; p_{e2} \to q_2; \; p_e \to q.$$

Рассмотрим два вида уплотнения каналов: кодовое и временно́е.

Кодовое уплотнение каналов. Считаем, что каждому каналу отводится равная доля мощности ретранслятора, т. е. $P_{ck}=\lambda P_{р}/N$. Отношение сигнал-шум на выходе приемника абонента

$$q_2=\frac{P_{ck}}{P_{шэ}+(\delta'/B)P'_{пэ}},$$

где $P_{шэ}=\nu_1 R$; $P'_{пэ}=\frac{\delta_3}{\delta'}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{N}P_{ci}+\frac{\delta_4}{\delta'}\sum_{j=1}^{L}P_{пj}$.

Тогда для энергетических затрат получим

$$\varepsilon_0=P_{ck}/(q_2P_{шэ})=\alpha\sqrt{B/(\delta q_2)}.$$

Подставляя в выражение для ε_0 значение P_{ck} и $P_{шэ}$, найдем зависимость базы сигнала от мощности передатчика ретранслятора в виде

$$\varepsilon_0=\lambda P_{р}/(\nu_1 Rq_2N)=\alpha\sqrt{B/(\delta q_2)}.$$

Помехоустойчивость и пропускная способность системы по входам приемников ретранслятора оцениваются выражениями (3.6) и (3.7) соответственно.

Выразим q_1 и q_2 через заданное отношение сигнал-шум q. Графики вероятностей ошибок при разных видах модуляции, представленные в [87], для $p_e\leqslant10^{-2}$ хорошо аппроксимируются выражением $p_e=10^{-(aq+b)}$, где a и b — константы. Так, при когерентном приеме двоичных сигналов $a=0{,}482$, $b=0{,}4$; при некогерентном приеме двоичных ортогональных сигналов $a=0{,}241$; $b=0{,}67$. Тогда при одинаковых вероятностях ошибок в приемниках ретранслятора и абонента, т. е. при $p_{e1}=p_{e2}$

$$q_2=q_1=q+\ln2/(a\ln10).$$

С учетом этого соотношения выражения для оценки помехоустойчивости, пропускной способности и энергетических затрат могут быть представлены как функции заданного q.

Временно́е уплотнение каналов. При временно́м уплотнении каналов вся мощность передатчика ретранслятора приходится на каждый канал. Однако при этом длительность сигнала в каждом канале уменьшается в N раз, что приводит к необходимости

расширить информационную полосу приемника также в N раз. В этом случае отношение сигнал-шум на выходе приемника абонента

$$q_2 = \frac{P_c}{\nu_1 RN + \frac{\delta}{B}\sum_{j=1}^{L} P_{\text{п}j}} = \frac{P_c}{P_{\text{шэ}} + \frac{\delta}{B} P_{\text{пэ}}},$$

где $P_c = P_p$; $P_{\text{шэ}} = \nu_1 RN$; $P_{\text{пэ}} = \sum_{j=1}^{L} P_{\text{п}j}$.

Тогда $\varepsilon_0 = \alpha\sqrt{B/(\delta q_2)} = P_p/(q_2 P_{\text{шэ}})$.

Помехоустойчивость системы определяется выражением (3.5), а максимальная пропускная способность находится из условия $П=0$, что имеет место при $\varepsilon=1$. Тогда $N_{\max} = P_p/\nu_1 R q_2$. При этом база сигнала стремиться к значению $\delta q_2/\alpha^2$.

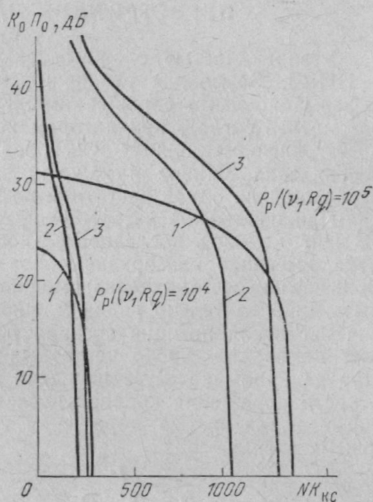


Рис. 3.2

Для сравнительной оценки систем связи с квазиортогональными сигналами (в соответствии с полученными выражениями) на рис. 3.2 построены графики помехоустойчивости $K_0П$ как функции пропускной способности $N_{\text{кс}}$ для двух энергетических соотношений на выходе ретранслятора $P_p/(\nu_1 Rq) \in \{10^4, 10^5\}$, $\lambda=0{,}5$; $\gamma=0$; $\alpha=1$. На рисунке *1*, *2*, *3* соответственно помехоустойчивость систем без обработки, с частичной и полной обработкой сигналов в ретрансляторе при кодовом уплотнении каналов. Для систем с нелинейным ретранслятором $K_0>1$, $K_{\text{кс}}>1$, с обработкой сигналов в ретрансляторе и с линейным ретранслятором $K_0=K_{\text{кс}}=1$. Из анализа выражений и графиков следует:

помехоустойчивость и пропускная способность систем связи значительно возрастают с увеличением энергетического потенциала ретранслятора P_p/ν_1;

системы с обработкой сигналов в ретрансляторе при $N \ll N_{max}$ имеют значительно большую помехоустойчивость по сравнению с системами без обработки сигналов;

наибольшей помехоустойчивостью обладают системы с полной обработкой сигналов, на излучение которых используется вся мощность передатчика ретранслятора;

лучшими по помехоустойчивости и пропускной способности являются системы связи с полной обработкой сигналов в ретрансляторе и временным уплотнением каналов.

3.3. АДРЕСНЫЕ СИСТЕМЫ С ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ

Разновидностью сложных сигналов (§ 3.1) являются сигналы с ППРЧ. Возможны различные методы модуляции этих сигналов информационными сообщениями. Оценим особенности АС с ППРЧ, рассмотрев сигнал, при котором первичная двоичная последовательность информационных символов предварительно кодируется для исправления ошибок и каждый элемент кодированного сообщения передается на одной частотной позиции.

При поражении частотной позиции сигнала помехой искажается элемент кодовой последовательности. Наиболее опасной будет помеха, имеющая квазиравномерное распределение узкополосных гармонических составляющих, мощность каждой из которых должна быть приблизительно равна мощности сигнала. Вероятность поражения частотной позиции сигнала $p_{ип}=J/L$, где J — число узкополосных помех; L — число частотных составляющих сигнала с ППРЧ. При заданном качестве передачи информации, т. е. заданной вероятности поражения кодовой последовательности, однозначно связанной с вероятностью поражения ее элементов, помехоустойчивость приема сигнала

$$П = \sum_{i=1}^{J} P_{пi}/P_с = J = L(p_{э\,к} - p_{фл}), \qquad (3.27)$$

где $p_{э\,к}$ — заданная вероятность поражения элементов кодовой последовательности совокупностью помех; $p_{фл}$ — вероятность поражения элементов кодовой последовательности флуктуационными шумами.

Если обозначить $\varepsilon = p_{э\,к}/p_{фл}$, то (3.27) приводится к виду

$$П = Lp_{э\,к}(1 - 1/\varepsilon). \qquad (3.28)$$

АДРЕСНЫЕ СИСТЕМЫ БЕЗ РЕТРАНСЛЯЦИИ СИГНАЛОВ

Выражение (3.28), так же как и (3.3), является монотонно возрастающей ограниченной функцией ε. Воспользовавшись крите-

рием (3.4) с учетом (3.28), получим оптимальные оценки помехоустойчивости и энергетических затрат:

$$П_0 = \varepsilon_0 (\varepsilon_0 - 1)/\alpha^2; \quad \varepsilon_0 = \alpha \sqrt{L p_{э\,к}}. \qquad (3.29)$$

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ И ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ АДРЕСНЫХ СИСТЕМ С РЕТРАНСЛЯЦИЕЙ СИГНАЛОВ

Адресные системы без обработки сигналов в ретрансляторе. Распределение мощности передатчика ретранслятора относительно составляющих суммарного воздействия на его входе в этом случае также определяется из (3.10).

Полагая, что на вход приемника абонента кроме сигналов с ретранслятора воздействуют собственный шум со спектральной плотностью мощности ν и M помех, равномерно распределенных в полосе частот сигнала, помехоустойчивость приемника абонента определится на основании критерия (3.4) как

$$П_0 = \left(P_{п\,вых} + \sum_{j=1}^{M} P_{пj} \right) \Big/ P_{ck\text{вых}} = \varepsilon_0 (\varepsilon_0 - 1)/\alpha^2,$$

где $\varepsilon_0 = \alpha \sqrt{L p_{эк}}$.

Если обозначить $П_{р\,вых} = P_{п\,вых}/P_{ck\,вых}$ $П_{вых} = \sum_{j=1}^{M} P_{пj}/P_{c\,k\,вых}$, $\gamma = П_{вых}/П_{р\,вых}$, $П_{вх} = \sum_{j=1}^{J} P_{пj}/P_{ck}$, то помехоустойчивость на входах ретранслятора и приемника абонента определится следующими выражениями:

$$П_{вх} = \frac{1}{K_0} \left[\frac{1}{1+\gamma} П_0 - N(K_{кс} - 1) \right]; \qquad П_{вых} = \frac{\gamma}{1+\gamma} П_0. \qquad (3.30)$$

Выразим (3.30) через характеристики канала ретранслятор — абонент. Для этого оценим энергетические затраты $\varepsilon_0 = p_{эк}/p_{ф\,л}$. Здесь вероятность ошибки за счет флуктуационных шумов хорошо аппроксимируется следующим выражением: $p_{ф\,л} = \exp(-a\theta q - b)$, где $\theta = 1$ при фазовой модуляции частотных составляющих сигнала и $\theta = 0{,}5$ при частотной манипуляции. Отсюда $q = (\ln \varepsilon_0/p_{э\,к} - b)$. Кроме того, $q = P_{c\,k\,вых} (R_0 P_{ш\,вых}/W + \nu_1 R_0)^{-1}$.

Последнее выражение с учетом значений составляющих сигнала и помех на выходе ретранслятора (3.10) позволяет определить энергетические затраты через характеристики канала ретранслятор—абонент:

$$\varepsilon_0 (\varepsilon_0 - 1) = \alpha^2 (1+\gamma) [\lambda P_р/\nu_1 R_0 q) - N]. \qquad (3.31)$$

Тогда отношение сигнал-шум

$$q \approx \frac{1}{a\theta} \left(\ln \frac{\sqrt{[\lambda P_р/(\nu_1 R_0 q) - N]\, \alpha^2 (1+\gamma)}}{p_{э\,к}} - b \right). \qquad (3.32)$$

Это трансцендентное уравнение относительно q. Значение q зависит от числа каналов в системе. Покажем, что при $1 \leqslant N \leqslant N_{\max}$ величина q меняется незначительно.

Полагая $L = N_{\max} \cdot 2^{m-1}$, находим, что $\varepsilon_0 = \alpha \sqrt{L p_{\text{э к}}} = \alpha \sqrt{N_{\max} p_{\text{э к}} \cdot 2^{m-1}}$.

Тогда на основании (3.31) при $\gamma = 0$ получим

$$N_{\max} \approx \lambda P_{\text{р}} [\nu_1 R_0 q (2^{m-1} p_{\text{э к}} + 1)].$$

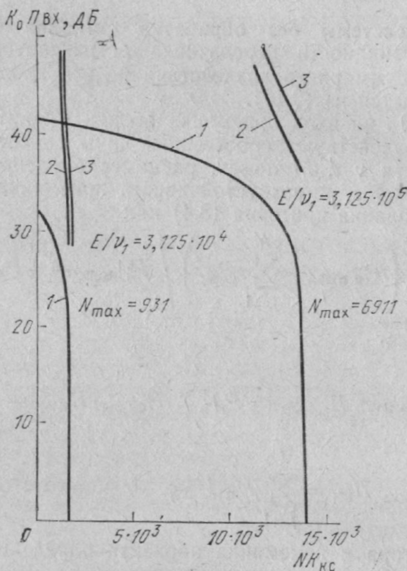


Рис. 3.3

Для крайних значений N (1 и $N_{\max}$) из (3.32) имеем $q - q_0 \approx \approx 1/[(2 + 2^{m-2} p_{\text{э к}}) \cdot 2a\theta]$. Оценим численное значение этого выражения. При $q \gg 1$ и $\theta = 0{,}5$, $m = 4$, $a = 1{,}07$, $p_{\text{э к}} = 0{,}25$ имеем $q - q_0 \approx \approx 0{,}33$. Следовательно, значение q можно считать постоянным. Тогда помехоустойчивость АС с ретрансляцией сигналов без обработки их в ретрансляторе на основании (3.30) с учетом (3.31) оценивается из следующих выражений:

$$П_{\text{вх}} = \frac{1}{K_0} \left(\frac{\lambda P_{\text{р}}}{\nu_1 R_0 q} - NK_{\text{кс}} \right); \quad П_{\text{вых}} = \gamma \left(\frac{\lambda P_{\text{р}}}{\nu_1 R_0 q} - N \right), \qquad (3.33)$$

где q находится из (3.32) при $N = 1$.

График помехоустойчивости, вычисленный в соответствии с (3.33) при $\gamma = 0$, $\alpha = 1$, $\lambda = 0{,}5$, приведен на рис. 3.3 (кривые *1*).

Адресные системы с частичной обработкой сигналов в ретрансляторе. При данном виде обработки сигналов в приемнике ретранслятора производится фильтрация и детектирование сигналов с принятием решения относительно переданных элементов кода. Сигналы декодируются в приемнике абонента. Помехи, действующие на вход ретранслятора, приводят к искажению элементов кода.

Вероятность поражения элементов кода является функцией вероятности поражения элементов в приемниках ретранслятора $p_{\text{эк р}}$ и абонента $p_{\text{эк а}}$, т. е. $p_{\text{эк}}=p_{\text{эк р}}+2_{\text{эк а}}-2p_{\text{эк р}}p_{\text{эк а}}\approx p_{\text{эк р}}+p_{\text{эк а}}$ при $p_{\text{эк р}}\ll 1$, $p_{\text{эк а}}\ll 1$. Считая сигнал-шум заданным, запишем выражение для оценки помехоустойчивости на входе приемника абонента (выходе ретранслятора)

$$\Pi_{\text{вых}}=L(p_{\text{эк а}}-p_{\text{фл}})=\varepsilon_0(\varepsilon_0-1)/\alpha^2;$$
$$\varepsilon_0=\alpha\sqrt{Lp_{\text{эк а}}}=p_{\text{эк а}}/p_{\text{фл}}. \quad (3.34а)$$

Отношение сигнал-шум на выходе приемника абонента выражается через характеристики ретранслятора и системы связи: $q=\lambda P_{\text{р}}/(\nu_1 R_0 N)$. Из последнего равенства (3.34а) находим, что $L=p_{\text{эк а}}/(\alpha p_{\text{фл}})^2$. Тогда помехоустойчивость, приведенная ко входу ретранслятора, определится следующим образом:

$$\Pi_{\text{вх}}=Lp_{\text{эк р}}=p_{\text{эк а}}p_{\text{эк р}}/(\alpha p_{\text{фл}})^2. \quad (3.34б)$$

При этом помехоустойчивость АС оказывается максимальной и равной помехоустойчивости приемника абонента при $p_{\text{эк р}}=p_{\text{эк а}}=0{,}5\,p_{\text{эк}}$.

Максимальную пропускную способность находим из (3.34а) при $N=2^{1-m}L$ (m — число бит, кодируемых при передаче информации) в виде

$$N_{\max}=2a\theta\lambda P_{\text{р}}/[\nu_1 R_0(\ln N_{\max}+c)],$$

где $c=m\ln 2-\ln p_{\text{эк}}-2b$.

График помехоустойчивости, вычисленный в соответствии с (3.34) при $\alpha=1$, приведен на рис. 3.3 (кривые *2*).

Адресные системы с полной обработкой сигналов в ретрансляторе. Общая вероятность ошибки в коде слагается из вероятностей поражения кода в приемниках ретранслятора и абонента, т. е. $p_{\text{к}}\approx p_{\text{к а}}+p_{\text{к р}}$ при $p_{\text{к р}}\ll 1$ $p_{\text{к а}}\ll 1$.

Помехоустойчивость АС связи определится как

$$\Pi_{\text{вых}}=\varepsilon_0(\varepsilon_0-1)/\alpha^2=L(\varphi(p_{\text{к а}})-p_{\text{фл}}), \quad (3.35)$$

где $\varepsilon_0=\alpha\sqrt{L\varphi(p_{\text{к а}})}=p_{\text{к а}}/p_{\text{фл}}$, $\varphi(\cdot)$ представлена графически на рис. 2.13 для биортогональных кодов с числом элементов в коде, равным 2^{m-1}, $m\in\{5, 6, 7\}$.

Помехоустойчивость АС, приведенная ко входу ретранслятора, определяется как

$$\Pi_{\text{вх}}=L[\varphi(p_{\text{к р}})], \quad (3.36а)$$

где $L=\varphi(p_{\text{к а}})/(\alpha p_{\text{фл}})^2$. В результате выражение для оценки помехоустойчивости АС можно представить в виде

$$\Pi_{\text{вх}}=\varphi(p_{\text{к р}})\varphi(p_{\text{к а}})/(\alpha p_{\text{фл}})^2. \quad (3.36б)$$

Помехоустойчивость максимальна при $p_{\text{к а}}=p_{\text{к р}}=0{,}5\,p_{\text{к}}$, т. е. $\Pi_{\text{вх}}=[\varphi(0{,}5\,p_{\text{к}})/(\alpha p_{\text{фл}})]^2$.

Для нахождения максимальной пропускной способности системы в выражении для L из (3.36а) положим $L=2^{m-1}N$. Принимая во внимание выражение для $q=\lambda P_{\text{р}}/(\nu_1 R_0 N)$, максимальную пропускную способность можно определить как $N_{\max}=2a\theta\lambda P_{\text{р}}/[\nu_1 R_0(\ln N_{\max}+c)]$, где $c=2\ln\alpha+\ln 2^{m-1}-\ln\varphi(0{,}5p_{\text{к}})-2b$. График помехоустойчивости, вычисленный в соответствии с (3.36) при $\alpha=1$, приведен на рис. 3.3 (кривые 3). Графики построены для двух значений энергетического потенциала ретранслятора $E/\nu_1=\lambda P_{\text{р}}/(\nu_1 R_0)=3{,}125\cdot 10^n$, $n\in\{4, 5\}$.

Заметим, что помехоустойчивость систем связи без обработки сигналов в ретрансляторе, использующих когерентные сигналы или сигналы с ППРЧ, слабо зависит от числа каналов в системе. Отсюда следует, что пропускная способность системы связи при сохранении высокой ее помехоустойчивости может быть увеличена за счет увеличения числа каналов, а не скорости передачи информации в каждом из них.

3.4. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ РЕТРАНСЛЯТОРА НА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ АДРЕСНОЙ СИСТЕМЫ

Прохождение смеси сигналов и помех через нелинейный ретранслятор (РТР) сопровождается рядом эффектов, которые приводят к перераспределению выходной мощности [38], подавлению слабого сигнала сильным [95], кроссмодуляции [95], а также к интерференции сигналов и интермодуляционных составляющих [94], что в конечном счете сказывается на помехоустойчивости и пропускной способности системы [49].

Наиболее распространенным методом анализа нелинейных преобразований в РТР является метод [34, 90], основанный на определении энергетического спектра процесса на выходе РТР по его автокорреляционной функции. Основным ограничением данного метода является отсутствие возможности учета интерференционных эффектов, что в ряде случаев приводит к завышенным оценкам помехоустойчивости и пропускной способности систем.

Для устранения указанного ограничения анализ нелинейных преобразований в РТР проведем во временно́й области. Смесь сигналов и помех на входе РТР представим в виде

$$u_{\text{вх}}(t) = \sum_{i=1}^{L} A_i \cos\left[(\omega_0 + \omega_i)t + \varphi_i(t) + \theta_i\right] + n_1(t), \quad (3.37)$$

где $A_i, \omega_0 + \omega_i, \varphi_i(t), \theta_i$ — соответственно амплитуда, несущая частота, закон угловой модуляции (манипуляции), начальная фаза i-го сигнала; ω_0 — угловая частота, соответствующая середине полосы пропускания РТР; $n_1(t)$ — стационарный гауссовский шум с нулевым средним и дисперсией σ^2.

Процесс (3.37) в дальнейшем будет полагать узкополосным, тогда отклик нелинейного РТР на входное воздействие в соответствии с [12] определяется выражением

$$u_{\text{вых}}(t) = g(\sqrt{x^2+y^2})\cos[\omega_0 t + \\ + \operatorname{arctg}(y/x) + f(\sqrt{x^2+y^2})], \quad (3.38)$$

где $x \triangleq x(t)$, $y \triangleq y(t)$ — квадратурные составляющие входного процесса; $g(\cdot)$, $f(\cdot)$ — соответственно амплитудная (АХ) и фазоамплитудная (ФАХ) характеристика РТР.

Для удобства аналитических исследований представим (3.38) двойным интегралом Фурье

$$u_{\text{вых}}(t) = (1/2\pi)\iint\limits_{-\infty}^{\infty} C(\xi_1, \xi_2)\exp[\mathrm{j}(\xi_1 x + \xi_2 y)]\, d\xi_1 d\xi_2, \quad (3.39)$$

где

$$C(\xi_1, \xi_2) = \operatorname{Re}\exp(\mathrm{j}\omega t)\iint\limits_{-\infty}^{\infty} g(\sqrt{x^2+y^2})\exp\{\mathrm{j}[\operatorname{arctg}(y/x) + \\ + f(\sqrt{x^2+y^2}) - \xi_1 x - \xi_2 y]\}\, dx dy. \quad (3.40)$$

Преобразовав (3.40) к полярным координатам $x=\rho\cos\varphi$, $y=\rho\sin\varphi$ и выполнив интегрирование по φ с учетом разложения (8.511.4) из [23], получим:

$$C(\xi_1, \xi_2) = \operatorname{Re}\exp[\mathrm{j}(\omega_0 t - \operatorname{acrtg}\xi_1/\xi_2)] \times \\ \times \int\limits_0^{\infty} \rho g(\rho)\exp[\mathrm{j}f(\rho)]\, J_1(\rho\sqrt{\xi_1{}^2 + \xi_2{}^2})\, d\rho. \quad (3.41)$$

Выражение (3.39) с учетом (3.41) после преобразования к полярным координатам $\xi_1 = r\cos\gamma$, $\xi_2 = r\sin\gamma$ и интегрирования по γ приводится к виду

$$u_{\text{вых}}(t) = \sum_{k_1, \ldots, k_L = -\infty}^{\infty}{}^{*} A_{k_1, \ldots, k_L}(t)\cos\Big\{\omega_0 t + \\ + \sum_{i=1}^{L} k_i[\omega_i t + \varphi_i(t) + \theta_i] + \psi_{k_1, \ldots, k_L}(t)\Big\} + \\ + \sum_{k_1, \ldots, k_{L+1} = -\infty}^{\infty}{}^{**} R_{k_1, \ldots, k_L}(t)\cos\Big\{\omega_0 t + \sum_{i=1}^{L} k_i[\omega_i t + \varphi_i(t) + \\ + \theta_i] + k_{L+1}\lambda(t) + \psi_{k_1, \ldots, k_{L+1}}(t)\Big\}, \quad (3.42)$$

где

$$A_{k, \dots, k_L}(t) \exp[j\psi_{k_1, \dots, k_L}(t)] =$$

$$= \int_0^\infty r \prod_{i=1}^{L} J_{k_i}(A_i r) J_0[v(t) r] \dot{H}(r) dr; \qquad (3.43)$$

$$R_{k_1, \dots, k_{L+1}}(t) \exp[j\psi_{k_1, \dots, k_{L+1}}(t)] =$$

$$= \int_0^\infty r \prod_{i=1}^{L} J_{k_i}(A_i r) J_{k_{L+1}}[v(t) r] \dot{H}(r) dr; \qquad (3.44)$$

$$\dot{H}(r) = \int_0^\infty \rho g(\rho) \exp[jf(\rho)] J_1(r\rho) d\rho; \qquad (3.45)$$

знак Σ^* означает, что суммирование производится по k, удовлетворяющих условиям $\sum_{i=1}^{L} k_i = 1$, $k_{L+1} = 0$; знак Σ^{**} означает, что суммирование ведется по k, удовлетворяющим условиям $\sum_{i=1}^{L+1} k_i = 1$, $k_{L+1} \neq 0$; k_i — номер гармоники i-го входного сигнала, k_{L+1} — номер гармоники шума; $v(t)$, $\lambda(t)$ — огибающая и фаза входного шума.

Первая сумма в (3.42) описывает сигнальные и интермодуляционные составляющие, возникающие в результате нелинейного взаимодействия сигналов в РТР, а вторая — интермодуляционные составляющие, возникающие в результате взаимодействия сигналов и шума. Огибающие сигнальных и интермодуляционных составляющих и фазовый сдвиг, обусловленный АФК, определяются выражениями (3.43), (3.44). Интеграл (3.45) является преобразованием Ганкеля [54], которое связывает выходной спектр с комплексным коэффициентом передачи РТР.

Математическое ожидание выходного процесса определяется усреднением (3.42) по распределению $n_1(t)$ и с учетом (3.43)—(3.45) приводится к виду

$$s(t) = \sum_{k_1, \dots, k_L = -\infty}^{\infty}{}^{*} A_{k_1, \dots, k_L} \cos\Bigg\{\omega_0 t +$$

$$+ \sum_{i=1}^{L} k_i [\omega_i t + \varphi_i(t) + \theta_i] + \psi_{k_1, \dots, k_L}\Bigg\}, \qquad (3.46)$$

где

$$A_{k_1, \dots, k_L} \exp(j\psi_{k_1, \dots, k_L}) =$$

$$= \int_0^\infty r \prod_{i=1}^{L} J_{k_i}(A_i r) \exp(-0{,}5\sigma^2 r^2)\, \dot{H}(r)\, dr. \qquad (3.47)$$

Выходной шум РТР в соответствии с [81]

$$\eta(t) = u_{\text{вых}}(t) - s(t). \qquad (3.48)$$

Мощность шума на выходе РТР определим, усреднив $\eta^2(t)$ по распределениям $v(t)$, $\lambda(t)$ и Θ_i с учетом (3.42)—(3.47)

$$P_\eta = 0{,}5 \int_0^\infty r \prod_{i=1}^{L} J_0(A_i r) \exp(-0{,}5\sigma^2 r^2)\, dr \times$$

$$\times \int_0^\infty \rho g^2(\rho) J_0(r\rho)\, d\rho - 0{,}5 \sum_{k_1, \dots, k_L = -\infty}^{\infty}{}^{*} A^2_{k_1, \dots, k_L}. \qquad (3.49)$$

Рассмотрим влияние нелинейности РТР на помехоустойчивость системы с кодовым разделением каналов, включающей N приемопередающих станций, использующих сложные фазоманипулированные сигналы, и широкополосный РТР, функционирующий в режиме жесткого ограничения $g(\rho) = 4B_0/\pi$, $f(\rho) = 0$. При оценке помехоустойчивости будем полагать, что $N \gg 1$, ни один из сигналов не доминирует, полоса каждого сигнала равна полосе пропускания РТР, а на вход РТР помимо суммы полезных сигналов и шума воздействует квазидетерминированная помеха

$$u_{\text{п}}(t) = A_{\text{п}} \cos[(\omega_0 + \omega_{\text{п}})t + \varphi_{\text{п}}(t) + \Theta_{\text{п}}]. \qquad (3.50)$$

Дальнейшее рассмотрение проведем для l-го канала системы. С учетом принятых допущений выражения (3.46), (3.47) и (3.49) приводятся к виду

$$s(t) = \sum_{k_l, k_{\text{п}} = -\infty}^{\infty}{}^{*} A_{k_k, k_{\text{п}}} \cos[(\omega_0 + k_l\omega_l + k_{\text{п}}\omega_{\text{п}})t +$$

$$+ k_l \varphi_{\text{псп}l}(t) + k_l \varphi_{\text{не}}(t) + k_{\text{п}} \varphi_{\text{п}}(t) + k_l \Theta_l + k_{\text{п}} \Theta_{\text{п}}]; \qquad (3.51)$$

$$A_{k_l, k_{\text{п}}} = \frac{4B_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{r} J_{k_l}(A_l r) J_{k_{\text{п}}}(A_{\text{п}} r) \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{1}{4}\left(\sum_{i=1;\ i \neq l}^{L} A_i^2 + 2\sigma^2\right)\right] dr; \qquad (3.52)$$

$$P_\eta = 8B_0/\pi^2 - 0{,}5 \sum_{k_l,\ k_п=-\infty}^{\infty}{}^{*} A^2_{k_l,\ k_п}, \qquad (3.53)$$

где $\varphi_{псп\ l}(t)$ характеризует фазовую манипуляцию несущей l-го сигнала по закону ПСП; $\varphi_{и\ l}(t)=(n+1)\pi$ — закон информационной манипуляции в l-м канале; B_0 — порог ограничения.

Из анализа (3.51) следует, что при выполнении условия

$$|(k_l-1)\varphi_{псп\ l}(t)+k_п\varphi_п(t)|=2n\pi,\ n=0,\ 1,\ldots \qquad (3.54)$$

интермодуляционные составляющие, образующиеся в результате нелинейного взаимодействия l-го сигнала и помехи, повторяют форму сигнала в l-м канале, а следовательно, сворачиваются в приемном устройстве без ослабления.

С учетом вышеизложенного для l-го канала помехами являются выходной шум, составляющие отклика РТР, не удовлетворяющие условию (3.54), и интермодуляционные составляющие, повторяющие форму сигнала в l-м канале.

Вероятность ошибочного приема элементарного символа с учетом (3.51), (3.53), (3.54) в соответствии с [7] определяется выражением

$$P_e(\Theta) = 1 - \Phi\left\{\sqrt{2E_e/(\nu_0+\nu_п+\nu_э)}\left[1 + \sum_{\substack{k_l,\ k_п=-\infty \\ (k_l+k_п=1,\ k_l\neq 1)}}^{\infty}{}' g_{k_l,\ k_п}\operatorname{sinc}\alpha_{k_l,\ k_п}\cos(\alpha_{k_l,\ k_п}+\beta_{k_l\ k_п})\right]\right\}, \qquad (3.55)$$

где E_l — энергия l-го сигнала; ν_0, $\nu_п$, $\nu_э$ — спектральные плотности соответственно внутреннего белого шума приемника, помехи и эквивалентного шума, обусловленного составляющими отклика РТР, не повторяющими форму сигнала в l-м канале; $g_{k_l k_п}=A_{k_l k_п}/A_{1,0}$ — коэффициент интермодуляционной активности, определяемый как отношение амплитуды составляющей, удовлетворяющей (3.54) к амплитуде сигнала l-го канала на выходе РТР;

$$\alpha_{k_l,\ k_п} = [(k_l-1)\omega_l + k_п\omega_п]\,T_l/2;$$

$$\beta_{k_l,\ k_п} = (k_l-1)\,\Theta_l + k_п\Theta_п;$$

$\Phi(x)$ — функция Крампа; знак Σ' означает, что суммируются интермодуляционные составляющие, удовлетворяющие (3.54).

Первый сомножитель аргумента функции Крампа в (3.55) учитывает влияние энергетических эффектов нелинейных преобразований в РТР, а сумма во втором сомножителе — эффекты нелинейной интерференции. Влияние энергетических эффектов на помехоустойчивость и пропускную способность систем с нелинейной ретрансляцией исследовано достаточно полно [74], поэтому в дальнейшем основное внимание уделим анализу эффектов нелинейной интерференции.

Рассмотрим наиболее распространенный метод формирования широкополосного сигнала, при котором несущее колебание манипулируется по фазе 0—π по закону ПСП [74]. В этом случае (3.54) будет выполняться при $\varphi_п(t)=0$ (гармоническая помеха) [94], а также при фазовой манипуляции помехового колебания на 0—π по произвольному закону [94]. Причем (3.54) будут удовлетворять все интермодуляционные составляющие, для которых $|k_l|=2n+1$, $|k_п|=2n$, $n=0, 1, \ldots$ Полагая начальные фазы сигнала и помехи независимыми и равномерно распределенными в интервале [0—2π], определим среднюю вероятность ошибочного приема символа, усреднив (3.55) по распределениям Θ_l и $\Theta_п$:

$$p_e=1-\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\pi \Phi\left[\sqrt{\frac{2E_l}{\nu_0+\nu_п+\nu_э}}\left(1+\sum_{\substack{k_l,\ l_п=-\infty\\ (k_l+k_п=1,\ k_l\neq 1)}}^{\infty} g_{k_l,\ k_п}\operatorname{sinc}\frac{k_п\Omega T_с}{2}\cos\frac{k_п\gamma}{2}\right)\right]d\gamma, \quad (3.56)$$

где $\Omega=\omega_п-\omega_с$.

Из анализа (3.56) непосредственно следует, что интерференционные помехи оказывают влияние на помехоустойчивость лишь в случае, когда несущая частота помехового сигнала с точностью до полосы пропускания фильтра-интегратора совпадает с несущей частотой сигнала, в противном случае (3.56) приводится к виду

$$p_e=1-\Phi\left[\sqrt{2E_l/(\nu_0+\nu_п+\nu_э)}\right]. \quad (3.57)$$

Эффективность воздействия интерференционных помех, как следует из (3.56), непосредственно определяет-

ся величиной $g_{k_l, k_п}$ и отношением сигнал-шум на входе приемника. На рис. 3.4, 3.5 представлены зависимости изменения амплитуд сигнала и интермодуляционных составляющих третьего порядка от отношения $A_п/A_l$ при различных отношениях сигнал-шум на входе ретранслятора, рассчитанные в соответствии с (3.52) по методике

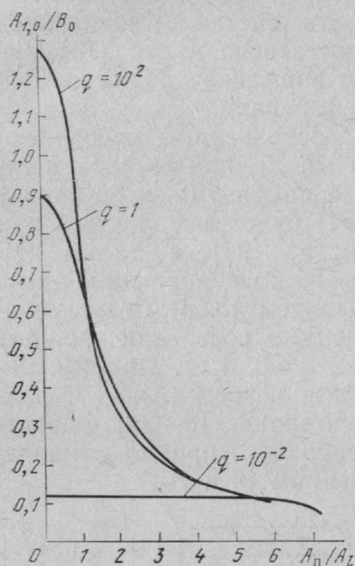


Рис. 3.4

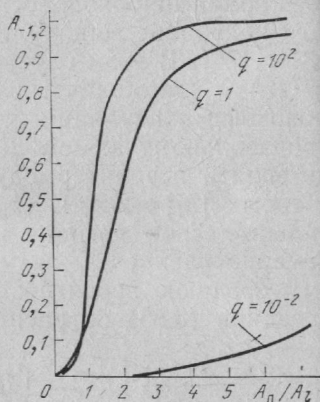


Рис. 3.5

[25]. Анализ графических зависимостей показывает, что при $N=1$ и незначительных ($P_п/P_l=9—10$ дБ) превышениях помехи над сигналом уровень интермодуляционной составляющей $A_{-1,2}$ становится соизмеримым с сигнальной, что приводит к практически полному подавлению сигнала независимо от его базы. С увеличением числа полезных сигналов уровень интерференционных составляющих падает, однако с уменьшением $g_{k_l, k_п}$ заметно уменьшается отношение сигнал-шум на входе приемника вследствие энергетического подавления, поэтому влияние интерференции и в этом случае может оказаться существенным.

Из проведенного анализа сделаем следующие выводы:

помехоустойчивость и пропускная способность систем с нелинейной ретрансляцией определяется совместным проявлением энергетических и интермодуляционных эффектов;

помехоустойчивость в условиях интерференционных помех не зависит от базы сигнала;

пренебрежение интерференционными эффектами может привести к существенно завышенным оценкам помехоустойчивости и пропускной способности систем.

В заключение следует отметить, что существенное влияние интерференционных эффектов на помехоустойчивость систем связи требует разработки специальных методов повышения помехоустойчивости в этих условиях. Возможные пути решения данной задачи предложены в [90, 93].

Глава 4

СИНТЕЗ ПРИЕМНИКОВ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

4.1. МЕТОДЫ СИНТЕЗА СИСТЕМ ФИЛЬТРАЦИИ

Среди различных методов синтеза необходимо особо выделить теорию оптимальной нелинейной фильтрации марковских процессов, которая была предложена и по основным направлениям развита Р. Л. Стратоновичем в 1959—1960 гг [54]. Вектор фильтруемых параметров предполагается при этом многокомпонентным процессом Маркова, аддитивный шум $n(t)$ — белым со спектральной плотностью мощности N_0. При этом уравнение для апостериорной плотности вероятностей параметров $\lambda(t)$ является интегродифференциальным и практически малопригодным для использования.

Ограничимся решением задачи в гауссовском приближении, основанном на предположении, что при большом отношении сигнал-шум на выходе фильтрующей системы апостериорная плотность вероятностей будет нормальной. Применимость гауссовского приближения при решении задач синтеза приемников подробно анализируется в [37]. Система уравнений оптимальной нелинейной фильтрации в гауссовском приближении имеет вид

$$\dot{\lambda}_\alpha^* = h_\alpha(\lambda^*) + \sum_{\beta=1}^{g} K_{\alpha\beta} \frac{\partial F(\lambda^*, t)}{\partial \lambda_\beta^*}, \ \alpha, \beta = 1, 2, \ldots, g; \quad (4.1)$$

$$\dot{K}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} N_{\alpha\beta} + \sum_{\gamma=1}^{g} \left[K_{\alpha\gamma} \frac{\partial h_\beta(\lambda^*)}{\partial \lambda_\gamma^*} + K_{\beta\gamma} \frac{\partial h_\alpha(\lambda^*)}{\partial \lambda_\gamma^*} \right] +$$

$$+ \sum_{\gamma=1}^{g} \sum_{\delta=1}^{g} K_{\alpha\gamma} K_{\beta\delta} \frac{\partial^2 F(\lambda^*, t)}{\partial \lambda_\gamma^* \partial \lambda_\delta^*}, \ \alpha, \gamma = 1, 2, \ldots, g. \quad (4.2)$$

Здесь λ_α^* — оценочные значения составляющих вектора $\boldsymbol{\lambda}$.

Эти уравнения связаны друг с другом, так как функции $K_{\alpha\beta}$, определяемые из (4.2), входят в (4.1), выполняя в них роль переменных коэффициентов.

Полезно подчеркнуть, что вытекающая из уравнений (4.1) и (4.2) система фильтрации обеспечивает получение оценочных значений всех составляющих вектора λ, как несущих так и не несущих информацию, т. е. информационных и неинформационных параметров.

Точность оценки информационных параметров сигнала будет тем выше, чем с большей точностью известны все другие его параметры. Например, точность оценки частоты при известной фазе сигнала будет выше, чем при неизвестной. Следовательно, образованные в процессе работы системы фильтрации оценки неинформационных параметров позволяют повысить точность оценки информационных параметров.

Уравнения (4.1), (4.2) определяют структуру нестационарной системы фильтрации с переменными во времени коэффициентами усиления. Однако на практике обычно проводят дальнейшее упрощение уравнений: отбрасывают вибрационные члены с удвоенной частотой, усредняют элементы ковариационной матрицы ошибок или используют условия $K_{\alpha\beta}$=const, что в среднем справедливо для режима слежения. Результатом таких преобразований является замена переменной величины $K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{\lambda}, t)$ на какое-то постоянное значение $K_{\alpha\beta}^*$, после чего уравнение (4.2) может быть записано в виде

$$\frac{1}{2} N_{\alpha\beta} + \sum_{\gamma=1}^{g} \left[K_{\alpha\gamma}^* \frac{\partial h_\beta(\lambda^*)}{\partial \lambda_\gamma} + K_{\beta\gamma}^* \frac{\partial h_\alpha(\lambda^*)}{\partial \lambda_\gamma} + \right.$$

$$+\sum_{\gamma=1}^{g}\sum_{\delta=1}^{g}K^{*}_{\alpha\gamma}K^{*}_{\beta\delta}\frac{\partial F(\lambda^{*},\ t)}{\partial\lambda_{\gamma}\partial\lambda_{\delta}}=0. \qquad (4.3)$$

Особенности фильтрации укороченного вектора параметров. На практике часто возникает ситуация, когда для наблюдателя представляет интерес не весь вектор параметров сигнала, а только его часть. При этом наиболее сложен случай, когда не интересующие наблюдателя параметры изменяются во времени. Такая ситуация возникает, например, при связи с объектом, имеющим нестабильный задающий генератор несущей или при распространении сигнала через среду, вносящую сильные фазовые искажения. При этом фаза принимаемого сигнала из-за сильных паразитных флуктуаций может оказаться малоинформативным параметром. Конечно, даже в этом случае возможна фильтрация фазы при сильном расширении полосы пропускания приемника, однако такая мера не всегда будет оправданной, так как приводит к ухудшению помехоустойчивости приема и усложнению приемника, обрабатывающего малоинформативный параметр. Тогда возникает задача оптимальной фильтрации укороченного вектора параметров сигнала. Нелинейная теория фильтрации марковских процессов дает путь решения подобных задач, однако исключение из рассмотрения такого параметра, как фаза сигнала, сильно усложняет задачу. Объясняется это тем, что частная производная от сигнала по частоте, которая определяет дискриминационную характеристику по частоте, оказывается равной нулю. Это является следствием того, что частота входит в радиосигнал в виде неявного параметра.

Действительно, пусть принимаемый сигнал имеет вид

$$s(t)=A_{c}\cos\Theta(t),\quad \Theta(t)=\int_{0}^{t}\omega(t')\,dt', \qquad (4.4)$$

тогда $\partial s/\partial\Theta=-A_{c}\sin\Theta$, а $\partial s/\partial\omega=0$, так как в $s(t)$ переменная $\omega(t)$ в явном виде отсутствует. Следовательно, непосредственное применение алгоритмов марковской теории нелинейной фильтрации в гауссовском приближении для синтеза устройств оптимальной оценки частоты без оценки фазы не даст желаемого результата. На практике в подобных случаях чисто интуитивно вместо контура ФАП применяют контур ЧАП, но оптимальность такой замены требует специального обоснования.

Для синтеза устройств оптимальной оценки частоты необходимо воспользоваться модифицированной теорией нелинейной фильтрации [58—61]. Модификация заключается в предварительном определении апостериорной плотности вероятностей укороченного вектора состояния. После этого выбирается критерий формирования оценки частоты. Затем, имея выражение для апостериорной плотности вероятностей и критерий формирования оценки, в предположении гауссовской аппроксимации получаем уравнение оптимального следящего фильтра.

Оптимальная фильтрация дискретно-непрерывных процессов. В системах передачи цифровой информации полезный сигнал $s[\lambda,\varphi(t), t]$ зависит не только от вектора непрерывных параметров $\boldsymbol{\lambda}$ но и от дискретного параметра $\varphi(t)$, несущего сообщение в передаваемом сигнале. Если такой сигнал передается в сумме с сигналом синхронизации $s_1(\boldsymbol{\lambda}, t)$, зависящим только от вектора $\boldsymbol{\lambda}$, то в приемнике осуществляется выделение вектора $\boldsymbol{\lambda}$ из сигнала $s_1[\boldsymbol{\lambda}, t]$, который в свою очередь используется для выделения дискретного параметра $\varphi(t)$ из сигнала $s[\boldsymbol{\lambda}, \varphi(t), t]$. При этом приемник синхронизации может быть синтезирован на основе полученных выше уравнений нелинейной фильтрации, а приемник, выделяющий дискретную составляющую, нетрудно получить, используя теорию оптимальных решений [48]. Однако иногда сигнал $s[\lambda, \varphi(t), t]$ передается без сигнала синхронизации, и возникает задача выделения дискретного параметра $\varphi(t)$. Такая задача может быть решена в рамках марковской теории фильтрации непрерывно-дискретных процессов.

Решение этой задачи, которая актуальна при фильтрации сложных сигналов, имеется в ряде работ [59, 60]. Априорные сведения о дискретном процессе задаются уравнением

$$p(j, t+\tau | i, t) = \begin{cases} \delta_{ij}, & \text{если } t_k \leqslant t,\ t+\tau < t_{k+1}, \\ \pi_{ij}, & \text{если } t \text{ и } t+\tau \text{ лежат в соседних интервалах,} \end{cases}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера. В точках $t=t_k$, $k=0, 1, \ldots$ вероятность перехода $p(j, t+\tau | i, t)$ имеет разрыв, т. е. $\lim\limits_{\varepsilon\to 0} p(j, t_k+\varepsilon | i, t_k-\varepsilon)=\pi_{ij}$, $\varepsilon>0$.

Для этих условий уравнение изменения апостериорной плотности вероятностей имеет вид [60]

$$\dot{p}_i(t, \lambda) = L\{p_i(t, \lambda)\} + [F_i(\lambda, t) - \\ - \langle F(t) \rangle] p_i(\lambda, t), \quad (4.5)$$

где

$$<F(t)> = \sum_{i=1}^{n} \int_{\lambda} F_i(\lambda, t) p_i(\lambda, t) d\lambda;$$

$$p_i(t_k + 0, \lambda) = \sum_{j=1}^{n} \pi_{ji} p_i(t_k - 0, \lambda);$$

L — оператор Фоккера — Планка — Колмогорова. Однако в конечном итоге интересуются выделением дискретного параметра $\varphi(t)$, несущего полезную информацию.

В задачах фильтрации дискретно-непрерывных процессов при гауссовском приближении непрерывных процессов используют два представления для смешанной апостериорной плотности вероятностей

$$p_i(\lambda, t) = W(\lambda, t) p(t, i|\lambda). \quad (4.6)$$

$$p_i((\lambda, t) = p_i(t) W(\lambda, t|i), \quad (4.7)$$

где $p(t, i|\lambda)$ — условная вероятность того, что при фиксированном значении непрерывного параметра λ имеем $\varphi = i$, а $p_i(t)$ — апостериорная вероятность i-го состояния дискретного параметра φ, которая безусловна относительно λ.

Для представления (4.6) получена следующая система уравнений:

$$\dot{W}(\lambda, t) = L\{W(\lambda, t)\} + W(\lambda, t)[<F(\lambda. t)> - <F(t)>], \quad (4.8)$$

$$p(i, t|\lambda) = \frac{p(t_k + 0, i|\lambda) \exp\left\{\int_{t_k}^{t} F_i(\tau, \lambda) d\tau\right\}}{\sum_i p(t_k + 0, i|\lambda) \exp\left\{\int_{t_k}^{t} F_i(\tau, \lambda) d\tau\right\}}, \quad t \in t_k, t_{k+1}, \quad (4.9)$$

где

$$\langle F(\lambda, t)\rangle = \sum_{i=1}^{n} F_i(\lambda, t)\, p(i, t|\lambda);$$

$$p(t_k+0, i|\lambda) = \sum_{i=1}^{n} \pi_{ij}(t_k-0, j|\lambda). \qquad (4.10)$$

Для представления (4.7) соответствующая система уравнений приведена в [60]. Однако при решении задачи синтеза оптимальной нелинейной системы при сложных априорных законах изменения параметров, несущих информацию, часто встречаются определенные математические трудности или эта задача не полностью отвечает требованиям практики.

Приведем несколько соображений, подтверждающих этот факт.

1. Известные трудности возникают при синтезе систем фильтрации, когда отдельные компоненты входного процесса $\lambda(t)$ изменяются по сложному полиноминальному закону при большом числе учитываемых членов ряда. Эти трудности резко увеличиваются при синтезе системы фильтрации укороченного вектора параметров, например, без учета фаз. Когда фаза сигнала не учитывается, что соответствует некогерентному случаю, задача нелинейного синтеза решена лишь для постоянной частоты сигнала [71]. Поэтому для получения структуры некогерентного приемника, особенно когда частота входного сигнала изменяется по сложному полиномиальному закону, удобно воспользоваться линейной теорией фильтрации при заданной структуре дискриминатора.

2. Корреляционный приемник сложного сигнала включает как непосредственно следящий коррелятор, так и систему поиска и обнаружения сигнала. При этом приемник работает по следующему алгоритму: вначале происходит поиск сигнала по его параметрам — частоте и задержке, затем происходит захват сигнала следящим приемником, характеризуемый переходным процессом, и, наконец, непосредственное слежение за параметрами сигнала. При этом фильтр Стратоновича (как и фильтр Калмана для линейного случая) будет обеспечивать минимум среднеквадратической ошибки как в нестационарном, так и в стационарном режимах. Однако во многих прикладных задачах (например, измерение пара-

метров движения, синхронизации и т. д.) информация о параметрах сигнала в нестационарном режиме непосредственно не используется. Нестационарный режим, и даже начало стационарного, используется, как правило, для точной подстройки следящего фильтра под параметры сигнала и увеличения достоверности того факта, что в результате поиска обнаружен именно искомый полезный сигнал. По этим причинам оказывается, что ошибки фильтрации в нестационарном режиме менее важны, чем, скажем, время переходного процесса. Поэтому при оптимизации параметров следящего фильтра в переходном режиме следует обращать внимание на сокращение времени установления стационарного режима, что сказывается на параметрах линейной части приемника. Такую оптимизацию наиболее просто проводить в рамках линейной теории фильтрации.

Представляется, что если вид дискриминатора и структура фильтрующей системы в целом определены, то при усложнении законов изменения информационных параметров, а также при оптимизации переходного процесса синтез сглаживающих цепей может быть продолжен с использованием более простой и хорошо разработанной линейной теории. Это утверждение основано на соображении, что нелинейная зависимость выделяемого сигнала от фильтруемого параметра разрушается именно в дискриминаторе. Некоторые частные задачи нелинейного синтеза также подтверждают, что с усложнением закона изменения параметра изменяются лишь типы сглаживающих цепей.

4.2. ЛИНЕЙНЫЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА ПРИЕМНИКОВ И РАСЧЕТ СЛЕДЯЩИХ ФИЛЬТРОВ

При линейном синтезе приемников законы изменения параметров сигнала линеаризуются, а нелинейные элементы приемника представляются либо квазилинейными с применением методов статистической линеаризации, либо чисто линейными. Так, при синтезе контуров фазовой и частотной автоподстройки частоты из радиосигнала вида

$$y(t) = \cos\Big[\omega_0 t + \frac{1}{2!}\,\omega\,\Big|_{t_0} t^2 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{m!}\,\omega\,\Big|_{t_0}^{(m-1)} t^m + \theta_{10}\Big] + \frac{n(t)}{A_c},$$

образованного в результате разложения частоты в ряд Тейлора в точке $\omega(t_0)=\omega_0$, получают сигнал для параметра — фазы (или частоты)

$$\theta_0(t)=\theta_{10}+\omega_0 t+\frac{1}{2!}\,\omega\,|_{t_0} t^2+\ldots$$

$$\ldots+\frac{1}{m!}\,\omega\,|_{t_0}^{(m-1)} t^m+\theta_o(t), \tag{4.11}$$

где $\Theta_n(t)$ — шум, вызывающий флуктуации параметров.

Аналогично можно представить закон изменения задержки:

$$\tau_0(t)=\tau_{10}\tau\,|_{t_0}^{(1)} t+\frac{1}{2!}\,\tau^{(2)}\,|_{t_0} t^2+\ldots+\frac{1}{m!}\,\tau^{(m)}\,|_{t_0} t^m+\tau_n(t), \tag{4.12}$$

где $\tau_n(t)$ — параметрический шум .

Параметрические шумы могут быть охарактеризованы своими дисперсиями, выраженными через энергетические параметры сигнала и шума. Так, дисперсии фазовых флуктуаций и флуктуаций задержки соответственно равны

$$\sigma^2{}_\theta=P_ш/2P_с;\ \ \sigma^2{}_\tau=P_ш\tau^2{}_и/2P_с. \tag{4.13}$$

Знание дисперсий и полосы пропускания приемника до дискриминатора позволяет легко находить значения спектральной плотности параметрического шума $N_\lambda=\sigma_\lambda/\Delta f_{эфn}$.

В табл. 4.1 для нескольких типов входных сигналов, заданных в виде линейных форм, приведены конечные выражения передаточных функций оптимальных (в смысле минимума среднеквадратической ошибки (СКО)) линеаризованных следящих систем (фазовой автоподстройки частоты (ФАП) и схемы слежения за задержкой (ССЗ), а также фильтров нижних частот (ФНЧ) и шумовой полосы. Здесь p_0 — оператор Лапласа, l — множитель Лагранжа. Характерно то, что важнейшие характеристики оптимальных систем однозначно определяются через параметр $\Omega_\mu=(l^2d^2{}_\mu/G_\lambda)^{1/2\mu}$, где G_λ — параметрический шум. Как видно из этой таблицы, оптимальной системой является система с астатизмом μ-го порядка. Заметим, что при синтезе контура частотной автоподстройки частоты (ЧАП) оптимальные передаточные функции будут отличаться от приведенных в табл. 4.1 и должны содержать дополнительный сомножитель $1/p_0$, вызванный тем, что бесфильтровая цепь ЧАП является статической системой, в то время как

Таблица 4.1

Входной сигнал $\lambda_\alpha = d_\mu \frac{t^{\mu-1}}{(\mu-1)!}$	Оптимальная передаточная функция для следящей системы $Y(p_0)\vert_{opt}$	Оптимальная передаточная функция фильтра нижних частот $F(p_0)$	Значение параметра Ω_μ	Полоса пропускания шумов
d_1	$\frac{\Omega_1}{\Omega_1 + p_0}$	$\frac{\Omega_1}{K}$	$\left(\frac{l^2 d_1^2}{G_\lambda}\right)^{1/2}$	$\frac{\Omega_1}{2}$
$d_2 t$	$\frac{\Omega_2^2 + 1{,}4\Omega_2 p_0}{\Omega_2^2 + 1{,}4\Omega_2 p_0 + p_0^2}$	$\frac{\Omega_2^2 + 1{,}4\Omega_2 p_0}{K p_0}$	$\left(\frac{l^2 d_2^2}{G_\lambda}\right)^{1/4}$	$1{,}06\Omega_2$
$\frac{d_3 t^2}{2!}$	$\frac{\Omega_3^3 + 2\Omega_3^2 p_0 + 2\Omega_3 p_0^2}{\Omega_3^3 + 2\Omega_3^2 p_0 + 2\Omega_3 p_0^2 + p_0^3}$	$\frac{\Omega_3^3 + 2\Omega_3^2 p_0 + 2\Omega_3 p_0^2}{K p_0^2}$	$\left(\frac{l^2 d_3^2}{G_\lambda}\right)^{1/6}$	$1{,}66\Omega_3$
$\frac{d_4 t^3}{3!}$	$\frac{\Omega_4^4 + 2{,}6\Omega_4^3 p_0 + 3{,}4\Omega_4^2 p_0^2 + 2{,}6\Omega_4 p_0^3}{\Omega_4^4 + 2{,}6\Omega_4^3 p_0 + 3{,}4\Omega_4^2 p_0^2 + 2{,}6\Omega_4 p_0^3 + p_0^4}$	$\frac{\Omega_4^4 + 2{,}6\Omega_4^3 p_0 + 3{,}4\Omega_4^2 p_0^2 t + 2{,}6\Omega_4 p_0^3}{K p_0^3}$	$\left(\frac{l^2 l_4^2}{G_\lambda}\right)^{1/8}$	$2{,}2\Omega_4$
$\frac{d_5 t^4}{4!}$	$\frac{\Omega_5^5 + 3{,}2\Omega_5^4 p_0 + 5{,}2\Omega_5^3 p_0^2 + 5{,}2\Omega_5^2 p_0^3 + 3{,}2\Omega_5 p_0^4}{\Omega_5^5 + 3{,}2\Omega_5^4 p_0 + 5{,}2\Omega_5^3 p_0^2 + 5{,}2\Omega_5^2 p_0^3 + 3{,}2\Omega_5 p_0^4 + p_0^5}$	$\frac{\Omega_5^5 + 3{,}2\Omega_5^4 p_0 + 5{,}2\Omega_5^3 p_0^2 + 5{,}2\Omega_5^2 p_0^3 + 3{,}2\Omega_5 p_0^4}{K p_0^4}$	$\left(\frac{l^2 l_5^2}{G_\lambda}\right)^{1/10}$	$2{,}8\Omega_5$

аналогичные цепи ФАП и ССЗ имеют астатизм первого порядка.

Моделирование передаточных функций следящих фильтров. В общем случае передаточная функция системы с астатизмом μ-го порядка может быть реализована с помощью μ усилителей и идеальных интеграторов. Так, передаточная функция замкнутой системы с астатизмом μ-го порядка имеет вид

$$Y(p_0)=\frac{K_\mu+p_0K_\mu/K_1+p_0^2K_\mu/K_2+\ldots+p_0^{\mu-1}K_\mu/K_{\mu-1}}{K_\mu+p_0K_\mu/K_1+p_0^2K_\mu/K_2+\ldots+p_0^{\mu-1}K_\mu/K_{\mu-1}+p_0^\mu} \qquad (4.14)$$

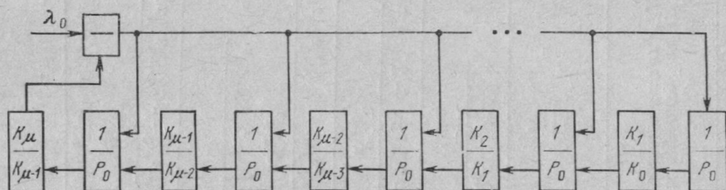


Рис. 4.1

и моделируется схемой, представленной на рис. 4.1, состоящей из μ контуров. Коэффициенты усиления усилителей, входящих в эту схему, можно выразить через параметр Ω_μ, характеризующий полосу пропускания оптимальной системы.

Зададимся, например, системой с астатизмом 4-го порядка

$$Y(p_0)=\frac{K_4+p_0K_4/K_1+p_0^2K_4/K_2+p_0^3K_4/K_3}{K_4+p_0K_4/K_1+p_0K_4/K_2+p_0^3K_4K_2+p_0^4}. \qquad (4.15)$$

Сравнивая (4.15) с передаточной функцией оптимальной системы с астатизмом 4-го порядка, приведенной в табл. 4.1, находим

$$K_4=\Omega^4{}_4;\ K_3=0{,}385\Omega^3{}_4;\ K_2=0{,}294\Omega^2{}_4;$$
$$K_1=0{,}385\Omega_4. \qquad (4.16)$$

Модель следящего фильтра с астатизмом 4-го порядка, параметры которого выражены через полосу пропускания Ω_μ, представлена на рис. 4.2. На практике следящие системы с астатизмом выше 4-го порядка не используются.

Оптимизация параметров фильтра в переходном режиме. Проведенный синтез позволил получить передаточную функцию, оптимальную для установившегося режима фильтрации. Важность оптимизации фильтра в переходном режиме объясняется противоречивыми требованиями к системам фильтрации по возможности обеспечить, с одной стороны, широкие полосы схватывания и малое время переходного процесса, и другой — минимальные значения ошибок фильтрации.

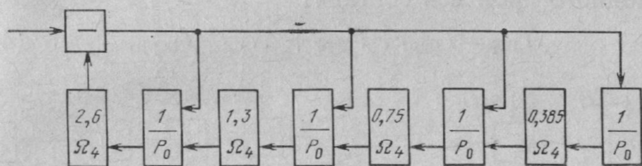


Рис. 4.2

Попытаемся связать эти требования. Уменьшение полосы пропускания следящего фильтра при заданной спектральной плотности мощности помехи обеспечивается увеличением числа членов полиномиального ряда μ. При этом уменьшение полосы пропускания с ростом Ω_μ может быть объяснено двумя причинами: уменьшением μ и уменьшением абсолютных значений коэффициентов d_μ полиномиального ряда. Задача эта решается, если синтезировать единый фильтр, который был бы рассчитан на отработку всех членов ряда, т. е.

$$\lambda_{\alpha 1}=d_1;\ \lambda_{\alpha 2}=d_2 t;\ \lambda_{3\alpha}=d_3 t^2/2,\ \ldots,\lambda_{\alpha\mu}=d_\mu\ \frac{t^{(\mu-1)}}{(\mu-1)!} \quad (4.17)$$

при заданной спектральной плотности мощности помехи $N_\lambda=\text{const}$.

Рассмотрим случай, когда в установившемся режиме следящий фильтр имеет μ контуров, т. е. рассчитан на обработку сигнала, описываемого μ-м членом полинома. Такая структура следящего фильтра обеспечит одновременно оптимальную обработку по критерию минимума СКО при заданной интегральной оценке переходного процесса, первого члена ряда в том случае, если коэффициент усиления первого контура будет равен Ω_1. Это значение коэффициента усиления легко найти из табл. 4.1 при $\mu=1$. Время переходного процесса для такого контура составит

$$T_{\text{пер}}\approx 3\tau_1=3\pi/\Delta f_{\text{опт}1}=6\pi/\Omega_1. \quad (4.18)$$

Для оптимальной отработки второго члена ряда следящий фильтр должен иметь два контура с коэффициентами усиления $K_1=\Omega_2/1,4$ и $K_2/K_1=1,4\Omega_2$. Эти значения коэффициентов усиления легко получить из табл. 4.1 при $\mu=2$. Время переходного процесса в этом случае

$$T_{пер}\approx 3\tau_2=3\pi\Delta f_{эфn2}\approx 3\pi/\Omega_3. \quad (4.19)$$

Аналогичное рассмотрение должно быть продолжено до учета последнего μ-го члена ряда. Тогда общее время переходного процесса составит

$$T_{пер}=T_{пер1}+T_{пер2}+\ \ldots\ +T_{пер\mu}, \quad (4.20)$$

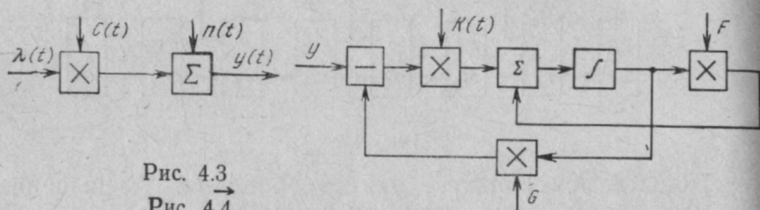


Рис. 4.3

Рис. 4.4

где наибольший вклад в общую продолжительность переходного процесса вносит последний член ряда.

Метод Калмана-Бьюси. Задача фильтрации заключается в обработке колебания $y(t)$, принимаемого на интервале времени $T_i\leqslant n\leqslant t$ с целью получения точечной оценки параметра или параметров полезного сигнала по критерию минимума СКО. Входные процессы при этом обычно описываются векторными дифференциальными уравнениями первого порядка, решение которых дает непосредственно входное сообщение.

В общем случае модель наблюдения записывается в виде

$$y(t)=\mathbf{C}\lambda(t)+n(t), \quad (4.21)$$

где $n(t)$ — белый шум с ковариационной матрицей

$$M\,[n(t_2)\,n^{т}(t_1)]=N(t)\,\delta(t_2-t_1); \quad (4.22)$$

С — модуляционная матрица.

Для скаляра имеем задачу фильтрации огибающей амплитудно-модулированного колебания.

В общем случае $\lambda(t)$ является n-мерным вектором, а канал связи, как и при разнесенном приеме, m-мерным, так что модуляционная матрица имеет размерность $(m\times n)$.

Процесс формирования $y(t)$ иллюстрируется рис. 4.3. Уравнение оптимальной линейной фильтрации имеет вид

$$\dot{\lambda}^* = F(t)\lambda^*(t) + K(t)\,[y(t) - G(t)\lambda^*(t)], \qquad (4.23)$$

где $K(t)$ — коэффициент передачи, равный

$$K(t) = \xi_p(t)\,\mathbf{C}^{\mathrm{T}}(t)R^{-1}(t); \qquad (4.24)$$

$\xi_p(t) = M\,[\lambda_\alpha - \lambda^*_\alpha]$ — ошибка оценивания, которая описывается уравнением вида

$$\dot{\xi}_p(t) = F(t)\xi_p(t) + \xi_p(t)F^{\mathrm{T}}(t) -$$
$$- \xi_p(t)\,G^{\mathrm{T}}R^{-1}(t)\,\mathbf{C}(t)\,\xi_p(t) + G(t)\,QG^{\mathrm{T}}(t), \qquad (4.25)$$

с начальным условием

$$\xi_p(T_i) = M\,[\lambda_l(T_i)\lambda^{\mathrm{T}}{}_l(T_i)], \qquad (4.26)$$

где $M\,[n_\lambda(t_1)\,n^{\mathrm{T}}{}_\lambda(t_2)] = N\delta(t_2 - t_1)$.

Выражения (4.23)—(4.26) полностью определяют структуру и параметры оптимального фильтра. Схема такого фильтра, построенная по уравнению (4.23), изображена на рис. 4.4. Поскольку формирующее уравнение и модель наблюдения являются линейными, то процедуру фильтрации называют линейной. А так как формирующее уравнение является частным случаем многомерного марковского процесса, то и метод синтеза Калмана — Бьюси может быть назван марковской теорией оптимальной линейной фильтрации.

4.3. МОДЕЛИ СООБЩЕНИЙ

В системах связи и управления сообщениями являются речь, телеграфные посылки, сигналы телевидения, телеметрия, данные траекторных измерений, сигналы синхронизации и т. д. Эти сообщения могут иметь непрерывный или дискретный характер. Поэтому возникает задача приближенного описания сообщений с помощью процессов Маркова, для которых существует хорошо разработанная теория нелинейного синтеза.

Описание непрерывных сообщений в линиях связи. Для большинства практически важных случаев передаваемые в линиях связи сообщения представляют собой случайные процессы $\lambda(t)$ с заданным энергетическим спектром, описываемым дробно-рациональной функцией

$$G_\lambda(\omega) = \frac{N_\lambda}{2}\left|\frac{b_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + b_0}{(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_0}\right|^2, \qquad (4.27)$$

где все корни многочлена $x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_0$ имеют отрицательные вещественные части. Процесс $\lambda(t)$ можно сформировать, пропуская белый шум через линейный фильтр с передаточной функцией

$$Y_\mu(p)=\frac{b_{n-1}p^{n-1}+b_{n-2}p^{n-2}+\ldots+b_0}{p^n+a_n^{-1}p^{n-1}+\ldots+a_0},\ p=\frac{d}{dt}. \quad (4.28)$$

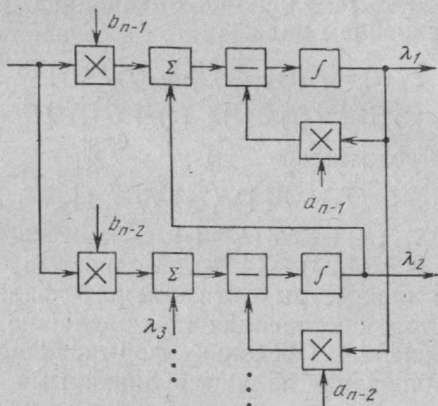


Рис. 4.5

Выходной эффект такой системы может быть определен из следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1&=-a_{n-1}\lambda_1+\lambda_2+b_{n-1}n_\lambda(t),\\ \dot{\lambda}_2&=-a_{n-2}\lambda_1+\lambda_3+b_{n-2}n_\lambda(t),\\ &\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\\ \dot{\lambda}_{n-1}&=-a_1\lambda_1+\lambda_n+b_1n_\lambda(t),\\ \dot{\lambda}_n&=-a_0\lambda_1+b_0n_\lambda(t).\end{aligned} \quad (4.29)$$

В векторно-матричной форме этим уравнениям соответствует запись

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}=F\boldsymbol{\lambda}+Gn_\lambda(t), \quad (4.30)$$

где

$$\boldsymbol{\lambda}=[\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n]^{\mathrm{т}};\ G=[b_{n-1},b_{n-2},\ldots,b_0]^{\mathrm{т}}, \quad (4.31)$$

$^{\mathrm{т}}$ — символ транспонирования.

Схема, моделирующая уравнение (4.29), представлена на рис. 4.5. Вектор $\boldsymbol{\lambda}$ называется вектором состояния данной линейной системы, а уравнение (4.29) — уравнением состояния системы.

Модели наиболее часто встречающихся сообщений приведены в табл. 4.2, а структуры соответствующих моделирующих функций показаны на рис. 4.6.

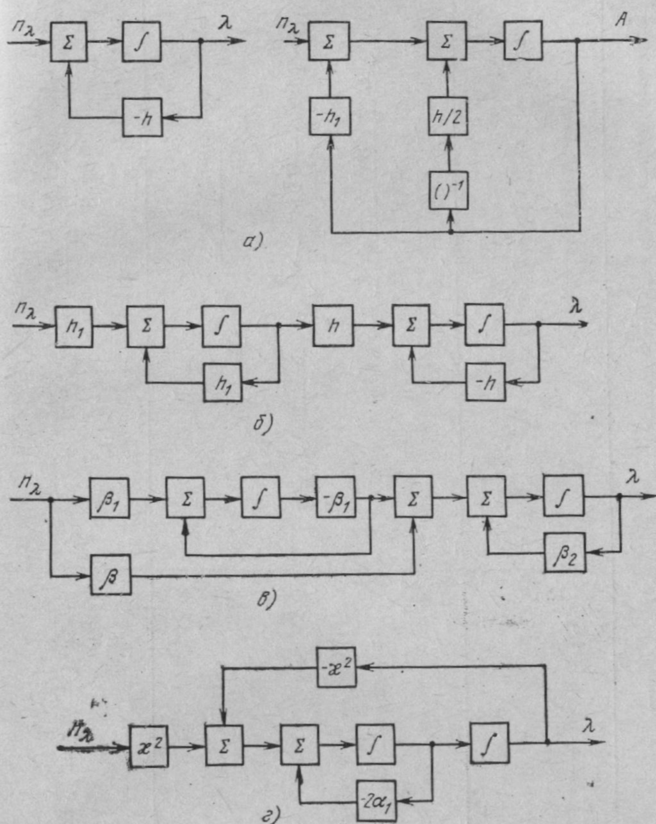


Рис. 4.6

При связи с движущимися относительно друг друга объектами модели изменения параметров сигнала удобно иметь в виде линейных или динамических моделей, представляющих собой суммы линейных форм и стационарных случайных процессов:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{m} b_k \varphi_k(t) + \eta(t), \tag{4.31}$$

Таблица 4.2

Модели сообщений	Уравнения	Энергетический спектр и функция корреляции
Простейшая модель сообщения (низкочастотное сообщение, речевое или телевизионное)	$\dot{\lambda} = -h\lambda + n_\lambda(t)$	$G_\lambda(\omega) = h^2 N_\lambda / 2(h^2 + \omega^2)$ $K_\lambda(\tau) = \sigma_\lambda^2 \exp[-h\mid\tau\mid], \ \sigma_\lambda^2 = N_\lambda/4h$
Модель типового телеметрического сообщения	$\dot{\lambda} = -h\lambda + h\lambda_1,$ $\dot{\lambda}_1 = h_1\lambda_1 + h_1 n_\lambda(t)$	$G_\lambda(\omega) = \dfrac{N_\lambda h^2 h_1^2}{2(\omega^2 + h_1^2)(\omega^2 + h^2)}$ $K_\lambda(\tau) = \dfrac{\sigma_\lambda^2}{h - h_1}(h_1 \exp[-h\mid\tau\mid] - h \exp[-h_1\mid\tau\mid]),$ $\sigma_\lambda^2 = \dfrac{N_\lambda h h_1}{4(h_1 + h)}$
Модель речевого сообщения	$\dot{\lambda} = -\beta_2\lambda - \beta_1\lambda_1 +$ $+\beta_1 n_\lambda(t),$	$G_\lambda(\omega) = \dfrac{N_\lambda \omega^2 \beta_1}{2(\omega^2 + \beta_1^2)(\omega^2 + \beta_2^2)},$

Продолжение табл. 4.2

Модели сообщений	Уравнения	Энергетический спектр и функция корреляции
	$\dot{\lambda}_1 = -\beta_1\lambda_1 + \beta_1 n_\lambda(t)$	$K_\lambda(\tau) = \dfrac{\sigma_\lambda^2}{\beta_1 - \beta_2}\{\beta_1 \exp[-\beta_1\mid\tau\mid] - \beta_2 \exp[-\beta_2\mid\tau\mid]\},$ $\sigma_\lambda^2 = \dfrac{N_\lambda \beta_1}{4(\beta_1 + \beta_2)}$
Модель узкополосного радиосообщения, спектр которого сосредоточен около центральной частоты	$\dot{\lambda} = \lambda_1, \ \dot{\lambda}_1 = -2\alpha_1\lambda_1 -$ $-\varkappa^2\lambda + \varkappa^2 n_\lambda(t)$	$G_\lambda(\omega) = \dfrac{N_\lambda \varkappa^4}{2[(\omega - \varkappa)^2 + \alpha_1^2][(\omega + \varkappa)^2 + \alpha_1^2]}$ $K_\lambda = \sigma_\lambda^2 \exp[-\alpha_1\mid\tau\mid][\cos\varkappa\tau + (\alpha_1/\varkappa)\sin\varkappa\mid\tau\mid], \quad \varkappa^2 \gg \alpha_1^2;$ $\sigma_\lambda^2 = N\lambda\varkappa^2/8_1\alpha$

где φ_k — заданные детерминированные функции; b_k — постоянные неизвестные коэффициенты; $\eta(t)$ — стационарный или винеровский случайный процесс.

В частном случае, когда $\varphi_k(t)=t^k$, $\eta(t)=0$, получаем

$$x(t)=x_0+Vt+Wt^2+\ \ldots, \tag{4.33}$$

где x_0, V, W — начальное значение, скорость и ускорение изменения процесса, которые можно принять нормальными случайными величинами с известными характеристиками. В разложении (4.32) можно учитывать любое число членов ряда.

Передача сообщений дискретными методами. При передаче сообщений непрерывного типа дискретными методами информационный параметр может быть аппроксимирован простой однородной стационарной цепью Маркова. Так, априорные вероятности $p_i(t)$ состояний дискретного марковского процесса $\varphi(t)$ описываются уравнением Колмогорова — Чепмена

$$\dot{p}_i(t)=\sum_{j=0}^{n} p_j(t)\, a_{ji}(t), \tag{4.34}$$

где $\{a_{ij}(t)\}$ — матрица интенсивностей перехода $\varphi(t)$ из одного состояния в другое.

Однако на практике имеется достаточно широкий класс сигналов, описание которых уравнением (4.34) затруднительно или вообще невозможно [60]. В частности, к ним относятся сигналы, используемые в системах передачи цифровой информации, для которых смена значений дискретного параметра $\varphi(t)$ происходит только в фиксированные известные моменты времени, разделенные интервалом $T_и$. Значения дискретного параметра на разных тактовых интервалах образуют однородную цепь Маркова с матрицей перехода из i-го состояния в j-е $\Pi=\{\pi_{ij}\}$, i, $j=1$, и вектором вероятностей начального состояния $p=\{p_i\}$, $i=\overline{1,\ n}$. Отсюда вероятность перехода $p(j,\ t+\tau\,|\,i,\ t)=p\{\varphi(t+\tau)=j\,|\,\varphi(t)=i\}$ (т. е. вероятность того, что $\varphi(t+\tau)=j$ при условии $\varphi(t)=i$) для процесса в непрерывном времени равна

$$p(j,\ t+\tau\,|\,i,\ t)=$$
$$=\begin{cases}\delta_{ij}, \text{ если } t_k\leqslant t,\ t+\tau<t_{k+1},\\ \pi_{ij}, \text{ исли } t \text{ и } t+\tau \text{ лежат в соседних интервалах,}\end{cases} \tag{4.35}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера.

В точках, разделенных интервалом, кратным $T_и$, вероятность перехода $p(j, t+\tau|i, t)$ имеет разрыв, и справедливо равенство

$$\lim_{\varepsilon\to 0} p(j, t_k+\varepsilon|i, t_k-\varepsilon)=\pi_{ij}, \ \varepsilon>0. \qquad (4.36)$$

При аппроксимации дискретных процессов в форме (4.35) и (4.36) имеется возможность описать достаточно широкий класс реальных цифровых сигналов в системах связи и управления, в частности, сигналы с частотной телеграфией (ЧТ), фазовой телеграфией (ФТ), кодово-импульсной модуляцией (КИМ), время-импульсной (ВИМ) и др.

4.4. СИНТЕЗ ПРИЕМНИКОВ ФМ СИГНАЛОВ

КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ ФМ СИГНАЛОВ

Задачи выделения сигналов с псевдослучайной фазовой манипуляцией рассматривались в ряде работ, в которых предложено множество приемников с различными статистическими свойствами. Структура оптимального приемника зависит от начальных условий, размерности вектора оцениваемых параметров и глубины фазовой модуляции. Случай некогерентной фильтрации параметров сигнала, когда по каким-либо соображениям целесообразно не производить явную оценку фазы, является примером оценки укороченного вектора состояния. Различные примеры синтеза приемников ФМ сигналов рассмотрим более подробно, что позволит более кратко описать оптимальные приемники ДЧМ, ЧФМ и ППРЧ сигналов. Зная конечные результаты синтеза для ФМ сигналов, нетрудно проделать аналогичные операции при других формах сигналов. Рассмотрим, в частности, такие задачи синтеза оптимальных приемников: оптимальное выделение псевдослучайного ФМ сигнала с произвольной глубиной модуляции, с ФМ на $\pi/2$ и в случае, когда фаза и задержка функционально связаны между собой; синтез некогерентных приемников, приемников импульсного сигнала и сигнала с дополнительной модуляцией дискретным сообщением; синтез приемников при сложных априорных законах изменения фильтруемых параметров и при наличии запаздывания по управлению в цепи обратной связи.

ФИЛЬТРАЦИЯ ФМ СИГНАЛА С ПРОИЗВОЛЬНЫМ УГЛОМ МАНИПУЛЯЦИИ

Рассмотрим случай фильтрации фазоманипулированного псевдослучайного радиосигнала [64]

$$s(t)=\sum_{i=1}^{R}\sum_{k=1}^{L} A_c \operatorname{rect}[t-(k-1)\tau_и - T_{i-1} -$$

$$-\tau_0(t)]\{\cos\Theta_1\cos[\omega_0 t+\Theta_0(t)]+a_k\sin\Theta_1\sin[\omega_0 t+\Theta_0(t)]\}. \tag{4.37}$$

При этом на угол модуляции Θ_1 не будем налагать каких-либо ограничений. Процесс на входе приемника представим в виде $y(t)=s(t)+n(t)$, где $s(t)$ определяется из (4.37). Будем полагать, что фазовый угол Θ_0 и временной сдвиг τ_0 сигнала описываются следующими стохастическими дифференциальными уравнениями:

$$\dot{\Theta}=n\Theta(t);\ \dot{\tau}=n_\tau(t), \tag{4.38}$$

где $M[n_{\Theta,\tau}(t_1)n_{\Theta,\tau}(t_2)]=0{,}5N_{\Theta,\tau}\delta(t_2-t_1)$.

Уравнения (4.38) характеризуют условия связи между двумя неподвижными объектами. Из (4.1) при условии (4.37) и (4.38) получим уравнения оптимальной фильтрующей системы

$$\dot{\theta}^*=K_{\Theta\Theta}F_{\Theta}+K_{\theta\tau}F_\tau;\ \dot{\tau}^*=K_{\theta\tau}F_\Theta+K_{\tau\tau}F_\tau, \tag{4.39}$$

где Θ^* и τ^* — апостериорные значения фазы и задержки, равные

$$\Theta^*=\Theta_0+\Theta;\ \tau^*=\tau_0+\tau; \tag{4.40}$$

Θ, τ — ошибки оценки фазы и задержки;

$$F_\Theta=-\frac{2}{N_0}y(t)A_c[\cos\Theta_1\sin(\omega_0 t+\theta^*)-$$

$$-g(t-\tau^*)\sin\Theta_0\cos(\omega_0 t+\theta^*);$$

$$F_\tau=\frac{2}{N_0}y(t)A_c\frac{\partial g(t\tau^*)}{\partial\tau}\sin\Theta_1\sin(\omega_0 t+\Theta_0).$$

После применения метода временнóго усреднения для кумулянтов $K^*_{\alpha\beta}$, за период следования импульсов, получим

$$-0{,}5N_0+K^{*2}_{\Theta\Theta}\overline{F}_{\Theta\Theta}+K^*_{\Theta\tau}\overline{F}_{\tau\tau}=0,$$

$$K^*_{\Theta\Theta}K^*_{\Theta\tau}\overline{F}_{\Theta\Theta}+K^*_{\Theta\tau}K^*_{\tau\tau}\overline{F}_{\tau\tau}=0,$$

$$-0{,}5N_\tau+K^{*2}_{\Theta\tau}\overline{F}_{\Theta\Theta}+K^{*2}_{\tau\tau}\overline{F}_{\tau\tau}=0, \tag{4.41}$$

где

$$\overline{F}_{\Theta\Theta} = -(A_c^2/N_0)[\cos^2\Theta_1 + r_s(\tau)\sin^2\Theta_1];$$

$$\overline{F}_{\tau\tau} = -(A_c^2/N_0)[\ddot{r}_s(\tau)]_\tau \sin^2\Theta_1.$$

Решение системы уравнений (4.41) имеет вид

$$K^*_{\Theta\tau} = 0;\ K^* = \sigma^2_\Theta \sqrt{\frac{N^0 N_\Theta}{2A_c^2}};\ K^*_{\tau\tau} = \sigma_\tau^2 = \sqrt{\frac{N_0 N_\tau}{2A_c^2 \ddot{r}_s(\tau)\sin^2\Theta_1}}. \tag{4.42}$$

Необходимо отметить, что σ_τ — среднеквадратическая ошибка оценки задержки зависит от периода модулирующей последовательности и угла фазовой манипуляции. Это следует из выражения (4.42), в котором $\ddot{r}_s(\tau)$ прямо пропорциональна периоду модулирующей последовательности.

Используя найденные для кумулянтов выражения, окончательно получим следующую систему уравнений фильтрации:

$$\dot{\Theta} - y(t)\sqrt{\frac{2N_\Theta \sin^2\Theta_1}{N_0}}\, g(t-\tau^*)\cos(\omega_0 t + \Theta^*) = -\dot{\Theta}_0, \tag{4.43}$$

$$\dot{\tau} - y(t)\sqrt{\frac{2N_\tau}{N_0 \ddot{r}_s(\tau)}}\, \frac{\partial g(t-\tau^*)}{\partial\tau^*}\sin(\omega_0 t + \Theta^*) = -\dot{\tau}_0.$$

В первом уравнении системы (4.43) мы пренебрегли широкополосным слагаемым $K_\Theta y(t)\cos\Theta_1\sin(\omega_0 t + \Theta^*)$ на том основании, что его мощность в полосе пропускания следящей системы в базу раз меньше, чем мощность оставленного узкополосного слагаемого $K_\Theta y(t) g(t-\tau^*)\cos(\omega_0 t + \Theta^*)$. Из этой системы уравнений видно, что коэффициенты усиления цепей обратных связей зависят от интенсивности блуждания фазы, задержки и помех и не зависят от амплитуды сигнала. Кроме того, коэффициент усиления ФАП зависит от угла манипуляции Θ_1, а ССЗ — от вида модулирующей последовательности $\ddot{r}_s(\tau)$.

Покажем, как $\ddot{r}_s(\tau)$ связана с периодом последовательности или с базой сигнала. Если ΔT — ширина корреляционной функции сложного ФМ сигнала, а ΔF — ширина его спектра, то

$$\ddot{r}_s(\tau)\big|_{\tau=0} = \frac{4}{\Delta T^2} = 4\Delta F^2 = \frac{1}{\tau_и^2} = 4B^2R^2, \tag{4.44}$$

где B — база сигнала. Следовательно, второе уравнение системы (4.43) может быть записано в виде

$$\dot{\tau} - y(t) \sqrt{\frac{2N_\tau T^2}{N_0 M^2}} \frac{\partial g(t-\tau^*)}{\partial \tau^*} \sin(\omega_0 t + \theta^*) = -\dot{\tau}_0, \quad (4.45)$$

где T — длительность моделирующей последовательности; M — количество элементов в последовательности.

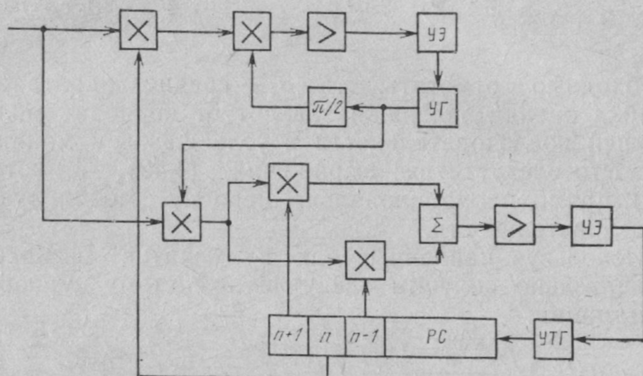


Рис. 4.7

Одна из возможных структурных схем, моделирующих полученные уравнения [74], приведена на рис. 4.7. Коэффициенты усиления равны

$$K_\theta = \sqrt{\frac{2N_\theta \sin^2 \theta_1}{N_0}}; \quad K_\tau = \sqrt{\frac{2N_\tau \tau_и^2}{N_0}} = \sqrt{\frac{N_\tau}{2N_0 \Delta F^2}} = \sqrt{\frac{2N_\tau T^2}{N_0 M^2}},$$

μ_i — коэффициенты пропорциональности перемножителей, РС, УЭ, УГ и УТГ — регистр сдвига, управляющий элемент, управляемый генератор и управляемый тактовый генератор соответственно. Из полученных результатов следут, что оптимальными для передачи кода при ФМ являются противоположные сигналы, для которых $\theta_1 = \pi/2$.

Рассматривая входной сигнал в записи (4.37), нетрудно убедиться, что первый член этой формулы не участвует в формировании $g(z)$ и определяет, по существу, потери, приводящие к увеличению σ_τ при $\theta_1 \neq \pi/2$.

ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛА С УГЛОМ МАНИПУЛЯЦИИ $\Theta_1=\pi/2$

Сигнал с углом манипуляции $\Theta_1=\pi/2$ обеспечивает наивысшую точность в оценке задержки. Спектр сигнала с $\Theta_1\neq\pi/2$ менее равномерен, имеет неподавленную несущую, которая легко может быть обнаружена и выделена. Аналитическая форма записи сигнала с $\Theta_1=\pi/2$ может быть получена из общей формулы (4.37)

$$s(t)=A_c g(t-\tau_0)\sin(\omega_0 t+\theta_0). \qquad (4.46)$$

Фильтрующая система для такого сигнала также будет описываться системой уравнений (4.43), но

$$K_\tau=\sigma^2{}_\tau=\sqrt{N_0 N_\tau \sigma_н{}^2/2A_c},\ K_\Theta=\sqrt{2N_\Theta/N_0}.$$

Сама структура следящего фильтра с перекрестными связями (рис. 4.7) при оговоренных допущениях не изменяется; она впервые предложена в [10] и является базовой для всех известных приемников сложного сигнала.

ФИЛЬТРАЦИЯ ФАЗЫ СИГНАЛА ПРИ ЕЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ СВЯЗИ С ЗАДЕРЖКОЙ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ

Фазовый угол и задержка входного сигнала могут быть жестко связаны между собой. Такой случай имеет место, когда высокочастотное заполнение и тактовая

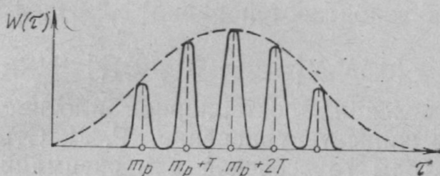


Рис. 4.8

частота генератора кода передатчика формируются от одного опорного генератора делением или умножением частоты. Если связь между несущей и тактовой частотами определяется формулой $\omega_т=\omega_0/n$, то полезный сигнал на входе приемника может быть записан в виде

$$s(t)=g(t-\tau(t))\cos[\omega_0(t-\tau(t))+\theta].$$

Апостериорная плотность вероятностей задержки такого сигнала имеет вид, показанный на рис. 4.8, т. е. явно многомодовое распределение. Пользуясь полигауссовс-

кой аппроксимацией, такое распределение можно представить в виде

$$W(\tau)=C\sum_k \exp\{-0,5(\tau-m_p-kT,\ \tau-m_0)R^{-1}\times$$
$$\times(\tau-m_p-kT,\ \tau-m_0)^{\mathrm{T}}\},\qquad(4.47)$$

где m_0 — математическое ожидание огибающей распределения, m_p-kT — абсциссы максимумов заполнения.

Рис. 4.9

Учитывая то, что оценка по максимуму апостериорной плотности вероятностей равна $\tau^*=m_p+k^*T$, а ее дисперсия

$$\sigma^2{}_\tau=\{0,5N_\tau N[\omega_2\bar{g}_2+(\partial\bar{g}/\partial\tau)^2]^{-1}\}^{1/2},\qquad(4.48)$$

для полигауссовской апостериорной плотности вероятностей можно записать уравнение Р. Л. Стратоновича. Применяя методы гауссовской аппроксимации, можно получить уравнения для кумулянтов распределения. Известно [10, 74], что структура оптимального следящего фильтра в этом случае имеет вид, показанный на рис. 4.9. Ошибка фильтрации фазы этой схемой равна

$$K_{\theta\theta}^{*}=\sigma^2{}_\theta=\sqrt[4]{N_\theta/2\bar{F}_{\Phi\theta}}\,.\qquad(4.49)$$

Ошибка в оценке задержки, формируемая в точке a этой схемы, составляет

$$\sigma_\tau=(\tau_{\text{н}}/n)\,\sigma_\theta.\qquad(4.50)$$

Столь высокая точность оценки задержки объясняется тем, что в этой схеме задержка оценивается не по моду-

лирующей функции, а по высокочастотному заполнению сигнала.

ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ ПРИ СЛОЖНЫХ АПРИОРНЫХ ЗАКОНАХ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ

Для широкого класса априорных законов изменения параметров успешно может быть использована нелинейная теория оптимальной фильтрации. Так, для априорных условий

$$\dot{\Theta}_0 = -\alpha_0\Theta_0 + n_\theta(t); \quad \dot{\tau}_0 = -\beta_0\tau_0 + n_\tau(t) \tag{4.51}$$

уравнения фильтрации имеют вид

$$\dot{\Theta} + \alpha_0\Theta + K^*_{\Theta\Theta}\frac{2A_c}{N_0}y(t)\,g(t-\tau^*)\cos(\omega_0 t + \Theta^*) = \dot{\Theta}_0 - \alpha_0\Theta_0;$$

$$\dot{\tau} + \beta_0\tau + K^*_{\tau\tau}\frac{2A_c}{N_0}y(t)\frac{\partial g(t-\tau^*)}{\partial\tau^*}\sin(\omega_0 t + \Theta^*) = -\dot{\tau}_0 - \beta_0\tau_0, \tag{4.52}$$

где

$$K^*_{\Theta\Theta} = \frac{\alpha_0 N_0}{A_c^2 r_s(\tau)}\left[\left(1 + \frac{A_c^2 r_s(\tau) N_\Theta}{2\alpha_0 N_0}\right)^{1/2} - 1\right],$$

$$K^*_{\tau\tau} = \frac{\beta_0 N_0}{A_c^2 \ddot{r}_s(\tau)}\left[\left(1 + \frac{A_c^2 r_s(\tau) N_\tau}{2\beta_0^2 N_0}\right)^{1/2} - 1\right].$$

Первое дифференциальное уравнение определяет статическую систему слежения за фазой, а второе — статическую систему слежения за задержкой. Как видно из уравнений, оптимальный фильтр в этом случае отличается от ранее полученного только структурой сглаживающих линейных блоков и значением коэффициентов усиления ФАП и ССЗ.

При флуктуирующих фазе, задержке и амплитуде стационарный марковский процесс описывается уравнениями

$$A = A_c + \lambda_a(t), \quad A_c = \text{const}, \quad \dot{\lambda}_a = -h\lambda_a + n_a(t). \tag{4.53}$$

Уравнения оптимальной фильтрации могут быть записаны следующим образом:

$$\dot{\Theta}^* + K^*_{\Theta\Theta}\frac{2}{N_0}y(t)\,A^* g(t-\tau^*)\sin(\omega_0 t + \Theta^*) = 0;$$

$$\dot{\tau}^* - K^*_{\tau\tau}\frac{2}{N_0}y(t)\,A^*\frac{\partial g(t-\tau^*)}{\partial\tau^*}\cos(\omega_0 t + \Theta^*) = 0;$$

$$\dot{A}^* + h(A^* - A_c) - K^*_{aa}\frac{2}{N_0}y(t)\,g(t - \tau^*)\times$$

$$\times\cos(\omega_0 t + \theta^*) + K^*_{aa}\frac{A^*}{N_0} = 0, \qquad (4.54)$$

где $K^*_{\theta\theta} = \sqrt{N_{\theta\theta}/2A_1}$; $K^*_{\tau\tau} = \sqrt{N_{\tau\tau}/2A_2}$; $K^*_{aa} = -h/4 + \sqrt{h^2/4 - N_{aa}/2A_3}$, а $\bar{F}_{\theta\theta} = -A_1$,

$$\bar{F}_{\tau\tau} = -A_2,\ \bar{F}_{aa} = -A_3.$$

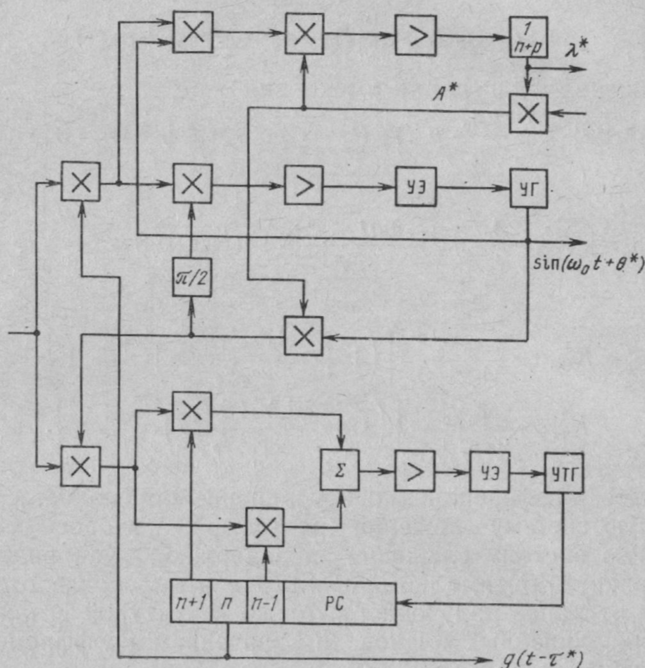


Рис. 4.10

Структурная схема, моделирующая эти уравнения, представлена на рис. 4.10.

Синтез приемников сложных сигналов, проведенный с использованием теории нелинейной фильтрации, позволил определить структуры и параметры приемников для сравнительно простых законов изменения информационных параметров сигнала. При сложных законах изменения синтез приемников с использованием теории нелинейной фильтрации связан со значительными труд-

ностями. В этом случае теоретически строго не удается получить уравнения фильтрации даже при сравнительно простых априорных условиях. Частные решения некоторых таких задач [58, 59] говорят о том, что в этом случае от априорных условий зависит структура самого дискриминатора. Часто такой зависимостью пренебрегают. Возникающие при этом потери в качестве фильтрации вполне окупаются конструктивностью получаемых в этом случае дискриминаторов и линейных фильтров. Примеры структур линейных фильтров приведены в табл. 4.1.

ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ИМПУЛЬСНОГО ФМ СИГНАЛА

Синтезируем приемник для последовательности импульсов с внутриимпульсной фазовой манипуляцией по псевдослучайному закону [75]. Такая последовательность в системах передачи информации может рассматриваться как поднесущая, модулируемая переносимым сообщением. Импульсный характер рассматриваемых сигналов, позволяя осуществлять селекцию по форме, обеспечивает дополнительно селекцию по времени. Это дает возможность, в частности, в системах связи и управления селектировать сигналы с резкими перепадами интенсивностей на входе приемника. Представим колебание, поступающее на вход приемника, в виде

$$y(t)=\xi[t,\ \lambda(t)]s[t,\ \lambda(t)]+n(t), \tag{4.55}$$

где $\xi[t,\ \lambda(t)]$ и $s[t,\ \lambda(t)]$ — огибающая и сигнал.

Пусть сигнал имеет вид $s[(t),\ \lambda t]=A_c g(t-\tau_0)\times$ $\times\cos[\omega_0 t+\Theta_0(t)]$. Если период $T_п$ огибающей $\xi(t)$ и длительность T импульса синхронизируются от одного генератора, определяющего такт модулирующей функции $g(t)$, то огибающую можно описать уравнением

$$\xi[t,\ \lambda]=\xi[t,\ \tau_0]=\begin{cases}1, & iT_п\leqslant t-\tau_0\leqslant iT_п+T,\\ 0, & iT_п+T<t-\tau_0<(i+1)T_п.\end{cases} \tag{4.56}$$

Поставим задачу синтезировать приемник, осуществляющий фильтрацию сигнала от движущегося относительно приемника объекта. В соответствии с (4.1), учитывая нулевые значения F_α, уравнения оптимальной фильтрации можно записать для $iT_п\leqslant t-\tau_0\leqslant iT_п+T$ в виде

$$\dot{\Theta}^* = \Omega^* + K_{0\Theta} F_\Theta, \dot{\Omega}^* = -\gamma\Omega + K_{\Theta\Omega} F_\Theta;$$

$$\dot{\tau}^* = V + K_{\tau\tau} F_\tau, \quad \dot{V}^* = -\nu V^* + K_{\tau V} F_\tau \tag{4.57}$$

и для $iT_п + T < t - \tau_0 < (i+1) T_п$ в виде

$$\dot{\Theta}^* = \Omega^*, \dot{\Omega}^* = -\gamma\Omega^*; \dot{\tau}^* = V^*, \dot{V}^* = -\nu V^*, \tag{4.58}$$

где

$$F_\Theta = -\frac{2}{N_0} y(t) A_c g(t - \tau^*) \sin(\omega_0 t + \Theta^*),$$

$$F_\tau = \frac{2}{N_0} y(t) A_c \frac{\partial g(t - \tau^*)}{\partial \tau^*} \cos(\omega_0 t + \Theta^*);$$

$$K^*_{\Theta\Theta} = (2N_\Omega / A_1^3)^{1/4}, \ K^*_{\Theta\Omega} = (N_\Omega / 1A_1)^{1/2},$$

$$K^*_{\Omega\Omega} = (N^3{}_\Omega / 2A_1)^{1/4}, \ K^*_{\tau\tau} = (2N_V / A_2^3)^{1/4},$$

$$K^*_{\tau V} = (N_V / 2A_2)^{1/2}, \ K_{VV} = (N^3{}_V / 2A_2)^{1/4},$$

$$A_1 = \frac{1}{N_0} \frac{A_c^2 T}{T_п}, \ A_2 = \frac{1}{N_0} A_c \left| \ddot{r}_s(\tau) \right|_{\tau=0} \frac{T}{T_п}.$$

Уравнения (4.58) свидетельствуют о том, что во время пауз сигнала приемник должен закрываться по входу и запоминать информацию о параметрах сигнала, полученных в момент окончания очередного импульса. При этом время памяти приемника должно быть не меньше $1/\gamma$ для фазы и $1/\nu$ для задержки. Если же допустить дальнейшее увеличение длительности пауз при неизменных значениях γ и ν, которое приведет к нарушению марковости параметров входного процесса в моменты перехода от конца одного импульса сигнала к началу другого, то потребуется дальнейшее увеличение памяти системы.

СИНТЕЗ ПРИЕМНИКОВ МОДУЛИРОВАННЫХ ФМ СИГНАЛОВ

Рассмотрим случай приема цифровой информации, когда смена значений дискретного параметра происходит только в фиксированные моменты времени $t_k = t_0 + kT$, $k = 0, 1, \ldots$ Значения дискретного параметра на разных тактовых интервалах образуют однородную цепь Маркова. Смешанная апостериорная плотность вероятностей допускает два представления (4.6) и (4.7).

Для первого представления и противоположных сигналов алгоритмы фильтрации имеют вид [59]

$$\dot{\theta}^* = -\frac{2A_c}{N_0} K_{\theta\theta} \operatorname{th}\left\{\int\limits_{t_k}^{t} F_0(t, \varphi, \tau)\, dt\right\} y(t) \times \times g(t-\tau^*) \sin(\omega t + \theta^*);$$

$$\dot{\tau}^* = \frac{2A_c}{N_0} K_{\tau\tau} \operatorname{th}\left\{\int\limits_{t_k}^{t} F_0(t, \varphi, \tau)\, dt\right\} y(t) \frac{\partial g(t-\tau^*)}{\partial \tau^*} \cos(\omega t + \theta^*), \tag{4.59}$$

где $F_0 = (2A_c/N_0)\, y(t)\, g(t-\tau) \cos(\omega t + \Theta)$, а параметры Θ и τ предполагаются винеровскими процессами.

Ошибки фильтрации могут быть найдены из уравнений

$$\dot{\overline{K}}_{\theta\theta} = N_\Theta + \overline{K}^2_{\theta\theta} \overline{\frac{\partial^2 \langle F(\tau, \Theta, t)\rangle}{\partial \varphi^2}},$$

$$\dot{\overline{K}}_{\tau\tau} = N_\tau + \overline{K}^2_{\tau\tau} \overline{\frac{\partial^2 \langle F(\tau, \Theta, t)\rangle}{\partial \tau^2}}, \tag{4.60}$$

где $\langle F(\tau, \Theta, t)\rangle = \operatorname{th}\left\{\int\limits_{t_k}^{t} F_0(t, \Theta, t)\, dt\right\} F_0(\tau, \Theta, t)$. Отсюда

$$\overline{K}_{\theta\theta} \approx \left(\frac{N_\Theta N_0}{2A_c^2 r_s(\tau)}\right)^{1/2} \left(\operatorname{th}\left\{\frac{A_c^2 r_{rs}(\tau)}{N_0}\right\}\right)^{-1/2},$$

$$\overline{K}_{\tau\tau} \approx \left(\frac{N_\tau N_0}{2A_c^2 \ddot{r}_s(\tau)}\right)^{1/2} \left(\operatorname{th}\left\{\frac{A_c^2 r_s(\tau)}{N_0}\right\}\right)^{-1/2}. \tag{4.61}$$

В этом случае оценка дискретного параметра на k-м тактовом интервале эквивалентна правилу

$$\int\limits_{t_k}^{t_{k+1}} y(\tau)\, g(\tau - \tau^*) \cos(\omega\tau + \theta^*)\, d\tau \gtrless 0. \tag{4.62}$$

Следящий фильтр, реализующий этот алгоритм, представлен на рис. 4.11, где th — нелинейный элемент с тангенсной характеристикой. Для второго представления алгоритм оценки дискретного параметра может быть записан в виде неравенства

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)\, g(t-\tau_0^*) \cos(\omega t + \theta_0^*)\, dt \gtrless$$

$$\gtrless - \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)\, g(t-\tau_1^*) \cos(\omega t + \theta_1^*)\, dt, \qquad (4.63)$$

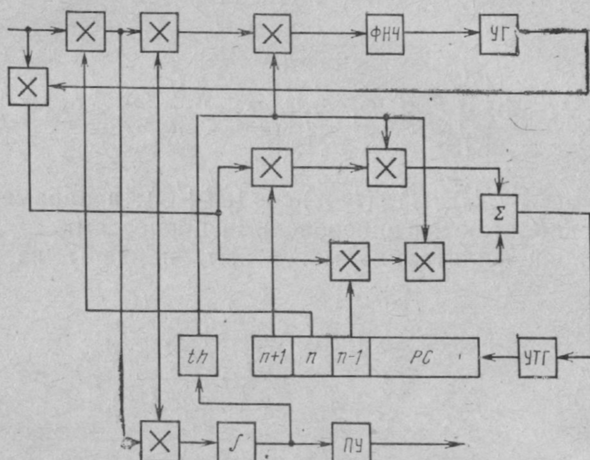


Рис. 4.11

а для непрерывных параметров в виде четырех уравнений:

$$\dot{\theta}_0^* = -\overline{K}_{\theta\theta 0} \frac{2A_c}{N_0} y(t)\, g(t-\tau_0^*) \sin(\omega t + \theta_0^*),$$

$$\dot{\theta}_1^* = -\overline{K}_{\theta\theta 1} \frac{2A_c}{N_0} y(t)\, g(t-\tau_1^*) \sin(\omega t + \tau_1^*); \qquad (4.64)$$

$$\dot{\tau}^*_0 = \overline{K}_{\tau\tau 0} \frac{2A_c}{N_0} y(t) \frac{\partial g(t-\tau_0^*)}{\partial \tau_0^*} \cos(\omega t + \theta_0^*),$$

$$\dot{\tau}_1^* = \overline{K}_{\tau\tau 1} \frac{2A_c}{N_0} y(t) \frac{\partial g(t-\tau_1^*)}{\partial \tau_1^*} \cos(\omega t + \theta_1^*),$$

где $\overline{K}_{\theta\theta 0}$, $K_{\theta\theta 1}$, $\overline{K}_{\tau\tau 0}$, $\overline{K}_{\tau\tau 1}$ — условные апостериорные дисперсии фазы и задержки.

Полученные уравнения означают, что в конце каждого тактового интервала вычисляется безусловная оценка непрерывных параметров, которая на следующем тактовом интервале используется в качестве начальных значений для всех оценок.

Как показало в [60], в точках разрешенной смены состояний работает алгоритм переприсвоения

$$\Theta_0^*(t_k+0)=\Theta_1^*(t_k+0)=\begin{cases}\Theta_0^*(t_k-0), & \varphi^*(k-1)=0,\\ \Theta_1^*(t_k-0), & \varphi^*(k-1)=1;\end{cases} \tag{4.65}$$

$$\tau_0^*(t_k+0)=\tau_1^*(t_k+0)=\begin{cases}\tau_0^*(t_k-0), & \varphi^*(k-1)=0,\\ \tau_1^*(t_k-0), & \varphi^*(k-1)=1.\end{cases}$$

Особенностью второго алгоритма является то, что он позволяет осуществлять оптимальный прием быстрофлуктуирующих сигналов, когда первый алгоритм не оптимален.

СИНТЕЗ НЕКОГЕРЕНТНЫХ ПРИЕМНИКОВ ФМ СИГНАЛОВ

Параметры сигнала: частота ω, фаза Θ и задержка τ — предполагаются постоянными во времени. Тогда уравнение оптимальной нелинейной фильтрации будет иметь вид

$$\dot{W}(t,\omega,\tau,\Theta)=[F(t,\omega,\tau,\Theta)-\langle F(t,\omega,\tau,\Omega)\rangle]\times \times W(t,\omega,\tau,\Theta). \tag{4.66}$$

Апостериорная плотность вероятностей W представляет собой функционал вида [54]

$$W(t,\omega,\tau,\theta)=C\exp\left\{-\frac{A_c^2 t}{N_0}\int_0^t g^2(t_1-\tau)\cos^2(\omega t_1+\theta)\,dt_1+ +\frac{2A_c}{N_0}\int_0^t g(t_1-\tau)\,y(t_1)\cos(\omega t_1+\theta)\,dt_1\right\}. \tag{4.67}$$

Введем обозначения:

$$X(t,\omega,\tau)=\int_0^t y(t_1)\,g(t_1-\tau)\cos\omega t_1\,dt_1,$$

$$Y(t,\omega,\tau)=\int_0^t y(t_1)\,g(t_1-\tau)\sin\omega t_1\,dt_1; \tag{4.68}$$

$$f(t,\omega,\tau,\Theta)=X(t,\omega,\tau)\cos\Theta-Y(t,\omega,\tau)\sin\Theta. \tag{4.69}$$

Усреднение по Θ обеих частей уравнения (4.66) для неэнергетических параметров сводится к усреднению выражения

$$F(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)\,W(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)=\frac{2A_cC}{N_0}\,y(t)\,g(t-\tau)\times$$

$$\times\cos(\omega t+\Theta)\exp\left\{-\frac{A_c^2t}{2N_0}+\frac{2A_c}{N_0}\int_0^t y(t_1)\,g(t_1-\tau)\times\right.$$

$$\left.\times\cos(\omega t_1+\Theta)\,dt_1\right\}, \qquad (4.70)$$

которое с учетом (4.67) и (4.70) может быть представлено в виде

$$F(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)\,W(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)=\frac{2A_cC}{N_0}\frac{\partial f}{\partial t}\exp\left\{-\frac{A^2t}{2N_0}+\right.$$

$$\left.+\frac{2A}{N_0}f(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)\right\}. \qquad (4.71)$$

Усредняя по Θ при условии равномерного распределения фазы в интервале $[0,\ 2\pi]$, т. е. $W(\Theta)=1/2\pi$, получаем:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}F(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)\,W(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)\,d\Theta=$$

$$=\frac{C}{2\pi}\exp\left\{-\frac{A_c^2t}{2N_0}\right\}\frac{\partial}{\partial t}\left[\exp\frac{2A_c}{N_0}f(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)\right\}d\Theta=$$

$$=C\exp\left\{-\frac{A_c^2t}{2N_0}\right\}\frac{\partial}{\partial t}\left[I_0\left\{\frac{2A_c}{N_0}Z\right\}\right], \qquad (4.72)$$

где $I_0(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp\{x\cos\varphi\}\,d\varphi$. Тогда уравнение для совместной апостериорной плотности вероятностей частоты и задержки можно записать в виде

$$W(t,\ \omega,\ \tau)=\left\{\frac{\partial}{\partial t}\left[\ln I_0\left\{\frac{2A_c}{N_0}Z(t,\ \omega,\ \tau)\right\}\right]-\right.$$

$$\left.-\langle F(t,\ \omega,\ \tau,\ \Theta)\rangle\right\}W(t,\ \omega,\ \tau). \qquad (4.73)$$

Применяя гауссовское приближение, получаем уравнения для оценок частоты и задержки сложного сигнала,

которые моделируются схемой рис. 4.12 [4, 71], включающей контур ЧАП и некогерентную ССЗ:

$$\dot{\omega}^* = K_{\omega\omega}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\ln I_0\left[\frac{2A_c}{N_0}Z(t,\ \omega^*,\ \tau^*)\right]\right\} + K_{\omega\tau}\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\ln I_0\left[\frac{2A_c}{N_0}Z(t,\ \omega^*,\ \tau^*)\right]\right\}; \quad (4.74)$$

$$\dot{\tau}^* = K_{\tau\tau}\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\ln I_0\left[\frac{2A_c}{N_0}Z(t,\ \omega^*,\ \tau^*)\right]\right\} + K_{\omega\tau}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\ln I_0\left[\frac{2A_c}{N_0}Z(t,\ \omega^*,\ \tau^*)\right]\right\},\ \frac{dK}{dt} = -KDK. \quad (4.75)$$

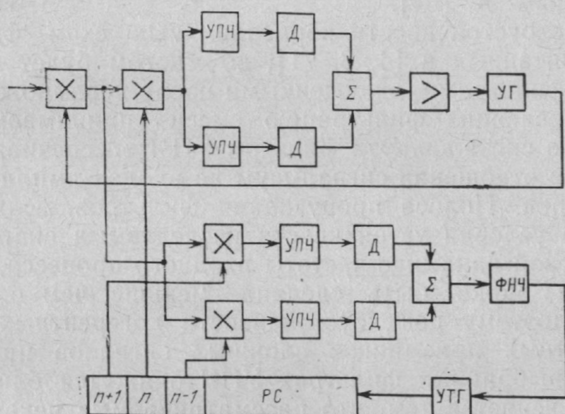


Рис. 4.12

В скалярном виде уравнения для центральных корреляционных моментов будут иметь вид

$$K_{\omega\omega}^2 F_{\omega\omega} + 2K_{\omega\omega}K_{\omega\tau}F_{\omega\tau} + K_{\omega\tau}^2 F_{\tau\tau} = -\dot{K}_{\omega\omega},$$

$$K_{\omega\omega}K_{\omega\tau}F_{\omega\omega} + K_{\omega\tau}^2 F_{\omega\tau} + K_{\omega\omega}K_{\tau\tau}F_{\omega\tau} + K_{\omega\tau}K_{\tau\tau}F_{\tau\tau} = -\dot{K}_{\omega\tau},$$

$$K_{\omega\tau}^2 F_{\omega\omega} + 2K_{\omega\tau}K_{\tau\tau}F_{\omega\tau} + K_{\tau\tau}^2 F_{\tau\tau} = -\dot{K}_{\tau\tau}, \quad (4.76)$$

где

$$F_{\tau\tau} = \frac{\partial^2 F_1}{\partial\tau^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial B(Z)}{\partial Z}\left(\frac{\partial Z}{\partial\tau}\right)^2 + B(Z)\frac{\partial^2 Z}{\partial\tau^2}\right];$$

$$F_{\omega\omega} = \frac{\partial^2 F_1}{\partial\omega^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial B(Z)}{\partial Z}\left(\frac{\partial Z}{\partial\omega}\right)^2 + B(Z)\frac{\partial^2 Z}{\partial\omega^2}\right];$$

$$F_{\omega\tau}=\frac{\partial^2 F_1}{\partial\omega\partial\tau}=\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial B(Z}{\partial\omega}\frac{\partial Z}{\partial\omega}\frac{\partial Z}{\partial\tau}+B(Z)\frac{\partial^2 Z}{\partial\omega\partial\tau}\right],$$

$$B(Z)=\frac{\partial}{\partial Z}\left\{\ln I_0\left[\frac{2A_c}{N_0}Z(t,\ \omega,\ \tau)\right]\right\}. \qquad (4.77)$$

Точно так же может быть синтезирован еще один вариант приемника сложного сигнала [4, 8], занимающий промежуточное положение между некогерентным и когерентным приемниками. Этот вариант [4, 8] содержит контур фазовой автоподстройки частоты и некогерентную схему слежения за задержкой.

И наконец, сделаем замечание относительно помехоустойчивости синтезированных некогерентных схем фильтрации по сравнению с когерентным фильтром, описанным в [64].

Помехоустойчивость корреляцинных схем фильтрации, описанных в [4, 8, 71], во многом будет определяться фильтрами, включенными после перемножителей, обеспечивающих фильтрацию смеси принимаемого и опорного сигналов. Эти фильтры УПЧ обеспечивают повышение отношения сигнал-шум на входах амплитудных детекторов. Полоса пропускания фильтров, если исходить из условия устойчивости исследуемых систем при одинаковой динамике частоты входного процесса, в случае ЧАП может быть сделана меньше, чем в случае ФАП. Поэтому помехоустойчивости когерентных и некогерентных приемников сложных сигналов при правильно выбранных фильтрах УПЧ окажутся близкими. Это объясняется тем, что рассматриваемые некогерентные приемники [71] обеспечивают когерентную фильтрацию на нижних частотах в контурах ЧАП и ССЗ.

СИНТЕЗ СИСТЕМ ФИЛЬТРАЦИИ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Появление когерентных систем с запаздывающей обратной связью вызвано потребностями практики. Для примера рассмотрим задачу, когда желательно получить достаточно простой приемник, немного усложнив передатчик радиолинии. Эта задача правомерна для многостанционных спутниковых систем связи с обработкой (демодуляцией) сигналов в ретрансляторе. Упрощение приемника ретранслятора, принимающего поток сигналов, достигается синхронизацией всех наземных передатчиков от генераторов (задающего и тактового)

приемника ретранслятора. Решение этой задачи было предложено в [6, 9].

С борта ретранслятора (рис. 4.13) излучается сигнал $s_2(t)$, содержащий составляющую синхронизации (код N_c, модулирующий в модуляторе 2 гармоническое колебание). Эта составляющая принимается всеми приемниками наземных станций (на рисунке показаны только оконечные элементы этого приемника — управляемый

Рис. 4.13

тактовый генератор 1 (УТГ1) и генератор кода N_c). Псевдослучайный сигнал $s_1(t)$ наземного передатчика, модулированный последовательностью N и цифровой информацией, излучается и поступает на вход приемника ретранслятора. Предположим, что задержка этого сигнала отличается от задержки последовательности N, вырабатываемой генератором кодов 1, на достаточно малую величину τ. Тогда на выходе дискриминатора задержки ретранслятора получим напряжение, пропорциональное τ, которое, воздействуя на управляемую линию задержки, изменит задержку кода N_1 на τ, т. е. получим $N_1(\tau)$. В корреляторе ретранслятора выделяется передаваемая цифровая информация, которая в модуляторе 1 модулирует последовательность $N_1(\tau)$ и преобразует ее в последовательность $N_1^*(\tau)$. Таким образом, на выходе сумматора ретранслятора сигнал $s(t)$ состоит из двух составляющих с кодовыми последовательностями N_c и $N_1^*(\tau)$, которые по задержке отличаются на τ. Составляющая с $N_1^*(\tau)$ и поступает на дискриминатор за-

держки N_1 передатчика наземной станции, куда подается также опорная последовательность N_c с выхода приемника синхронизации. В результате в дискриминаторе задержки выделится напряжение ошибки по τ, которое служит для автоподстройки генератора кода N передатчика. (Аналогично после демодуляции по коду в дискриминаторе частоты выделяется ошибка по частоте, которая служит для автоподстройки УГ.)

В рассматриваемой схеме на борту ретранслятора **оцениваются ошибки сигнала каждой наземной станции** по задержке и частоте относительно бортового эталона, которые затем сбрасываются соответствующей станции для подстройки передатчика. Возможны и другие способы сброса информации об ошибках, например представление в ретрансляторе этой информации в цифровом виде и передача ее на земную станцию. Очевидно, что в этом случае вместо дискриминатора по задержке в земном передатчике надо иметь цифровой демодулятор. Важно отметить, что система регулирования имеет запаздывающую обратную связь на величину двойного времени распространения сигнала от Земли до ретранслятора.

Имеется много работ по анализу систем с запаздыванием [59,74], из которых следует, что наличие запаздывания существенно ухудшает характеристики следящих систем, такие как устойчивость, полосу захвата и удержания. Общего подхода для проведения строгого синтеза оптимальных систем с запаздыванием регулирования пока нет. Для частичного определения структуры системы (например, если считать, что для компенсации запаздывания необходимо иметь идеальный экстраполятор) в работе [59] получены уравнения оптимальной системы синхронизации. Эти уравнения учитывают наличие случайного запаздывания, но не учитывают флуктуаций частоты бортового и земного опорных генераторов. Фактически в системе всегда имеет место уход частоты бортового и земного опорных генераторов, что не позволяет выделить только ошибку по запаздыванию без ошибки по задержке, обусловленной уходом частоты опорных генераторов.

Полученный алгоритм фильтрации выполняется следующим образом. Решается уравнение Р. Л. Стратоновича для текущей плотности вероятностей вектора параметров $p(t, \lambda)$, $\lambda = \{\tau. \beta\}$

$$\frac{\partial p(t, \lambda)}{\partial t} = L\{p(t, \lambda)\} + [F(t, \tau) - F(t)]\, p(t, \lambda),$$

$$F(t, \tau) = \frac{2}{N_0}\left\{y(t)\, s(t-\tau) - \frac{1}{2}\, s^2(t-\tau)\right\},$$

$$F(t) = \int F(t, \tau)\, p(t, \lambda)\, d\lambda; \qquad (4.78)$$

определяются экстраполированные плотности вероятностей:

всего вектора параметров $p(\lambda; v|t)$

$$\frac{\partial p(\lambda; v|t)}{\partial v} = L\{p(\lambda; v|t\} \qquad (4.79)$$

с начальным условием $p(t, \lambda)$ из (4.78),

запаздывания $p(\tau; v|t)$

$$p(\tau; v|t) = \int p(\lambda; v|t)\, \alpha\beta, \qquad (4.80)$$

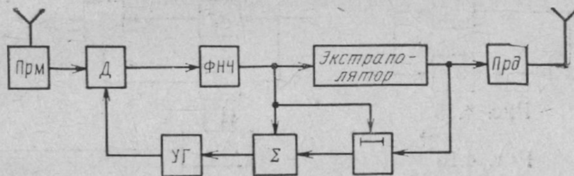


Рис. 4.14

запаздывания для неслучайного момента времени, соответствующего моменту передачи сигнала,

$$p_1(\tau|t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau; v|t)\, p_1(v|t)\, dv, \qquad (4.81)$$

где $p_1(v|t)$ — распределение случайной величины v; находятся экстраполированные оценки запаздывания $u^*(t)$:

$$u^*(t) = \int_0^{\infty} \tau p_1(\tau|t)\, d\tau. \qquad (4.82)$$

В предположении высокой точности фильтрации можно применять аппарат гауссовской аппроксимации. При этом получается структура следящего фильтра, отличающаяся от известных только наличием экстраполятора (рис. 4.14), которое приводит к тому, что запаздывание как бы компенсируется. Управляемая линия задержки нужна для получения текущей оценки запаздывания вместо ошибки по задержке (представляющей собой разность между запаздыванием и сдвигом по задержке сигнала на выходе передатчика). Это возможно, только когда бортовой и земной опорные генераторы идеально стабильны. Иначе ошибка по задержке будет

иметь дополнительную составляющую, разделить которые без дополнительной информации для получения оценки запаздывания невозможно. Задача компенсации доплеровского сдвига частоты решалась в работах [103, 104], а устройства, предложенные в них при условии высокой стабильности бортовых и земных опорных генераторов, не чувствительны к наличию запаздывания. В этом случае земная ССЗ формирует ошибку, которая определяется флуктуацией частоты генератора и ошибкой компенсации доплеровского сдвига. Для компенса-

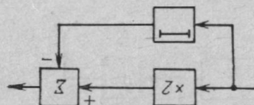
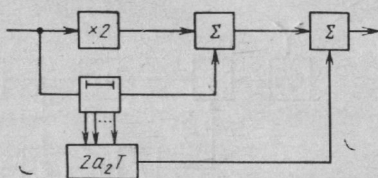


Рис. 4.15



→ Рис. 4.16

ции запаздывания эту ошибку и необходимо экстраполировать. Оценка доплеровского сдвига и дальности до ИСЗ, поступает от специального прибора наведения.

В предположении, что ошибка по задержке за время запаздывания изменяется по линейному закону (т. е. $\Delta\tau(t)=a_0+a_1t$, где a_0, a_1 — случайные коэффициенты, постоянные за время запаздывания), можно записать

$$\delta_1=\Delta\tau(t)-\Delta\tau(t-T)=a_1T,\quad \delta_2=\Delta\tau(t-T)-$$
$$-\Delta\tau(t-2T)=a_1T, \tag{4.83}$$
$$\Delta\tau(t)=\Delta(t-T)+a_1T,$$

где a_1T может быть определена без вычисления коэффициента a_1, поскольку она равна δ_2. Устройство, формирующее $\Delta\tau(t)$, представлено на рис. 4.15.

При изменении ошибки по задержке по квадратичному закону уравнения (4.83) примут вид

$$\delta_1=a_1T-a_2T^2+2a_2tT,\quad \delta_2=a_1T-3a_2T^2+$$
$$+2a_2tT,\ \delta_1-\delta_2=2a_2T. \tag{4.84}$$

Устройство для формирования $\Delta\tau(t)$ будет иметь вид, показанный на рис. 4.16, где

$$a_2=\sum_{i=1}^{N}\tau_iC_{i2},\quad C_{i2}=\frac{1}{NT^2}\left[-15+180\,\frac{\tau_i^2}{T^2}\right]. \tag{4.85}$$

Компенсатор запаздывания, представленный на рис. 4.15, предложен в [103]. Выражения (4.85) для вычисления поправки $\delta_1 - \delta_2$ дают оценку a_2 по критерию минимума СКО. Для реальных систем связи через ИСЗ изменение задержки за время запаздывания происходит очень медленно, поэтому достаточна модель линейного изменения задержки и, следовательно, можно применять компенсатор, изображенный на рис. 4.15.

4.5. СИНТЕЗ ПРИЕМНИКОВ ДЧМ И ЧФМ СИГНАЛОВ

Пусть принимаемое колебание представляет собой сумму ДЧМ сигнала и шума $n(t)$:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{R} \sum_{k=1}^{L} A_c \operatorname{rect}\left[t - T_{i-1} - (k-1)\tau_и - \tau_0(t)\right] \times$$

$$\times \cos\left[\omega_0 t + (N_k - N_n)\Delta\omega(t - \tau_0(t)) + \Theta_0(t)\right] + n(t). \quad (4.86)$$

Используя изложенный выше аппарат марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации, уравнения фильтрации запишем для следующих начальных условий:

$$\dot{\Theta}_0 = -\alpha_0\Theta_0 + n_\theta(t); \quad \tau_0 = -\beta_0\tau_0 + n_\tau(t), \quad (4.87)$$

при которых они примут вид

$$\dot{\theta} + \alpha_0\theta + K^*_{\theta\theta}\frac{2A_c}{N_0} y(t) \sum_{k=1}^{L} g_k(t - \tau^*) \sin[\omega_0 t +$$

$$+ v_k(t - \tau^*) + \theta^*] = \dot{\theta}_0 - \alpha_0\theta_0,$$

$$(4.88)$$

$$\dot{\tau} + \beta_0\tau - K^*_{\tau\tau}\frac{2A_c}{N_0} y(t) \sum_{k=1}^{L} g_k(t - \tau^*) \cos[\omega_0 t +$$

$$+ v_k(t - \tau^*) + \theta^*] = -\dot{\tau}_0 - \beta_0\tau_0,$$

где

$$K^*_{\theta\theta} = \sigma^2_\theta = \frac{\alpha_0 N_0}{A_c^2}\left(\sqrt{1 + \frac{A_c^2 N_\theta}{2\alpha_0 N_0}} - 1\right);$$

$$K^*_{\tau\tau} = \sigma^3_\tau = \frac{\beta_0 N_0}{A_c^2\beta_\tau}\left(\sqrt{1 + \frac{A_c^2\beta_\tau N_\tau}{2\beta_0 N_0}} - 1\right),$$

$$\beta_\tau = \frac{1}{3}\left(L\frac{\Delta\omega}{2}\right).$$

Структурная схема приемника, описываемая этими уравнениями, приведена на рис. 4.17. Из рисунка видно, что приемник ДЧМ сигнала отличается от приемника ФМ сигнала только устройствами формирования опорных сигналов. Необходимо отметить, что основной трудностью реализации оптимальных приемников

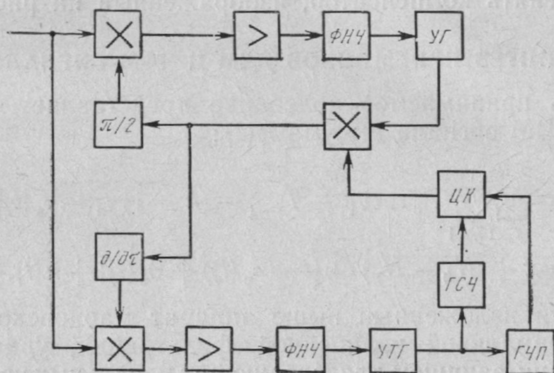


Рис. 4.17

частотно-модулированных сигналов с расширенным спектром является дискриминатор схемы слежения за задержкой принимаемого сигнала, который на рис. 4.17 изображен в виде дифференцирующего блока $\partial/\partial\tau$.

Другой разновидностью сложных частотно-модулированных сигналов является сигнал с частотно-фазовой манипуляцией, который может быть записан в виде

$$s(t) = \sum_{i=1}^{L}\sum_{k=1}^{M}\sum_{j=1}^{\infty} A_c a_k \operatorname{rect}\left[\frac{t - \tau_0 - \tau_и(k-1) - L\tau_и(i-1) - ML\tau_и(j-1)}{\tau_и}\right] \cos[\omega_0 t - (N_i - N_n)\Delta\omega(t - \tau_0) + \theta_0]. \quad (4.89)$$

Уравнения оптимальной нелинейной фильтрации при начальных условиях $\dot{\Theta}_0(t) = n_\Theta(t)$, $\dot{\tau}_0(t) = n_\tau(t)$, имеют вид [63]

$$\dot{\theta} - \sqrt{\frac{2N_\theta}{N_0}}\, y(t) \sum_{i=1}^{L}\sum_{k=1}^{M}\sum_{j=1}^{\infty} a_k \times$$

$$\times \operatorname{rect}\left[\frac{t-\tau^*-\tau_{\text{и}}(k-1+Li-L+MLj-ML)}{\tau_{\text{и}}}\right]\times$$
$$\times \sin\left[\omega_0 t+\theta^*+(N_i-N_n)\,\Delta\omega\,(t-\tau^*)\right]=-\dot{\theta}_0; \tag{4.90}$$

$$\dot{\tau}+\frac{2}{\pi F}\sqrt{\frac{3N_\tau}{N_0}}\,y(t)\sum_{i=1}^{L}\sum_{k=1}^{M}\sum_{j=1}^{\infty}a_k\frac{\partial}{\partial\tau^*}\times$$
$$\times \operatorname{rect}\left[\frac{t-\tau^*-\tau_{\text{и}}(k-1+Li-L+MLj-ML)}{\tau_{\text{и}}}\right]\cos\left[\omega_0 t+\theta^*+\right.$$
$$\left.+(N_i-N_n)\,\Delta\omega\,(t-\tau^*)\right]=-\dot{\tau}_0,$$

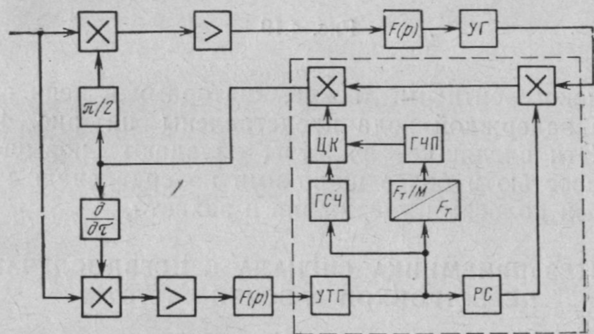


Рис. 4.18

и моделируются схемой, представленной на рис. 4.18, где штриховой линией обведен синтезатор ЧФМ сигнала. В синтезаторе УТГ вырабатывает сигнал, который синхронизирует работу РС обратными связями. Этот же сигнал является опорным для сетки частот, формируемой ГСЧ, которая поступает на ЦК. На управляющий вход ЦК поступает сигнал от ГЧП. Интересно отметить, что коэффициенты усиления ФАП и ССЗ приемника не зависят от амплитуды принимаемого сигнала A_c, а определяются интенсивностями параметрического и аддитивного шумов. Дисперсия в оценке запаздывания обратно пропорциональна ширине полосы сложного ЧФМ сигнала, т. е. его базе.

В § 4.4 были рассмотрены методы получения оптимальных некогерентных следящих фильтров, которые успешно могут быть использованы и для синтеза приемников ДЧМ и ФЧМ сигналов. Схемы таких приемни-

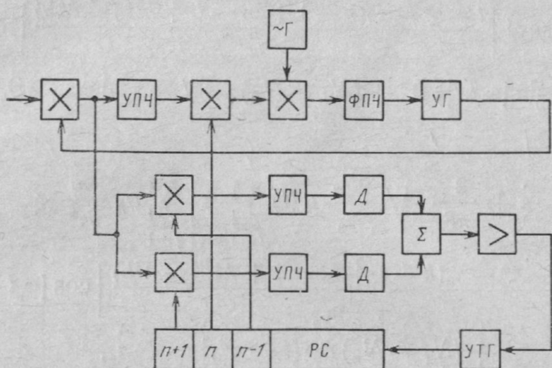


Рис. 4.19

ков с некогерентными дискриминаторами в цепи слежения за задержкой кода представлены на рис. 4.12 и 4.19. Эти следящие фильтры обладают повышенной устойчивостью и более широкими по сравнению с когерентными полосами удержания и захвата.

4.6. СИНТЕЗ ПРИЕМНИКА СИГНАЛА С ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ

Как показано в предыдущих параграфах, аппарат марковской теории нелинейной фильтрации позволяет решать широкий класс задач синтеза оптимальных приемников различных сигналов, являющихся функциями непрерывных, дискретных и дискретно-непрерывных параметров. Однако имеется еще один класс сигналов, вектор параметров которых имеет «природу», отличную от ранее рассмотренных. В отечественной литературе такие сигналы получили название сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ). Особенность в том, что их спектр дополнительно расширяется манипуляцией по частоте, а начальная фаза каждой частотной посылки относительно предыдущей является дискретной по времени случайной величиной. В худшем случае распределение этой дискретной случайной величины равномерно на отрезке $[0,2\pi]$.

Пусть принимается сумма сигнала и аддитивного белого шума

$$y(t)=s(t,\ \tau,\ \psi)+n(t). \tag{4.91}$$

Характеристики шума предполагаются известными и

равными

$$M[n(t)]=0,\ M[n(t_1)n(t_2)]=0{,}5N_0\delta(t_2-t_1). \quad (4.92)$$

Полезный сигнал есть детерминированная функция своих параметров и имеет вид

$$s(t,\ \psi,\ \tau)=A_c\sum_{\nu=0}^{\infty}\operatorname{rect}(t-\nu T_0-\tau)\cos(\omega_\nu t+\psi); \quad (4.93)$$

где A_c — постоянная известная амплитуда; τ — задержка псевдослучайной последовательности, постоянная на T_0; ψ — непрерывная, дискретная по времени случайная величина, изменяющаяся в моменты смены частоты и имеющая равномерное распределение на интервале T_0; T_0 и ν — длительность и номер частотной посылки.

При представлении апостериорной плотности вероятностей в виде произведения безусловной относительно дискретного параметра апостериорной плотности вероятностей непрерывных параметров на условную относительно непрерывного параметра τ апостериорную плотность вероятностей дискретного параметра $p(t,\ \tau,\ \psi)=$ $=p(t,\ \tau)p(t,\ \psi|\tau)$ получим алгоритм оптимальной фильтрации

$$\dot{W}(t,\ \tau)=L\{W\}+W[<F(t,\ \tau)>-<F(t)],$$

$$<F(t,\ \tau)>=\int_0^{2\pi}F(t,\ \tau,\ \psi)\,p(t,\ \psi|\tau)\,d\psi. \quad (4.94)$$

Алгоритм оценки дискретного параметра ψ

$$\dot{p}(t,\ \psi\mid\tau)=p(t,\ \psi\mid\tau)[F(t,\ \tau,\ \psi)-\langle F(\hat{t},\ \tau)\rangle]. \quad (4.95)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$p(t,\ \psi|\tau)=\frac{p[(t_k+0),\ \psi|\tau]\exp\left\{\int_{t_k}^{t}F(\tau,\ \psi)d\tau\right\}}{\int_0^{2\pi}[p(t_k+0,\ \psi|\tau)\exp\left\{\int_{t_k}^{t}F(\tau,\ \psi)d\tau\right\}}, \quad (4.96)$$

где

$$p(t_k+0,\ \psi|\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\psi}^{2\pi-\psi}p(t_k-0,\ \psi+\Delta\psi|\tau)\,d\Delta\psi;$$

$$\ln p(t_k+0,\ \psi|\tau^*)=\text{const};\quad \int_{t_k}^{t_{k+1}}\frac{\partial}{\partial\psi}[F(\tau,\ \psi)]\,d\tau=0;$$

L — оператор Фоккера — Планка — Колмогорова;

$$<F(t)> = \iint F(t, \tau, \psi)\, d\tau d\psi,$$

$$F(t, \tau, \psi) = \frac{2}{N_0} y(t) s(t, \tau, \psi);$$

t_k — моменты переключения частоты; $p(t_k+0, \psi|\tau)$ определяется из уравнения информационной непрерывности для условной апостериорной плотности дискретного параметра ψ:

$$p(t_k+0, \psi|\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi}^{2\pi-\vartheta} p(t_k-0, \psi+x|\tau)\, dx. \quad (4.97)$$

Для оценки непрерывных параметров воспользуемся методом гауссовской аппроксимации, позволяющим перейти от уравнения (4.94) к соотношениям для τ^* и $\sigma^2{}_\tau$:

$$\dot{\tau}^* = \alpha_\tau(\tau^*) + \sigma_\tau^2 \frac{\partial <F(t, \tau^*)>}{\partial \tau^*}; \quad (4.98)$$

$$\dot{\sigma}_\tau^2 = 2 \frac{\partial \alpha_\tau(\tau^*)}{\partial \tau^*} \sigma_\tau^2 + \beta_\tau(\tau^*) + \sigma^4 \frac{\partial^2 <F(t, \tau^*)>}{\partial \tau^2}, \quad (4.99)$$

где α_τ и β_τ — соответственно коэффициенты сноса и диффузии непрерывного параметра.

Для получения структуры необходимо конкретизировать выражение для $\langle F(t, \tau)\rangle$. С учетом (4.94) и (4.96) имеем

$$<F(t, \tau)> = \frac{\int_0^{2\pi} \left[F(t, \tau, \psi) \exp\left\{ \int_{t_k}^{t} F(x, \tau, \varphi)\, dx \right\} \right] d\psi}{\int_0^{2\pi} \exp\left\{ \int_{t_k}^{t} F(x, \tau, \psi)\, dx \right\} d\psi}. \quad (4.100)$$

Обозначая

$$A(t, \tau^*) = \int_{t_k}^{t} y(x) \cos \omega_\nu x dx \quad (4.101)$$

$$B(t, \tau^*) = \int_{t_k}^{t} g(x) \sin \omega_\nu x dx,, \quad (4.102)$$

получаем

$$\frac{\partial <F(t, \tau^*)>}{\partial \tau^*} = [K_{1\tau}(t, \tau^*) \cos \omega_\nu t +$$

$$+ K_{2\tau}(t, \tau^*) \sin \omega_\nu t] \frac{2A_c}{N_0} y(t), \qquad (4.103)$$

где

$$K_{1\tau} = \iint\limits_0^{2\pi} \left(\frac{\partial A}{\partial \tau} \sin y + \frac{\partial B}{\partial \tau} \cos y \right) (\sin y - \sin x) \exp \times$$
$$\times [A(\cos x + \cos y) - B(\sin x +$$
$$+ \sin y)] \, dxdy \Bigg/ \iint\limits_0^{2\pi} \exp [A(\cos x + \cos y) -$$
$$- B(\sin x + \sin y)] \, dxdy; \qquad (4.104)$$

$$K_{2\tau} = \iint\limits_0^{2\pi} \left(\frac{\partial A}{\partial \tau} \sin y + \frac{\partial B}{\partial \tau} \cos y \right) (\cos x - \cos y) \times$$
$$\times \exp [A(\cos x + \cos y) - B(\sin x +$$
$$+ \sin y)] \, dxdy \Bigg/ \iint\limits_0^{2\pi} \exp [A(\cos x + \cos y) -$$
$$- B(\sin x + \sin y)] \, dxdy. \qquad (4.105)$$

Структурную схему оптимального приемника сигналов с ППРЧ можно представить в виде, показанном на рис. 4.20.

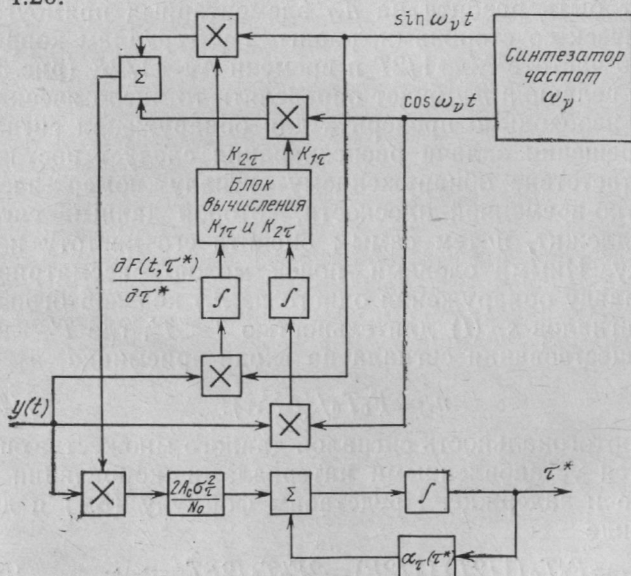


Рис. 4.20

Глава 5

ПОИСК И ОБНАРУЖЕНИЕ СЛОЖНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

5.1. ЗАДАЧИ ПОИСКА СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ И СВЯЗИ

Использование следящих систем для приема и обработки сложных сигналов предполагает первоначальный их ввод в режим синхронного слежения за параметрами сигнала. Эта задача решается с применением операций обнаружения и распознавания сигналов. Для распознавания проводится оценка средней текущей частоты спектра и задержки (запаздывания) сигналов.

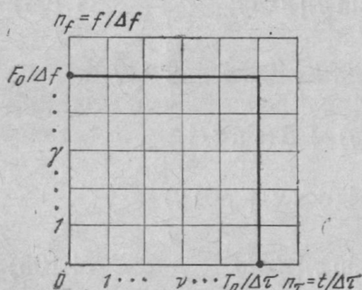


Рис. 5.1

В общем случае вся область поиска сигнала в интересующих нас интервалах по задержке T_0 и частоте F_0 может быть разбита на $n_{\tau f}$ элементарных прямоугольных ячеек со сторонами, равными интервалам корреляции по частоте $\Delta f=1/2T$ и времени $\Delta\tau=1/2F$ (рис. 5.1). Здесь величина $n_{\tau f}$ будет определять то число ячеек, которое необходимо проверить для обнаружения сигнала. При решении задачи распознавания следует поставить в соответствие обнаруженному сигналу номер ячейки частотно-временной плоскости, которой данный сигнал принадлежит, и тем самым оценить его частоту и задержку. Иными словами, поиск можно рассматривать как задачу обнаружения одного из $n_{\tau f}$ квазиортогональных сигналов $s_{ik}(t)$ длительностью $T<T'$, где T' — время существования сигнала на входе приемника, а

$$n_{\tau f}=F_0T_0/(\Delta f\Delta\tau). \qquad (5.1)$$

Квазиортогональность сигналов данного множества определяется установленными интервалами корреляции по частоте и задержке. Представим формулу (5.1) в другом виде

$$n_{\tau f}=F_0T_0(1/2T)(1/2F)=2F_0T_0/2FT=n_{ц}n. \qquad (5.2)$$

Здесь $n_ц=2F_0T_0$ — число степеней свободы цели (возможная область появления сигнала), а $n=2FT$ — число степеней свободы сигнала (или его база). Величина $n_{\tau f}$ определяет число корреляторов, которое необходимо иметь для одновременного анализа всех ячеек. Практически $n_{\tau f}$ может изменяться от 10 до 10^{10} и определяет количество информации, необходимое для завершения процесса поиска. Минимальное время для получения такого количества информации можно оценить, преобразовав формулу К. Шеннона (2.2), в предположении передачи информации $n_{\tau f}$ квазиортогональными сигналами

$$T_{min} \geqslant \log_2 n_{\tau f} / 1{,}44 (P_c/N_0). \qquad (5.3)$$

Для достижения T_{min} требуется $n_{\tau f}$-канальное корреляционное устройство с временем анализа T_{min}. Однако практическая реализация $n_{\tau f}$-канального коррелятора в большинстве случаев невозможна, да и требуемое время поиска обычно значительно превышает T_{min}. Поэтому возможно уменьшение числа корреляторов в обмен на увеличение времени обнаружения.

Система поиска должна не только обнаружить и распознать сигнал, но и облеспечить ввод следящего приемника в режим синхронного слежения за параметрами сигнала. Поэтому возникает вопрос о точности оценки параметров сигнала (частоты и задержки), достаточной для захвата сигнала следящим приемником. При этом ошибки в оценках частоты Δf_T и запаздывания $\Delta\tau_T$ должны находиться в определенных соотношениях с параметрами следящего приемника: $\Delta f_T \leqslant \Delta f_з$; $\Delta\tau \leqslant \tau\Delta_з$, где $\Delta f_з$ и $\Delta\tau_з$ — полоса захвата подсистемы ФАП и интервал схватывания схемы слежения за задержкой. Величина $\Delta\tau_з$ определяется размахом дискриминационной характеристики и в реальных случаях близка к значению $1/2F$, а $\Delta f_з$ зависит от полосы схватывания ФАП и в реальных случаях может быть меньше $1/2T$. Если $\Delta f < 1/2T$, то для захвата необходимо либо уточнить частоту сигнала, обнаруженного в элементарной ячейке, либо нужно заранее разбить область поиска на большее число ячеек.

При оптимизации систем поиска используется или критерий минимума среднего времени поиска при заданной вероятности обнаружения, или критерий максимума вероятности обнаружения при заданном времени поиска. Оптимизация систем поиска включает оптимизацию порядка сканирования (осмотра) области поиска, обнаружения, процедуры поиска и формы сигналов.

В общем виде систему поиска в частотно-временной области можно представить структурной схемой, показанной на рис. 5.2. В обнаружителе производится анализ поступающей на его вход выборки, а схема управления

вырабатывает управляющее воздействие $u(t, \tau, f)$ на изменение координат анализа в соответствии с принятой процедурой сканирования частотно-временной области (F_0, T_0). При обнаружении сигнала отпирается ключ, и на его выходе образуются оценки параметров сигнала t^* и τ^*, необходимое для ввода приемника в режим слежения.

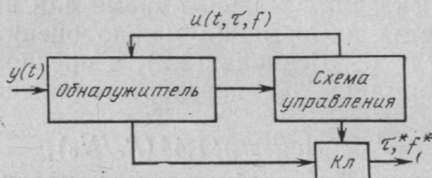


Рис. 5.2

Выбор вида обнаружителя и поисковой процедуры определяется рядом факторов — аппаратурными затратами, эффективностью принимаемых мер и зависит от конкретных особенностей используемых сигналов, решаемых задач и тактических ситуаций. При этом практически всегда можно уменьшить время обнаружения, усложнив систему поиска, и наоборот, упростить систему, увеличив время обнаружения.

Принципы построения систем поиска. Наибольшее количество результатов получено при исследовании обнаружителей, в которых решение о присутствии сигнала выносится на основе анализа отношения правдоподобия. В зависимости от того, является интервал наблюдения $[0, T_э]$ фиксированным или переменным, такие обнаружители делятся на два класса.

В обнаружителях с фиксированным интервалом наблюдения решение о наличии или отсутствии сигнала на фоне помехи принимается по окончании заранее установленного времени анализа. При этом по наблюдаемой выборке $y=(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ вычисляется отношение правдоподобия

$$L(y)=W_n(y|H_1)/W_n(y|H_0), \quad (5.4)$$

где $H_0: y(t)=n(t)$; $H_1: y(t)=s(t)+n(t)$; $W_n(y|H_1)$ и $W_n(y|H_0)$ — совместные плотности вероятностей смеси сигнала с шумом и только одного шума. На основании сравнения отношения правдоподобия с некоторым порогом z_0 выносится решение о результате наблюдения. Реализация таких устройств проста, их возможности наиболее полно изучены, поэтому на практике они получили широкое распространение.

В обнаружителях со случайной выборкой реализуется алгоритм последовательного анализа. Идея этого способа становится понятной из анализа недостатков способа с постоянной выборкой. Действительно, если выборка наблюдений достаточно велика, то иногда правильное решение становится очевидным задолго до того, как будет накоплена полная выборка. В этом случае представляется разумным принять соответствующее решение, не дожидаясь завершения выборки. Допуская такую гибкость, Вальд впервые обнаружил, что математическое ожидание числа наблюдений (или время поиска), необходимых для решения, может быть существенно уменьшено без увеличения вероятности вынесения неправильного решения. В этом случае вместо фиксированных интервалов наблюдения анализ продолжается в течение времени, необходимого для вынесения решения с данной точностью.

Отношение правдоподобия [17]

$$L_i(y) = W_i(y|H_1)/W_i(y|H_0), \tag{5.5}$$

вычисленное по выборке $y = (y_1, \ldots, y_i)$, сравнивается с двумя порогами A и B $(0 < B < A)$. Если $L_i(y) \leqslant A$, то процесс обнаружения заканчивается решением о присутствии сигнала, если $L_i(y) \leqslant B$, выносится решение о наличии только шума, если $B < L_i(y) < A$, производится следующее наблюдение. Такая процедура продолжается до тех пор, пока не будет принято определенное решение.

Пороги A и B однозначно определяются через $p_{\text{лт}}$, и $p_{\text{пр}}$:

$$A \leqslant (1 - p_{\text{пр}})/p_{\text{лт}}, \quad B \leqslant p_{\text{пр}}/(1 - p_{\text{лт}}).$$

При одинаковых значениях вероятностей ошибок и отношений сигнал-помеха средняя длительность выборки при последовательном анализе оказывается всегда меньше выборки с фиксированной продолжительностью наблюдения. Одним из существенных недостатков метода последовательного анализа является случайность объема выборки. Этот метод сложно использовать в аналоговых приемниках, в частности, при дискретном поиске по частоте, где разрешающая способность зависит от времени анализа. Последовательный обнаружитель не может быть использован также в системах радиосвязи, в которых время анализа определяется длительностью информационного символа. Отмеченные недостатки ограничивают прямое применение последовательных обнаружителей в поисковых системах связи и управления. Однако идеи последовательного анализа плодотворно используются в системах, реализующих многоэтапные процедуры поиска.

Некоторое сокращение времени анализа обеспечивается в обнаружителях оценочно-корреляционного типа, синтезированных в работах Р. Л. Стратоновича и Ю. Г. Сосулина, в классе марковских сигналов [51, 54]. Оценочно-корреляционный принцип построения обеспе-

чивает одновременное решение двух задач — обнаружения сигнала и измерения его параметров. Это оказывается полезным, в частности, потому что сразу же после обнаружения сигнал может быть использован в качестве оценочного значения. При этом экономится общее время обработки сигнала (обнаружения и измерения). Оценочно-корреляционный приемник (рис. 5.3) со-

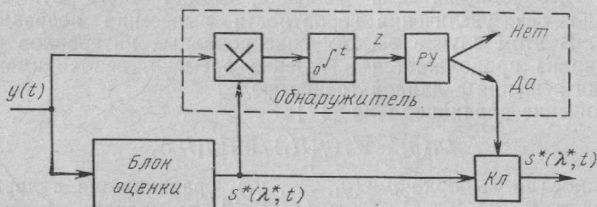


Рис. 5.3

держит собственно обнаружитель и блок оценки параметров сигнала, что усложняет его реализацию. Некоторое развитие оценочно-корреляционного метода с оптимизацией формы сигнала обсуждается в § 5.3.

5.2. ОПТИМИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ ДЛЯ БЫСТРОГО ПОИСКА

Минимизация общего времени поиска может быть достигнута при соответствующей оптимизации сигнала. Очевидно, что этот путь используется тогда, когда выбор формы сигнала не обусловлен другими причинами. Заметим, что при оценках только задержки лучшим будет сигнал с псевдослучайной модуляцией, имеющий при расстройках остатки: $-1/L$, если L нечетно или $-1/(L-1)$, если L четно. Поиск такого сигнала сводится к построению L-канального коррелятора и принятию решения максимального правдоподобия. Однако есть основания полагать, что такой сигнал не будет хорош при последовательном поиске в случае ограничений на число корреляторов. Действительно, когда L велико, при последовательном поиске одним коррелятором значительно больше времени тратится на отбраковку ошибочных решений, чем на принятие правильного. Вместе с тем эти решения неравнозначны: отбраковка устраняет лишь одну ячейку из конкурирующих L ячеек, в то время как принятие правильного решения устраняет сразу все оставшиеся ячейки (или $L-1$ ячеек при первом

опыте). Очевидно, что наилучшим сигналом для целей поиска будет такой, который при каждом наблюдении позволит сократить число конкурирующих ячеек в два раза. Такой метод деления области неопределенности при поиске на две равные части называют дихотомией. Полное время поиска сигнала методом дихотомии будет пропорционально $\log_2 L$ (вместо L при линейном сканировании).

Последовательности быстрого поиска. Представим полезный сложный сигнал в виде суммы простых

$$s(t) = (1/\sqrt{\log_2 L}) \sum_{i=1}^{\log_2 L} s_i(t), \tag{5.6}$$

где $s_i(t)$ — гармонические сигналы или сигналы с формой меандра, имеющие период $2^i T/L$, и ортогональные на интервале T. При амплитуде каждого из слагаемых $1/\sqrt{\log_2 L}$ суммарная мощность такого сигнала равна 1. Оптимальная процедура поиска сигнала (5.6) заключается в последовательном определении $n = \log_2 L$ интегралов вида

$$z_i(j) = \int_{jT}^{(j+1)T} y(t)\, s_i(t)\, dt \tag{5.7}$$

для каждого из слагаемых (5.6) с оценкой знака. Оценки знака всех n слагаемых позволяют найти задержку сигнала, причем после каждой процедуры определения знака одного из слагаемых уменьшается число конкурирующих ячеек от $L/2^{i-1}$ до $L/2^i$. Для примера на рис. 5.4 представлены формы пяти слагаемых такого сигнала (верхние пять эпюр). Его задержка, соответствующая штрихпунктирной линии, будет определяться положительными знаками корреляционных интегралов z_1, z_3, z_4, z_5 и отрицательным знаком z_2. Математическое ожидание времени поиска такого сигнала при условиях $p_{лт} = p_{пр}$, $p_e = n$, $p_{пр} \ll 1$ составляет [55]

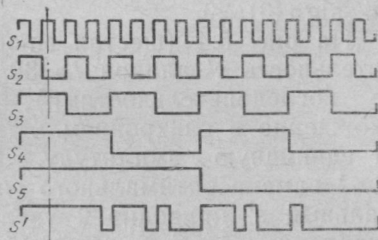


Рис. 5.4

$$T_п = k \cdot 0{,}25 \cdot \ln(\log_2 L/p_e)\,[(\log_2 L)^2/q]\,T, \tag{5.8}$$

где $k = \begin{cases} 1 \text{ для последовательной процедуры Вальда,} \\ 4 \text{ для фиксированной выборки наблюдений.} \end{cases}$

Недостаток рассматриваемых сигналов по сравнению с псевдошумовыми состоит в непостоянстве передаваемой мощности. Пиковая мощность сигнала (5.6) в $\log_2 L$ раз больше его средней мощности. Однако эти сигналы могут быть заменены двоичными последовательностями постоянной мощности лишь с минимальным ухудшением поисковых характеристик [55]. Смысл такой замены сводится к следующему. Представим сигнал (5.6) в дискретном виде

$$s = \left(\sum_{i=1}^{n} s_1{}^i \sum_{i=1}^{n} s_2{}^i, \ldots, \sum_{i=1}^{n} s_2{}^i \right). \qquad (5.9)$$

Здесь нижний индекс $s_j{}^i$ определяет положение сигнала на оси времени, а верхний — номер слагаемого. Заменим сигнал (5.9) на сигнал $s' = (Q_1, Q_2, \ldots, Q_L)$,

$$Q_j = \operatorname{sign}\left\{ \sum_i s_j{}^i \right\} \triangleq \begin{cases} 1 & \text{при } \Sigma s_j{}^i \geqslant 0, \\ -1 & \text{при } \Sigma s_j{}^i < 0, \end{cases} \qquad (5.10)$$

Определение функции $\operatorname{sign}\{x\}$ при $x=0$ несущественно лишь для $i>2$. Для удобства определим $\operatorname{sign}\{0\} \triangleq 1$, хотя это расходится с общепринятым определением когда $\operatorname{sign}\{0\}=0$.

На рис. 5.4 (шестая эпюра) представлена последовательность s' длиной $L=32$ (вместе с составляющими ее последовательностями), обеспечивающая быстрое вхождение в синхронизм. Эта последовательность имеет единичную амплитуду. В [55] показано, что при $n \gg 1$ замена оптимального сигнала (5.6) на квазиоптимальный s' приводит к увеличению времени поиска, определяемого формулой (5.8), в $\pi/2$ раз.

Естественным обобщением дихотомии на случай параллельно-последовательного поиска является полихотомия — деление области неопределенности на p' ($p'>2$) частей и устранение неопределенности при помощи ($p'-1$) обнаружителей. Метод политохомии позволяет закончить поиск за минимальное число шагов $n = \log_p L$. Для реализации этого метода также необходимо определить форму сигналов, обеспечивающих деление области неопределенности на p' частей, и конструкцию обнаружителя. Некоторые результаты по этим задачам содержатся в работах [29, 35]. К недостаткам рассмат-

риваемого метода поиска следует отнести большое число слагаемых сигналов и недостаточно полное использование заложенной в них информации (определение только знака интегралов (5.7)), что энергетически невыгодно, а также плохую электромагнитную совместимость сигналов с простейшими сигналами, модулированными меандром с периодом $2^{i-1}T/L$.

Составные последовательности. Такие последовательности комбинируются из нескольких простых различными приемами, например перемножением коротких последовательностей с равными тактовыми частотами. Можно показать, что коэффициент взаимной корреляции составной последовательности с каждой из ее составляющих резко возрастает при задержках, кратных периоду простых последовательностей. Поэтому на приемном конце радиолинии имеется возможность оценить задержки всех простых последовательностей, что позволяет в конечном итоге создать опорную сложную последовательность, совпадающую по задержке с принимаемой.

Выигрыш по времени при поиске составной последовательности определим отношением

$$\eta_{\text{сл}} = \overline{T}_{\text{п}}/\overline{T}_{\text{сл}} = \prod_{i=1}^{l} L_i \Big/ \sum_{i=1}^{l} L_i,$$

где l — число слагаемых; L_i — число элементов в последовательности.

Такой выигрыш объясняется более полным использованием промежуточных апостериорных данных в процессе поиска. Составная последовательность может формироваться линейным сложением двух сложных радиосигналов в квадратуре. Один из таких сигналов может быть коротким с периодом $L_1\tau_{\text{и}}$, а другой — длинным с периодом $L_2\tau_{\text{и}}$. Если $L_2/L_1=m$ — целое число и последовательности L_1 и L_2 сфазированы в определенном порядке, то поиск составной последовательности проводится так: вначале осуществляется поиск по частоте и поиск по задержке короткой последовательности L_1, а затем корреляция длинной последовательности всего в $m-1$ точках через L_1 тактов. Выигрыш во времени поиска в этом случае составит

$$\eta_{\text{сл}}=\overline{T}_{\text{п}}/\overline{T}_{\text{сл}}=L_2/(L_1+m-1)\approx m/(1+mL_1). \qquad (5.11)$$

Недостаток этого способа — использование двух сигналов, что приводит к расходу мощности. Преимущество — существенное сокращение времени поиска.

5.3. ОПТИМИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ ДЛЯ БЫСТРОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Последовательности, обеспечивающие быстрый захват с равномерным шагом. Рассмотрим синхросигнал, являющийся суммой псевдослучайных сигналов с разными тактовыми частотами, и оценочно-корреляционный принцип его фильтрации с использованием метода последовательных приближений [66]. Представим синхро-

сигнал в виде

$$s(t)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}s_i(t). \qquad (5.12)$$

Здесь $s_i(t)$ — псевдослучайные сигналы с периодом T и амплитудой $1/\sqrt{N}$, формируемые синхронно на кратных тактовых частотах; N — число слагаемых. Будем также считать слагаемые $s_i(t)$ ортогональными на периоде T, а следовательно, общую мощность синхросигнала примем единичной. Процедура поиска сигнала (5.12) в помехах заключается в следующем. Вначале проводится оценка задержки самой низкочастотной составляющей сигнала $s_1(t)$ с использованием приемника, реализующего оценочно-корреляционный принцип (рис. 5.3). Блоком оценки является ССЗ. Выбор тактовой частоты составляющей $s_1(t)$ осуществляется исходя из максимально возможной неточности в априорной оценке запаздывания ΔT сигнала $f_{T1}=1/\tau_{и1}\sim 1/\Delta T$. Оценочно-корреляционный принцип поиска обеспечивает одновременно с обнаружением сигнала оценку его задержки. Неточность оценки задержки сигнала $s_1(t)$ определяет выбор тактовой частоты второй составляющей $s_2(t)$. При приеме сигнала $s_2(t)$ также осуществляется оценка задержки, а ошибка в оценке задержки определяет выбор тактовой частоты составляющей $s_3(t)$ и далее, вплоть до сигнала $s_N(t)$ с номинальной тактовой частотой. Определим основные характеристики такой процедуры: число приближений N, значения тактовых частот составляющих $s_i(t)$ и выбор параметров приемника. При приеме $s_1(t)$ после захвата сигнала и отработки рассогласования ошибка фильтрации будет равна

$$\sigma_1=\tau_{и1}\sqrt{N_0 \Pi_\mu N/2P_c}, \qquad (5.13)$$

где $\Pi_\mu=k_\mu B_\mu$ — шумовая полоса ССЗ.

Тактовую частоту сигнала $s_2(t)$ выберем таким образом, чтобы максимальная ошибка фильтрации на частоте f_{T1} не превосходила бы половины значения апертуры характеристики дискриминатора на частоте f_{T1}, что обеспечит с вероятностью, близкой к 1, захват сигнала ССЗ. Примем

$$k_a\tau_и\geqslant 3\sigma_1, \qquad (5.14)$$

где $k_a\in 1;\ 1{,}5;\ 3$ — коэффициент пропорциональности.

После окончания переходного процесса на тактовой частоте $f_{T2}=1/\tau_{и2}$ ошибка фильтрации будет равна

$$\sigma_2=\tau_{и2}\sqrt{\frac{N_0\Pi_\mu N}{2P_c}}\geqslant\frac{3\tau_{и1}}{k_a}\left(\sqrt{\frac{N_0\Pi_\mu N}{2P_c}}\right)^2. \quad (5.15)$$

Аналогично на третьем этапе приближений $f_{T3}=1/\tau_{и3}$ и т. д. Номинальное значение

$$\sigma_N\geqslant\left(\frac{3}{k_a}\right)^{N-1}\left(\frac{N_0\Pi_\mu N}{2P_c}\right)^{N/2}\tau_{и1}. \quad (5.16)$$

Заменяя неравенство (5.16) равенством, определим минимальное число приближений

$$N=\frac{2\lg(3c/k_a)}{\lg[(3/k_a)^2(\Pi_\mu/q_0)]}+\lg N, \quad (5.17)$$

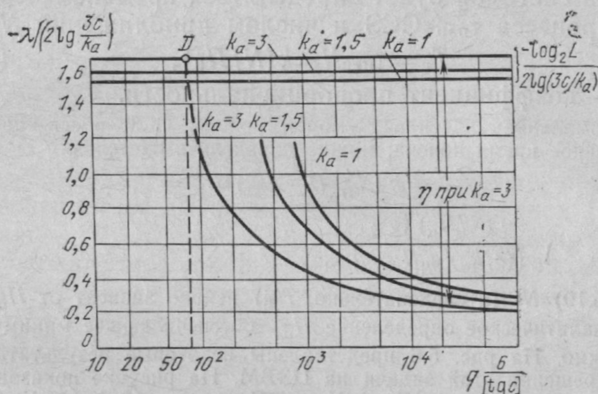


Рис. 5.5

где $q_0=2P_c/N_0$; $c=\sigma_N/\tau_{и1}$ характеризует априорную неопределенность.

Полученное трансцендентное уравнение было исследовано на ЦЭВМ. Кривые на рис. 5.5 характеризуют нормированную зависимость $-N/2\lg(3c/k_a)=f[q(6/\lg c)]$, где $q=q_0/\Pi_\mu=2E/N_0$ — отношение сигнал-шум на выходе ССЗ. По этим кривым для заданных значений c, k_a и q можно определить необходимое число приближений N. Из рассмотрения рис. 5.5 следует, что с ростом q число необходимых приближений N уменьшается, а с ростом интервала неопределенности c происходит увеличение числа приближений N и минимально необходимой энергетики радиолинии $q_{пор}$.

Приведенные кривые позволяют оценить выигрыш η данного метода по сравнению с методом дихотомии

по числу используемых сигналов. С этой целью на рис. 5.5 представлена зависимость $-\log_2 L/2\lg(3c/k_a)$ при различных k_a, которая при $L=c$ дает число меандровых сигналов при дохотомии. Нетрудно заметить, что выигрыш η увеличивается с ростом отношения сигнал-шум. Так, при $k_a=3$ и $q=10^2$ получим $\eta=6$, а при $q=10^4$ имеем $\eta=16{,}5$. На графиках рис. 5.5 можно найти точку D, когда оба метода по числу сигналов будут эквивалентны ($\eta=0$). Эта точка соответствует столь малым отношениям сигнал-шум, при которых рассматриваемый метод не применим, да и метод дихотомии также не будет эффективным, особенно при большой априорной неопределенности. Общее время поиска и захвата сигнала системой будет определяться временем переходного процесса $\tau_{\text{пер}}$ ССЗ и числом приближений N:

$$T_{\text{п}}=\tau_{\text{пер}}N=k(N/\Pi_\mu), \tag{5.18}$$

где k — коэффициент пропорциональности.

Оптимальное значение шумовой полосы ССЗ, обеспечивающее минимальное время поиска, можно определить из условия

$$(T_{\text{п}})'_{\Pi_\mu}=k\,(N'_{\Pi_\mu}\Pi_\mu-N)/\Pi_\mu^2=0, \tag{5.19}$$

где $N'_{\Pi_\mu}=\dfrac{-(N/\Pi_\mu)\lg e}{\lg[(3/k_a)^2 q_0 \Pi_\mu e N]}$.

В (5.19) N' (а следовательно, $T'_{\text{п}}$) неявно зависит от Π_μ, поэтому аналитическое определение Π_μ, обеспечивающее минимум $T_{\text{п}}$, невозможно. На рис. 5.6 представлены некоторые результаты численного решения этой задачи на ЦЭВМ. На рисунке показаны зависимости отношения N/Π_μ и N от Π_μ для $c=10^{-4}$, $q_0=10^{-3}$ ($k_a=3$. Характерно, что минимум N/Π_μ обеспечивается в области таких Π_μ, когда N достаточно велико и быстро растет, а система работает вблизи пороговых уровней отношения сигнал-шум.

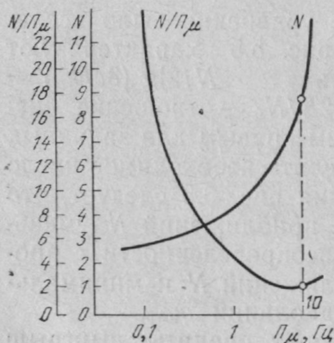


Рис. 5.6

В ряде случаев целесообразно пойти по пути сокращения N за счет некоторого увеличения отношения $N/\Pi_\lambda\equiv T_{\text{п}}$, Как следует из зависимостей на рис. 5.6, увеличение N/Π_λ в 2—3 раза позволяет уменьшить Π_μ в 3—5 раз и N в 2—3 раза. Эти выводы подтверждаются при больших диапазонах изменения q и c. Синхросигнал может быть сформирован как в виде суммы псевдослучайных сигналов

(5.2), так и в виде двоичной последовательности постоянной мощности в соответствии с (5.10). Практически удобно слагаемые сигнала (5.12) иметь на тактовых частотах, отличающихся на 2^i, где $i>1$ — целое число.

Последовательности, обеспечивающие быстрый захват с неравномерным шагом. Рассмотрим синхросигнал, состоящий из суммы псевдослучайных последовательностей с кратными тактовыми частотами, в форме (5.9), (5.10). Для этого сигнала оценим процедуру поиска, которая отличается от описанной в предыдущем разделе лишь тем, что на μ-м приближении в качестве опорного сигнала будем использовать сигнал вида

$$s_{\text{опμ}}(t) = \operatorname{sign}\sum_{i=1}^{\mu} s_i(t). \qquad (5.20)$$

Следовательно, при первом приближении опорный сигнал будет представлять собой низкочастотную составляющую, при втором — сумму двух самых низкочастотных составляющих и т. д. Указанное отличие позволит обеспечить более высокую корреляцию сигналов (а следовательно, и лучшие энергетические показатели) при обнаружении, чем использование лишь одной i- составляющей. Среднее значение полезного напряжения при корреляции полезного сигнала $s'(t)$ и опорного $s_1(t)$ будет равно

$$u_1 = \frac{AT}{LN}\sum_{j=1}^{L}\left|\sum_{i=1}^{N} s_j^{\,i}\right| = \begin{cases} \dfrac{AT}{2^{N-1}}\dbinom{N-1}{\frac{N-1}{2}}, & N \text{ нечетное,} \\[2ex] \dfrac{2T}{2^{N}}\dbinom{N}{\frac{N}{2}}, & N \text{ четное} \end{cases} \qquad (5.21)$$

где A — амплитуда синхросигнала.

Применяя к (5.21) приближение Стирлинга для биномиальных коэффициентов при больших N, получим $u_1 \approx \sqrt{2/\pi}\,AT/\sqrt{N}$. При корреляции $s'(t)$ и $s_{\text{опμ}}(t)$ будем соответственно иметь

$$u_\mu = \mu\sqrt{2/\pi}\,AT/\sqrt{N};\quad \sigma_\mu^2 = \mu N_0 T/2;$$
$$q_\mu = \frac{u_\mu^2}{\sigma_\mu^2} = \frac{2\mu}{\pi}\,\frac{2E_1}{N_0},\quad E_1 = \frac{2A^2T}{N}. \qquad (5.22)$$

Следовательно, отношение сигнал-шум при μ-м приближении возрастает в среднем в μ раз. Однако заметим, что формирование двоичной опорной последовательности вида (5.20) при малом и четном значении μ вызовет существенные погрешности из-за определения $\operatorname{sign}\{0\}=1$. Так, опорный сигнал, формируемый из двух M-последовательностей, на 3/4 элементов будет состоять из 1, тогда как (—1) будет иметь лишь 1/4 элементов. Однако уже при четырех слагаемых искажение опорного сигнала уменьшается: 2/3 элементов опорного сигнала составят 1, а 1/3 — (—1). Поэтому при двух слагаемых опорного сигнала (5.20) целесообразно перейти от (5.10) к трехуровневому сигналу:

$$\operatorname{sign} x=\begin{cases} 1, & x>0, \\ 0, & x=0 \\ -1, & x<0. \end{cases} \qquad (5.23)$$

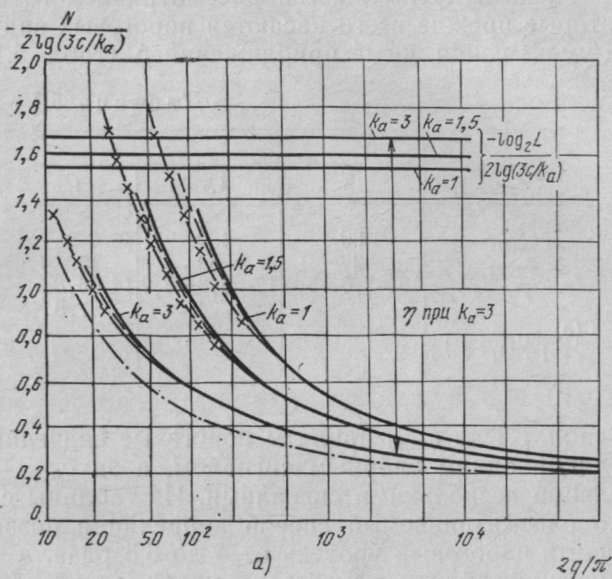
При этом $\operatorname{sign}\{0\}=0$ соответствует бланкированию приемника. В этом случае, общее время корреляции с полезным сигналом уменьшится из-за бланкирования в два раза, но во столько же раз уменьшится и дисперсия шума. Оценим необходимое число приближений N и правило выбора тактовых частот слагаемых. Для N-го приближения будем иметь

$$\sigma_N \geqslant \tau_{и1}\left(\frac{3}{k_a}\right)^{N-1}\left(\frac{N_0 \Pi_\mu}{2P_с}\right)^{N/2}\left(\frac{1}{N!}\right)^{1/2}. \qquad (5.24)$$

Заменяя неравенство (5.24) равенством и пользуясь асимптотической формулой Стирлинга для факториала, найдем минимальное число приближений

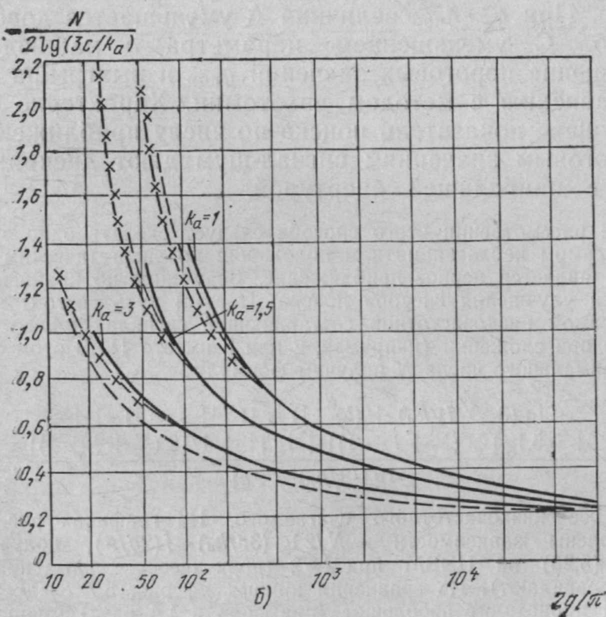
$$N=\frac{2\lg(3c/k_a)+0{,}5\lg(2\pi N)+2\lg(1+1/12N)}{\lg[(3/k_a)^2 q^{-1} e]}. \qquad (5.25)$$

Уравнение (5.25) трансцендентное относительно N и поэтому решалось на ЦЭВМ. На рис. 5.7,*а* представлены нормированные зависимости $-N/2\lg(3c/k_a)=$ $=f(2q/\pi)$, из которых при заданных значениях c, k_a, q нетрудно определить N. На этом рисунке непрерыв линии характеризуют зависимость числа приближений N от q при $c=10^{-6}$, штриховые — при $c=10^{-4}$, штриховые с крестиками — при $c=10^{-2}$. С увеличением q указанные три линии сливаются в одну. На рис. 5.7,*а* представлены зависимости $-\log_2 L/2\lg(3c/k_a)$ при различных k_a, которые при $c=L$ определяются числом меандровых сигналов при дихотомии. При сравнении с аналогичными зависимостями, приведенными на рис. 5.5,



$-\frac{N}{2\lg(3c/k_a)}$
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
$k_a=3$
$k_a=1,5$
$-\log_2 L$
$2\lg(3c/k_a)$
$k_a=1$
$k_a=1,5$
$k_a=3$
$k_a=1$
η при $k_a=3$
10
20
50
10^2
10^3
10^4
$2q/\pi$

а)



$-\frac{N}{2\lg(3c/k_a)}$
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
$k_a=1$
$k_a=3$
$k_a=1,5$
10
20
50
10^2
10^3
10^4
$2q/\pi$

б)

Рис. 5.7

можно оценить преимущества рассматриваемого способа, которые прежде всего касаются пороговых значений $q_{пор}$ и уменьшения числа приближений Δ (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Параметры	k_a		
	3	1,5	1
$q_{пор1}$	80	400	800
$q_{пор2}$	20	60	150
$\Delta=N_1-N_2$ ($q_{пор1}$, $c=10^{-6}$)	16—7,6=8,4	12—6,8=5,2	14—6,8= =7,5

В табл. 5.1 за $q_{пор1}$ приняты пороговые значения при корреляции одним опорным сигналом, а за $q_{пор2}$ — при корреляции несколькими сигналами. Из таблицы следует, что рассматриваемый способ корреляции позволяет уменьшить пороговый уровень от 4 до 6,5 раза, а число приближений вблизи порогового уровня — примерно в 2 раза. При $q>q_{пор}$ величина Δ уменьшается довольно быстро. С уменьшением параметра c наблюдается уменьшение пороговых значений $q_{пор}$ и выигрыша по N по сравнению с методом дихотомии. Характерно и то, что лучшие показатели поиска по числу приближений N и пороговым значениям сигнал-шум дают дискриминаторы с наибольшей апертурой.

При рассмотрении этого способа следует сделать одно замечание. В самом неблагоприятном положении по энергетическим показателям является первое приближение. Возможны по крайней мере два пути улучшения способа поиска. Первый путь состоит в том, чтобы самой низкочастотной составляющей сигнала придать больший вес при сложении (например, 2 или 3 вместо 1). В этом случае для минимального числа N получим формулу

$$N=\frac{2\lg(3c/\sqrt{l!}\,k_a)+(l-1)\lg[(N+l-1)/e]+ +0{,}5\lg[2\pi(N+l-1)]+\lg[1+1/12(N+l+1)]}{\lg[(3/k_a)^2q^{-1}e]}, \quad (5.26)$$

где l — вес низкочастотного слагаемого. На графиках рис. 5.7,б представлены зависимости $-N/2\lg(3c/k_a)=f(2q/\pi)$, полученные счетом (5.26) на ЦЭВМ при $l=2$ (практически кривые при $l=2$ и $l=3$ совпадают). Из сравнения кривых на рис. 5.7 следует, что при $l>1$ происходит небольшое (примерно в 1,4 раза) уменьшение порогового отношения сигнал-шум и незначительное снижение числа приближений при пороговых уровнях.

Второй путь улучшения способа поиска заключается в увеличении времени накопления сигнала при первых приближениях, что приводит к увеличению постоянной времени ССЗ. В частности, может быть установлен гарантированный уровень отношения сигнал-шум на первом приближении, а при следующих приближениях время накопления сигнала можно уменьшить. Пусть, например, полоса ССЗ изменяется по закону $\Pi_{\mu} = j\Pi_{\mu 0}/N$, где $j=1, N$ — текущее приближение. В результате получим

$$N = \frac{2\lg(3c/k_a)}{\lg[(3/k_a)^2 q]}.$$

Зависимость $-N/2\lg(3c/k_a)$ при $k_a=3$ представлена на рис. 5.7 штрихпунктирной линией. Очевидно, что такой путь незначительно снижает N, но приводит к уменьшению порогового уровня и увеличению времени поиска.

5.4. ОСОБЕННОСТИ ПОИСКА СИГНАЛОВ С ЧАСТОТНОЙ И ЧАСТОТНО-ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ

Способы поиска по задержке. Исходной предпосылкой этих способов поиска является общая особенность ЧМ и ЧФМ сигналов, которая заключается в том, что

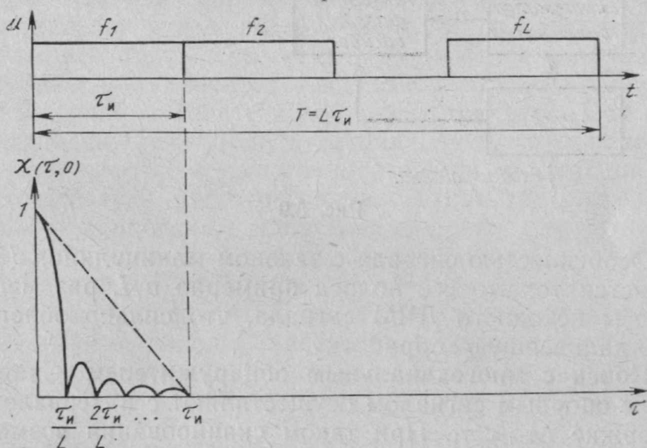


Рис. 5.8

на выходе коррелятора при рассогласовании по задержке принимаемого и опорного сигналов, меньшем τ_1 (где τ_1 — вполне определенное для данного сигнала значение, много большее интервала корреляции), образуется сравнительно узкополосный процесс с закономерной фазовой манипуляцией. На рис. 5.8 для пояснения представлена диаграмма ДЧМ сигнала и его корреляцион-

ная функция (АКФ). Образование такой АКФ в пределах задержки $\tau_1 < \tau_и$ объясняется тем, что в результате перемножения входного и опорного сигналов с рассогласованием $\Delta\tau < \tau_и$ образуется ФМ радиосигнал. Скачки фазы такого сигнала, следующие через интервал $\tau_и$, определяются следующей зависимостью:

$$\varphi_N = 2\pi \Delta F_N \Delta\tau, \qquad (5.27)$$

где $\Delta F_N = (N_k - N_n)\Delta f$, $N_k = \overline{1, L}$.

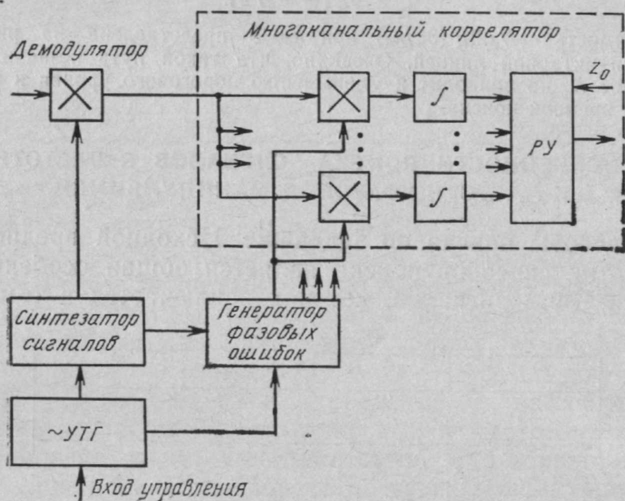


Рис. 5.9

Особенностью сигнала с законом манипуляции (5.27) является то, что его полоса примерно в L раз меньше полосы исходного ДЧМ сигнала, что сильно облегчает его дальнейшую обработку.

Поиск с многоканальным обнаружителем. Сканирование опорным сигналом осуществляют с интервалом по задержке $\Delta\tau_{э1} < \tau_1$. При таком сканировании возможно два исхода: когда разность задержек входного и опорного сигналов $\Delta\tau \leqslant \Delta\tau_{э1}$, и когда $\Delta\tau > \Delta\tau_{э1}$. В первом случае образуется узкополосный сигнал, закон фазовой манипуляции которого определяется (5.27). Этот сигнал поступает на вход многоканального коррелятора (обнаружителя), на опорные входы которого подаются ФМ сигналы от генератора фазовых ошибок (рис. 5.9). Число каналов обнаружителя равно $n = \Delta\tau_{э1}/\Delta_k$, где Δ_k — интервал корреляции ДЧМ сигнала, а закон фазовой

манипуляции опорных сигналов многоканального коррелятора определяется зависимостью

$$\varphi_{Nj} = -2\pi\Delta F_N (j-1)\Delta_k, \quad (5.28)$$

где $j=\overline{1,\ (n+1)}$ — номер канала.

Тот канал, в котором напряжение свертки максимально и превысило пороговый уровень, определяет ошибку задержки $\Delta\tau=(j-1)\Delta_k$. Если же $\Delta\tau > \Delta\tau_{э1}$, то на выходе демодулятора образуется широкополосный сигнал, свертка которого с опорными сигналами не будет эффективной. В этом случае генератор копии сигналов изменит свою задержку на $\Delta\tau_{э1}$, после чего начнется новый цикл обнаружения. Рассматриваемый способ поиска эквивалентен поиску с использованием n-канального обнаружителя.

Ускоренный поиск по задержке [12]. Рассматриваемый способ поиска является двухэтапным. На первом этапе сканируется область поиска с шагом по задержке $\Delta\tau_{э1} < \tau_1$ и результаты перемножения записываются в память. Так как при перемножении входного и опорного сигналов при $\Delta\tau \leqslant \Delta\tau_{э1}$ образуется сравнительно узкополосный процесс, то устройства памяти могут быть построены на элементах дискретной техники. Второй этап включает в себя ускоренное многократное считывание записанного в памяти сигнала, получение корреляционной свертки и вынесение решения о значении его задержки. При рассогласовании входного и опорного сигналов в пределах шага сканирования результат перемножения, записанный в память, представляет собой радиосигнал с ФМ по закону (5.27). Поэтому, когда этот сигнал многократно ускоренно считывается, то начальная фаза каждого частотного элемента изменяется на величину

$$\varphi_{Nj} = -2\pi\Delta F_N (j-1)\Delta\tau_{э2}, \quad (5.29)$$

где j — номер цикла считывания; $\Delta\tau_{э2} \leqslant \Delta_k$ — допустимая ошибка поиска (шаг на втором этапе); $j=\overline{1,\ (m+1)}$, $m=\Delta\tau_{э1}/\Delta\tau_{э2}$. При каждом цикле считываемый сигнал интегрируется, например пропускается через узкополосный фильтр с полосой $\Delta f = k/T_ф$, где k — коэффициент сжатия сигнала во времени считывания. Если на j-м цикле при интегрировании происходит превышение некоторого порога, то это означает, что рассогласование по задержке между входным и опорным сигналами составляет $\Delta\tau_и = (j-1)\Delta\tau_{э2}$. Если же рассогласование

$\Delta\tau > \Delta\tau_{э1}$, то поиск следует продолжать. Общее время поиска $T_п$ слагается из времени записи сигнала в память $T_{зап}$ и времени ускоренного считывания $T_{сч}$. При этом

$$T_{зап} = mT_з = LnT/\varepsilon, \tag{5.30}$$

где $m = T(\varepsilon\tau_1) = L/\varepsilon$ — общее число в записанных наблюдений; T — период сигнала; $\varepsilon\tau_и = \Delta\tau_{э1}$ — шаг сканирования; $T_з = nT$ — интервал записи;

$$T_{си} = mlT_э = \frac{L}{\varepsilon}\frac{\varepsilon L}{\gamma}\frac{nT}{k} = \frac{L^2 nT}{\gamma k}, \tag{5.31}$$

где $l = \Delta\tau_{э1}/\Delta\tau_{э2} = \varepsilon\tau_1/(\gamma\Delta_k) = \varepsilon L/\gamma$ — число точек анализа; $\Delta\tau_{э2} = \gamma\Delta_k$ — шаг анализа;

$$T_п = T_{зап} + T_{си} = L^2 nT\left(\frac{\gamma k + L\varepsilon}{L\varepsilon\gamma k}\right). \tag{5.32}$$

Выигрыш по времени поиска по сравнению с последовательным поиском составляет $\eta = L\varepsilon\gamma k/(\varepsilon L + \gamma k)$.

На практике коэффициенты ε и γ могут быть близкими к единице, в этом случае $\eta = kL/(k+L)$. Чтобы получить более ясное представление о величине η, заметим, что блок памяти может быть выполнен на приборах с зарядовой связью (ПЗС), в которых коэффициент сжатия $k \approx 1000$. Тогда будем считать, что $k \gg L$ и $\eta \approx L$. В пределе, если использовать для записи L устройства ПЗС и осуществлять запись непрерывно с поочередным анализом записанных результатов за время $\Delta t \ll T$, то

$$T_п \approx T_{зап} = nT + T - \varepsilon\tau_1 \approx T(n+1).$$

Выигрыш по времени поиска составит $\eta = L^2 n/(n+1)$. При $n=1$ получим $\eta = L^2/2$.

Подавление боковых лепестков. Боковые лепестки корреляционной функции (КФ) оказывают существенное влияние на эффективность системы поиска. Комплексная огибающая КФ сигналов с прямоугольной огибающей спектра, присущая ДЧМ и ЧФМ сигналам, определяется соотношением (2.25). Характерной особенностью функции (2.25) является наличие боковых лепестков по обе стороны от основного, причем первый лишь на 13,2 дБ ниже основного, а остальные уменьшаются приблизительно на 4 дБ при переходе от лепестка к лепестку. Наличие боковых лепестков приводит к нежелательным последствиям — ложная тревога при обнаружении, неоднозначность при измерении задержки

сигнала, пропуск слабого сигнала, замаскированного боковым лепестком сильного сигнала.

Известные в настоящее время способы подавления боковых лепестков входят в общий класс методов весовой обработки. Эти способы находят применение при согласованной фильтрации. Ниже рассматривается весьма эффективный, но достаточно простой способ подавле-

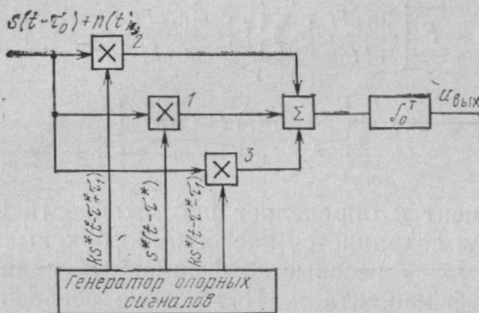


Рис. 5.10

ния боковых лепестков КФ, который больше всего подходит для использования в корреляционных устройствах. Суть способа состоит во введении дополнительных каналов корреляционной обработки, уровни и временно́е смещение опорных сигналов в которых устанавливаются из условия минимизации уровня боковых лепестков КФ [5, 40]. Данный способ можно продемонстрировать на примере корреляционного обнаружителя (рис. 5.10). Как видно, входной сигнал поступает на перемножители *1*—*3*, сумма выходных напряжений которых усредняется интегратором. Опорные сигналы дополнительных каналов (перемножители *2*, *3*) симметрично смещены во времени на величину τ_1 относительно опорного сигнала основного канала (перемножитель *1*) и взвешены с коэффициентом $k<1$. Соответствующие временны́е сдвиги и уровни опорных сигналов обеспечивает генератор опорных сигналов. Для сигнала с прямоугольной формой огибающей спектра нормированная комплексная огибающая выходного напряжения коррелятора при обозначениях $\varepsilon=(\tau_0-\tau^*)F$, $\Delta=\tau_1 F$ определяется выражением

$$\mathrm{X}(\varepsilon,\ 0)\approx\frac{\sin\pi\varepsilon}{\pi\varepsilon}+k\frac{\sin\pi(\varepsilon+\Delta)}{\pi(\varepsilon+\Delta)}+k\frac{\sin\pi(\varepsilon-\Delta)}{\pi(\varepsilon-\Delta)}. \quad (5.33)$$

Зависимость (5.33) характеризует комплексную огибающую выходного сигнала коррелятора как функцию временного рассогласования ε и при определенном значении k и $\Delta=1$ имеет достаточно малый уровень боковых лепестков. Отметим, что сигнал на выходе согласованного фильтра при тейлоровской весовой обработке можно представить в виде [32]

$$g_T(t)=F\left\{\frac{\sin\pi Ft}{\pi Ft}+\sum_{m=1}^{n-1}f_m\frac{\sin(\pi Ft+m\pi)}{\pi Ft+m\pi}+\right.$$

$$\left.+\sum_{m=1}^{n-1}f_m\frac{\sin(\pi Ft-m\pi)}{\pi Ft-m\pi}\right\}, \qquad (5.34)$$

где коэффициент n определяет протяженность интервала, на котором сохраняется постоянство боковых лепестков отклика; f_m — весовые коэффициенты, являющиеся функцией коэффициента n. Построение согласованного фильтра конструктивно упрощается, если отбросить члены с коэффициентами f_m при $m>1$. Тогда выражение (5.34) принимает вид

$$g_T(t)=F\left\{\frac{\sin\pi Ft}{\pi Ft}+f_1\frac{\sin\pi(Ft+1)}{\pi(Ft+1)}+f_1\frac{\sin\pi(FT-1)}{\pi(FT-1)}\right\}. \qquad (5.35)$$

Отклик (5.35) соответствует случаю весовой обработки с помощью усеченной функции Тейлора. В [32] показано, что усеченная функция Тейлора при $n=6$ близка к весовой функции Хемминга, которая наиболее приемлема для весовой обработки. Из сравнения выражений (5.33) и (5.35) следует, что действие коррелятора с подавлением боковых лепестков эквивалентно весовой обработке с использованием усеченной функции Тейлора.

На рис. 5.11,*а* представлены графики слагаемых выражения (5.33) при $k<1$ и $\Delta=1$, обозначенные *1*, *2* и *3* соответственно. Как видим, при указанном значении боковые лепестки второго и третьего слагаемых противофазны боковым лепестам первого слагаемого, что обеспечивает подавление боковых лепестков результирующей функции $X(\varepsilon, 0)$. Условие равенства амплитуд указанных лепестков определяет оптимальное значение k, равное в данном случае 0,428. На рис. 5.11,*б* приведен график зависимости (5.33) при $\Delta=1$ и оптимальном значении k. Масштаб зоны боковых лепестков по оси ординат увеличен в 10 раз. Уровень максимальных боковых лепестков результирующей функции $X(\varepsilon, 0)$ при $k=0{,}428$ составляет —43,3 дБ относительно уровня основного лепестка. Сравнение этой зависимости с откликом для случая весовой обработки Дольфа —

Чебышева (штриховая линия на рис. 5.11,б) показывает, что несколько лучшее подавление боковых лепестков в рассматриваемом корреляторе достигнуто ценой незначительного расширения основного лепестка. Расширение основного лепестка вдвое у основания и примерно в 1,4 раза на уровне —3 дБ присуще всем способам подавления боковых лепестков.

Дадим оценку ухудшения отношения сигнал-шум, вызванную добавлением двух корреляционных каналов. Для коррелятора на

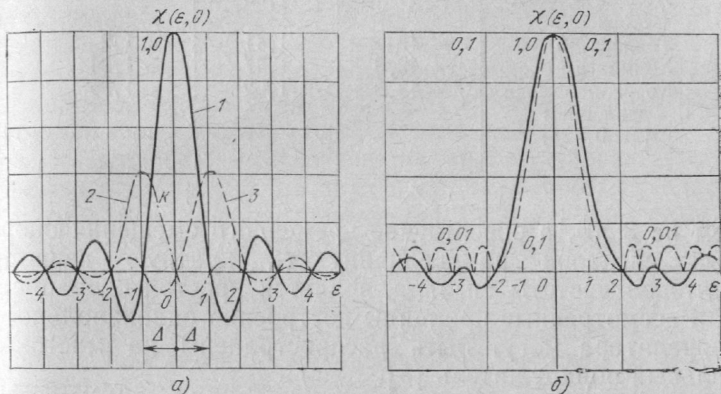


Рис. 5.11

рис. 5.10 шумовая составляющая на выходе определяется соотношением

$$n_{\text{вых}}=\int_0^T n(t)\{s(t-\tau^*)+ks(t-\tau^*+\tau_1)+ks(t-\tau^*-\tau_1)\}dt.$$

Полагая, что $n(t)$ — белый шум, найдем дисперсию

$$\sigma^2{}_n=0{,}5N_0(1-2k^2)\int_0^T s^2(t)\,dt \tag{5.36}$$

Так как максимальный уровень полезного сигнала не изменяется при введении дополнительных ортогональных каналов, то максимальное значение отношения сигнал-шум равно

$$q_1=u^2{}_{\text{c max}}/\sigma_n{}^2=2E/N_0(1+2k^2). \tag{5.37}$$

Сопоставляя (5.37) и $q=2E/N_0$ (при $k=0$) можно оценить потери, вызванные добавлением двух корреляционных каналов: $\eta=q_1/q=1/(1+2k^2)$, которые при $k=0{,}428$ составляют —1,36 дБ.

Как видно из табл. 5.2, рассматриваемый способ незначительно отличается по эффективности от известных способов подавления и наиболее близок к характеристикам весовой обработки с использованием функции Хемминга.

Реализация рассматриваемого способа не вызывает практических затруднений. Так, ошибка в установке значения коэффициента k (характеризующего отношение амплитуд дополнительного и основного опорных сигналов) на 5% приводит к увеличению лепестков не более

Таблица 5.2

Вид обработки или весовой функции	Пиковый уровень боковых лепестков, дБ	Коэффициент расширения основного лепестка на уровне 3 дБ	Ухудшение отношения сигнал-шум, дБ
Дольфа—Чебышева	—40	1,35	—
Тейлора [6]	—40	1,41	—1,2
Хемминга	—42,8	1,47	—1,34
Коррелятор с подавлением (k=0,428)	—43,3	1,52	—1,35

чем на 3 дБ, а обеспечение временно́го смещения опорных сигналов на величину τ_1, кратную периоду тактовой частоты сигнала, является простой операцией.

Рассмотренные принципы построения одноканального коррелятора могут быть распространены на многоканальный обнаружитель [5].

Глава 6

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ЦИФРОВЫХ ПРИЕМНИКОВ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

6.1. ОСОБЕННОСТИ ДИСКРЕТНОЙ И ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

Обоснование необходимости дискретной (цифровой) фильтрации. Бурный процесс в области технологии новых радиоэлементов — приборов на поверхностных акустических волнах (ППАВ), приборов с зарядовой связью (ПЗС) и цифровой микроэлектроники (больших интегральных схем (БИС), микропроцессоров), наметившийся в последние годы, определил быстрое развитие и широкое применение цифровых и аналого-цифровых методов фильтрации и обработки сигналов. Если совсем недавно реализация согласованных фильтров для сигналов с большой базой тормозилась сложностью и высокой стоимостью, то ныне аналоговые, аналого-цифровые и цифровые фильтры на ППАВ, ПЗС и на одном или не-

скольких кристаллах БИС, обеспечивающие фильтрацию сигнала с базой порядка нескольких сотен, перестали быть труднодосягаемыми.

При проектировании цифровых приемников сложных сигналов возникают по крайней мере три группы задач. Это задачи, связанные с принципами построения цифровых приемников и алгоритмами их работы, с реализацией приемников на современной технологической базе и, наконец, с обеспечением необходимой помехоустойчивости. Говоря о принципах построения приемников сложных сигналов, следует различать аналоговые приемники (конвольверы) на ППАВ, дискретно-аналоговые на ПЗС и чисто цифровые на БИС и микропроцессорах. В дальнейшем остановимся на двух последних видах приемников, наиболее перспективных для систем управления и связи. Эти приемники используются и в системах фильтрации и в системах поиска. Как правило, рассматривают два варианта цифровых приемников: самостоятельные цифровые устройства и дискретные приближения аналоговых приемников — согласованные фильтры и корреляционные следящие системы. Далее будем следовать второму варианту. Необходимо подчеркнуть и то, что цифровая обработка по сравнению с аналоговой обладает такими преимуществами, которые позволяют:

проводить весьма сложные преобразования сигналов с помощью стандартных элементов и узлов;

обеспечить более высокую точность и стабильность обработки;

осуществлять накопление информации за бо́льшие промежутки времени;

наиболее просто сопрягать устройства обработки непосредственнно с потребителем информации, которым часто является ЦЭВМ.

Рассмотрим модификации дискретных и цифровых фильтров.

Дискретно-аналоговая согласованная фильтрация. Устройства, реализующие метод дискретно-аналоговой обработки, могут быть выполнены как в виде чисто согласованного фильтра (СФ), так и с применением корреляционного метода согласованной фильтрации. При согласованной фильтрации аналоговая линия задержки с отводами заменяется дискретно-аналоговой линией задержки (ДАЛЗ). Задержка сигнала осуществляется запоминанием выборочных значений сигнала в элементах памяти и последовательным дискретным сдвигом этих значений в соответствии с тактом работы опорного тактового генератора. Согласованные фильтры на ДАЛЗ достаточно подробно обсуждались в литературе [74, 79].

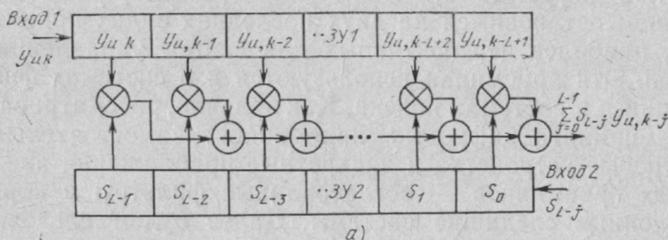
Корреляционный метод согласованной фильтрации. Вначале заметим, что интеграл свертки, характеризующий согласованный прием сигнала

$$v(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} S(T-\tau)\, y(t-\tau)\, d\tau, \qquad (6.1)$$

где $S(\cdot)$ — импульсная характеристика приемника; $y(\cdot)$ — входной процесс, можно заменить дискретным выражением

$$v_{\text{и},\,k} \approx T_s \sum_{j=1}^{L-1} S_{L-j}\, y_{u,\,k-j}, \qquad (6.2)$$

где $S_j \triangleq s(jT_s)$; $y_{k-j} \triangleq y_k(jT_s)$; $LT_s \triangleq T$ (T_s — интервал дискретизации).



а)

Содержимое ЗУ1	1234	4123	3412	2341	1234
ЗУ2	1234	2341	3412	4123	1234
Время t	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5

б)

Рис. 6.1

Коррелятор, реализующий (6.2) и, следовательно, инвариантный к задержке сигнала, приведен на рис. 6.1. Он содержит запоминающие устройства ЗУ1 и ЗУ2, выполненные на ПЗС, перемножители и сумматоры. В этой схеме происходит параллельный дискретный ввод входного и опорного сигналов в ЗУ. Будем считать, что входной сигнал $y_{u,k}$ поступает на вход *1*, а опорный S_{L-j} — на вход *2*. Поскольку при согласованной фильтрации импульсная характеристика приемника совпадает с обращенным во времени входным сигналом, то и опорный сигнал является обращенной во времени копией входного сигнала. Входной и опорный сигналы перемещаются в ЗУ дискретно со скоростью, пропорциональной частоте записи $F_{\text{зап}} = 1/T_s$. После каждого перемещения зарядов в ЗУ осуществляется их параллельный выход на перемножители, выходы которых соединены с сумматорами. Нетрудно убедиться, что приведенное устройство реализует интеграл свертки, как и обычный СФ. В качестве примера на рис. 6.1,*б* приводится содержимое ЗУ1 и ЗУ2 (временна́я диаграмма), состоящих из четырех элементов памяти. Считается, что каждый такт $(t_n - t_{n-1})$ верхняя и нижняя последовательности сдвигаются на один шаг в направлении стрелок. Элементы последовательности пронумерованы цифрами 1, 2, 3, 4.

Такой приемник обладает по крайней мере двумя неоспоримыми достоинствами: он инвариантен к задержке сигнала и легко обеспечивает возможность приема сигнала с постоянно меняющейся формой, что требует изменения только опорного кода. Особенностью приемника является и то, что из-за встречного движения последовательностей на периоде сигнала наблюдаются два отклика максимальной амплитуды длительностью $\tau_{и}/2$ (на рис. 6.1,*б* отклики имеют место при t_1, t_3, t_5). Помехоустойчивость рассматриваемого устройства можно повысить, подключив к его выходу рециркулятор.

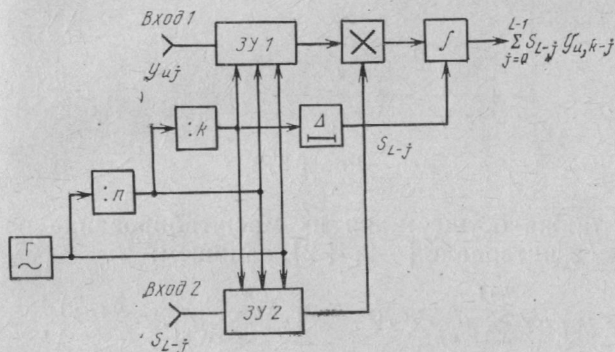


Рис. 6.2

К недостаткам приемника следует отнести большое количество перемножителей, требующих тщательного согласования и занимающих большой объем. Перечисленные недостатки могут быть устранены за счет применения временно́й компрессии .

Корреляционный метод согласованной фильтрации с компрессией [11]. Устройство, реализующее корреляционный метод согласованной фильтрации с компрессией, представлено на рис. 6.2 (где ЗУ — запоминающее устройство с переполнением и неразрушающим считыванием; : *n*, : *k* делители частоты; $\int$ — интегратор со сбросом, Г — тактовый генератор). Отсчеты принимаемого и опорного сигналов (опорный сигнал является обращенной во времени копией принимаемого сигнала) заносятся последовательно в ЗУ до их заполнения. При поступлении синхроимпульса с выхода делителя частоты на *k* из ЗУ1 и ЗУ2 производится неразрушающее считывание занесенных в них отсчетов, которые перемножаются в интеграторе со сбросом. До прихода следующего синхроимпульса переписи в ЗУ заносятся один или несколько отсчетов коррелируемых сигналов. Если обозначить через $T_{зап}$ время записи в ЗУ, $T_{сч}$ время считывания отсчетов из ЗУ, то коэффициент компрессии будет равен $k=n=T_{зап}/T_{сч}$.

Принципы цифровой согласованной фильтрации. Наилучшим образом цифровые согласованные фильтры (ЦСФ) могут быть реализованы на низкой частоте, что связано с выбором минимального значения периода дискретизации $T_s=1/2F$. (Выбор частоты дискретизации рас-

смотрен в приложении.) Для дальнейшего анализа будем рассматривать дискретный аналог согласованного фильтра с квадратурными каналами (рис. 6.3). Представим сигналы верхней ветви СФ в цифровом виде. Ограничиваясь для y_{ij} N разрядами, а для S_j M разряда-

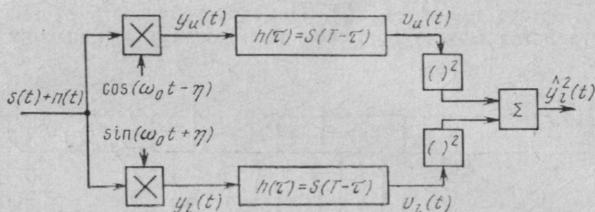


Рис. 6.3

ми, а также осуществляя их масштабирование по амплитуде в интервале [—2, +2], запишем:

$$y_{uj}=\sum_{n=0}^{N-1} y_{uj}^{n}\cdot 2^{n}\cdot 2^{-(N-1)}=\sum_{n=0}^{N-1} y_{uj}^{n}\cdot 2^{-N+n+1},$$

$$S_j=\sum_{m=0}^{M-1} S_j^{m}\cdot 2^{m}\cdot 2^{-(M-1)}=\sum_{m=0}^{M-1} S_j^{m}\cdot 2^{-M+m+1}, \qquad (6.3)$$

где $y^n{}_{uj}$, $S^m{}_j=\pm 1$—значения разрядов при биполярном представлении сигналов. Цифровое преобразование сигнала y_{uj} осуществляется в аналого-цифровом преобразователе (АЦП), а его масштабирование (умножение на $2^{-(N-1)}$) — в схеме автоматической регулировки усиления (АРУ). Подставляя усеченные двоичные представления (6.3) в (6.2), будем иметь

$$v_{uk}\approx T_s\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} 2^{-M-N+m+n+2}\sum_{j=0}^{L-1} S_{L-j}^{m} y_{u,\,k-j}^{n}. \qquad (6.4)$$

Аналогичное выражение нетрудно получать и для нижней ветви схемы на рис. 6.3. Для вычисления v_{uk} необходимо провести корреляцию всех M разрядов двоичного представления $S(\cdot)$ со значениями N разрядов представления $y_u(\cdot)$, т. е. осуществить MN корреляций, а полученные результаты умножить на веса $2^{-M-N+m+n+2}T_s$.

Таким образом, для цифровой реализации схемы на

рис. 6.3 требуется $2N$ регистров сдвига (N для каждой ветви схемы), M эталонных регистров сдвига, $2MNL$ перемножителей и $2MN(L-1)$ сумматоров, а также ФНЧ, схема АРУ, смесители, АЦП, устройства для возведения в квадрат и сумматоры. Современная технология БИС позволяет реализовать ЦСФ на нескольких кристаллах для небольших значений M, N и L. На рис. 6.4 изобра-

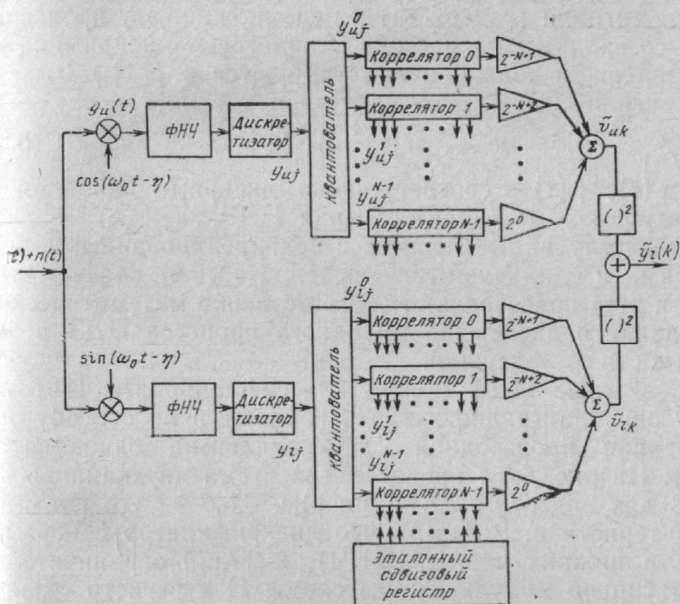


Рис. 6.4

жена схема ЦСФ при $M=1$. ЦСФ содержит регистры для текущих значений сигнала, а также перемножители и сумматоры. Эталонный регистр представлен отдельно и вырабатывает последовательность эталонных значений $S^0{}_j$ для всех корреляторов. Коэффициент усиления T_s исключен, так что в действительности

$$\tilde{v}_{uk}=v_{uk}/T_s; \quad \tilde{v}_{lk}=v_{lk}/T_s. \tag{6.5}$$

При $N=1$ ЦСФ будет содержать только два цифровых коррелятора. В этом случае сохраняется лишь полярность y_{uj} и y_{lj}, а следовательно, необходимость в АРУ для нормировки амплитуды отпадает.

Цифровые дискриминаторы задержки. Аналогично в цифровой вариант могут быть трансформированы анало-

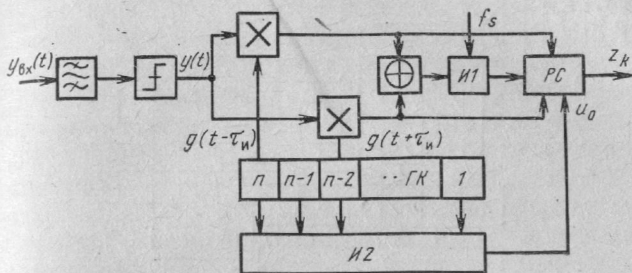
говые следящие фильтры, синтезированные в гл. 4, хотя такой переход имеет много модификаций. Результаты анализа вариантов подсистем следящего фильтра содержатся в [88, 89]. Для цифровых следящих фильтров одним из основных элементов является цифровой дискриминатор задержки (ЦДЗ), определяющий специфику следящего приемника сложного сигнала. ЦДЗ образует производную от формируемой в приемнике оценки параметра сигнала (задержки) и перемножает эту производную со входным процессом. (Аналоговые дискриминаторы задержки подробно анализируются в [74].) Выходной сигнал ЦДЗ можно представить в виде

$$y_{k\text{вых}} = \varepsilon(\tau) + \beta(\tau)\xi(k), \qquad (6.6)$$

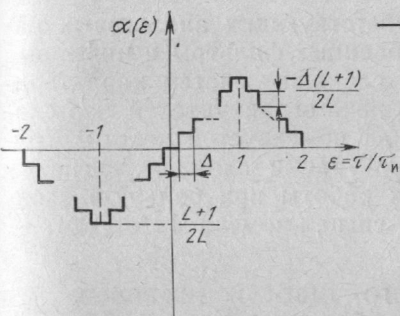
где $\varepsilon(\tau)$, $\beta(\tau)$ — соответственно дискриминационная и флуктуационная характеристики ЦДЗ, а $\xi(k)$ — дискретный случайный процесс с некоррелированными значениями и единичной дисперсией. Из (6.6) следует, что $\varepsilon(\tau)$ и $\beta(\tau)$ представляют соответственно математическое ожидание и дисперсию выходного процесса ЦДЗ в зависимости от задержки.

Известные ЦДЗ можно классифицировать [86] по виду сигнала (радио и видеосигналы) и по способу образования производной (двухканальный, одноканальный). На рис. 6.5,*а* представлена схема двухканального ЦДЗ для видеосигнала, а на рис. 6.5,*б* — его главная характеристика. Заметим, что дискриминатор содержит фильтр нижних частот (ФНЧ), жесткий ограничитель, сумматор по модулю 2, две схемы И и регистр сдвига (РС). Выходной сигнал сумматора по модулю 2 используется для направления счета в РС импульсов синхронизации, следующих с частотой f_s, которые накапливаются за период T. Импульс с выхода И2 обеспечивает передачу полного кода ошибки и обнуление РС. Недостаток описанного ЦДЗ заключается в том, что на схему И1 воздействует также входная помеха, снижающая помехоустойчивость устройства. Схемы ЦДЗ на рис. 6.5,*в*,*г* лишены этого недостатка [15]. Схема одноканального ЦДЗ изображена на рис. 6.5,*д*. Заметим, что в схемах на рис. 6.5,*в*, *г*, *д* ФНЧ и ограничители не показаны, а на рис. 6.6 дана схема ЦДЗ для радиосигнала [13].

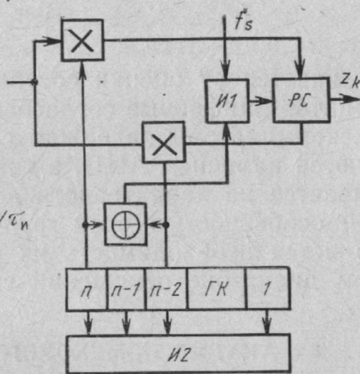
Особенности оценки помехоустойчивости дискретных и цифровых схем. Оценка помехоустойчивости дискретно-аналоговых СФ и схем, обеспечивающих корреляционный метод согласованной фильтрации, практически не



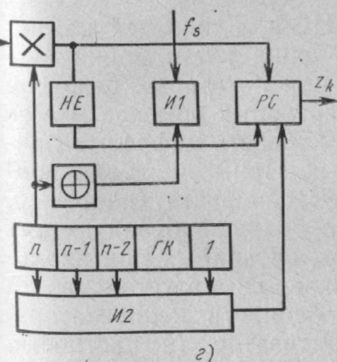
$y_{вх}(t)$
$y(t)$
f_s
И1
РС
z_k
u_0
$g(t-\tau_и)$
$g(t+\tau_и)$
п
п-1
п-2
ГК
1
И2
а)



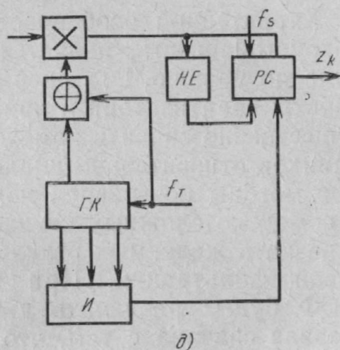
$\alpha(\varepsilon)$
$-\Delta(L+1)/2L$
-2
-1
Δ
1
2
$\varepsilon=\tau/\tau_и$
$(L+1)/2L$
б)



f_s
И1
РС
z_k
п
п-1
п-2
ГК
1
И2
в)



f_s
НЕ
И1
РС
z_k
п
п-1
п-2
ГК
1
И2
г)



f_s
НЕ
РС
z_k
ГК
$f_т$
И
д)

Рис. 6.5

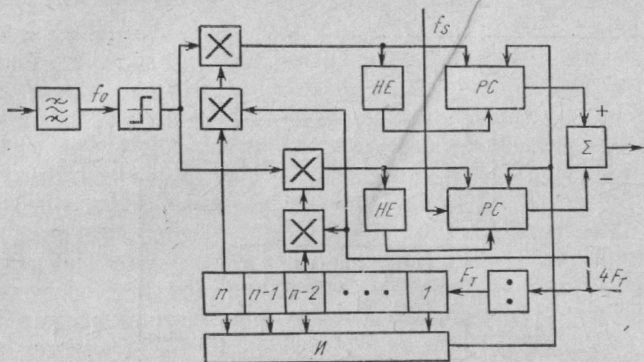


Рис. 6.6

отличается от оценки соответствующих аналоговых ваариантов. Цифровые согласованные фильтры и цифровые дискриминаторы задержки следящих систем характеризуются наличием АЦП, а также ограничителей, что сказывается на характеристиках помехоустойчивости. Другой особенностью схем фильтрации сложных сигналов является необходимость их работы при большом входном диапазоне отношений сигнал-помеха $1 < q_{\text{вх}} \ll 1$.

6.2. АНАЛИЗ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ЦИФРОВЫХ СОГЛАСОВАННЫХ ФИЛЬТРОВ КВАЗИЛИНЕЙНЫМ МЕТОДОМ

Характерной особенностью ЦСФ, влияющей на помехоустойчивость, является операция квантования сигнала по уровню. Эта операция пpи некоторых режимах работы квантизатора и при характерных помехах может существенно снизить помехоустойчивость цифровых приемников относительно аналоговых. При этом традиционные методы повышения помехоустойчивости (например, с помощью сложных сигналов с большой базой) могут и не дать желаемых результатов, очевидных при аналоговой фильтрации. При анализе помехоустойчивости ЦСФ будем различать две особенности квантизатора. Первая связана с тем, что квантизатор (в частности, двухуровневый) может определять лишь полярность входного процесса, что, естественно, приводит к потерям информации о сигнале особенно при некоторых характерных помехах. Условно назовем метод анализа по-

мехоустойчивости ЦСФ с учетом только этой особенности квантизатора квазилинейным. Вторая особенность квантизатора заключается в том, что операция квантования является сугубо нелинейной и должна анализироваться с применением специальных методов. Анализ двух этих особенностей квантизатора позволяет более полно выявить и оценить потери помехоустойчивости и наметить меры ее повышения. Рассматривая квазилинейный метод применительно к двух- и многоуровневому квантованию, остановимся на оценках действия на ЦСФ таких помех, как гауссовский шум, некогерентная и когерентная (квазисинхронная) помеха с постоянными амплитудами, при которых специфика ЦСФ проявляется наиболее остро.

Вначале будем рассматривать ЦСФ в предположении двоичного сигнала и двоичного квантования, считая $M=N=1$. Отношение сигнал-помеха, так же как и для аналогового СФ, будет находится в момент времени $t=T$, что для ЦСФ соответствует $k=L$. Поэтому для ЦСФ (см. рис. 6.3) с учетом (6.4) получим

$$\tilde{z} \triangleq \tilde{y}_l^2 (LT_s) = \tilde{v}_{uL}^2 + \tilde{v}_{lL}^2 = \left(\sum_{i=0}^{L-1} S_{L-i}^0 y_{u,\, L-i} \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{L-1} S_{L-i}^0 y_{l,\, L-i} \right)^2. \qquad (6.7)$$

Для сигнала и помехи на входе ЦСФ $s(t)=A_1 g(t) \times \cos \omega_0 t$ и $n(t)=N(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$ на входе квантователя уровня (КУ) получим

$$y_{uj}=0{,}5 S_j \cos \eta + n_{uj}; \; y_{lj}=-0{,}5 S_j \sin \eta + n_{lj}, \qquad (6.8)$$

где

$$n_{uj}=0{,}5 N(jT_s) \cos[\varphi(jT_s)+\eta];$$
$$n_{lj}=-0{,}5 N(jT_s) \sin[\varphi(jT_s)+\eta]. \qquad (6.9)$$

Так как бинарный КУ имеет рабочую характеристику вида (5.10), то $\tilde{v}_{uL}$ и $\tilde{v}_{lD}$ из (6.5), (6.7) можно записать

$$\tilde{v}_{uL} = \sum_{j=1}^{L} S_j^0 \operatorname{sign}(0{,}5 S_j \cos \eta + n_{uj}); \qquad (6.10)$$

$$\tilde{v}_{lL} = \sum_{j=1}^{L} S_j^0 \operatorname{sign}(-0{,}5 S_j \sin \eta + n_{lj}).$$

Гауссовский шум. При гауссовском шуме со спектральной плотностью $N_0/2$ выборки n_{uj} и n_{lj} $(j=\overline{1, L})$ симметричны, независимы и имеют одинаковое распределение.

Если в (6.10) $S_j=A_1$ и $S^0{}_j=1$, то ошибка в оценке полярности при квантовании произойдет, если $n_{uj}<$ $<-0{,}5A_1 \cos\eta$. Аналогично, если $S_j=-A_1$, то ошибка будет при $n_{uj}>0{,}5\, A_1 \cos\eta$. Из-за симметричности n_{uj} вероятности этих событий равны

$$p_u(\eta) \triangleq p(n_{uj}<0{,}5A_1 \cos\eta). \qquad (6.11)$$

Таким образом, p_u — это вероятность ошибочной оценки при квантовании, а $1-p_u$ — вероятность правильной оценки.

Если n_{uj} независимы, одинаково распределены и принимают значения ±1, то $\tilde{v}_{uL}$ имеют биномиальное распределение. Аналогичные рассуждения можно провести и для нижней ветви ЦСФ. При шумовой полосе ФНЧ, равной полосе сигнала F, выборки n_{uj} и n_{lj} имеют нулевое среднее значение и дисперсию $P_ш=N_0F/4$. После сложных преобразований с использованием (6.11) в [76] определено отношение сигнал-шум на выходе ЦСФ при $q_{вх}\ll1$, $q\gg1$, $L\gg1$. Оно составляет

$$q_ц\approx(2/\pi)\,(FT/2)\,q_{вх}. \qquad (6.12)$$

Сравнивая (6.12) с аналогичной зависимостью для аналогового варианта, убеждаемся, что помехоустойчивость ЦСФ ухудшилась в $\pi/2$ раз или примерно на 2 дБ.

Когерентная помеха. Рассмотрим воздействие когерентной с сигналом помехи с постоянной амплитудой. При этом будем считать, что несущая частота помехи и ФМ сигнала близки, а разность начальных фаз случайна в пределах $0-2\pi$, но постоянна хотя бы на протяжении T. Тогда выборки помехи n_{uj} и n_{lj} будут случайными величинами, которые остаются постоянными от посылки к посылке на интервале времени T:

$$n_{uj}=0{,}5\, A_2 \cos(\varphi+\eta);\; n_{lj}=-0{,}5A_2 \sin(\varphi+\eta). \qquad (6.13)$$

Рассмотрим вначале случай, когда $q_{вх}=l^2{}_{12}=$ $=(A_1/A_2)\leqslant1$. Эту ситуацию иллюстрирует фазовая диаграмма на рис. 6.7, где показаны векторы помехи и сигнала

$$y_j\triangleq\pm0{,}5A_1 \exp[-i\eta]+0{,}5A_2[-i(\varphi+\eta)]. \qquad (6.14)$$

Действительными и мнимыми частями y_j являются соответственно величины y_{uj} и y_{lj}, определяемые формулами (6.8).

Для показанной геометрии, по мере того, как $s_1, \ldots$ $\ldots, s_L$ проходят через последовательность своих значений $+A_c$ и $-A_c$, результирующий вектор y_j колеблется между векторами y^+_j и y^-_j, но никогда не покидает четвертого квадранта, т. е. y_{uj} и y_{lj} никогда не изменяют своих знаков при изменении j. Для приведенного изображения квантованные выборки принимают значения $y^0_{uj}=\operatorname{sign}[\operatorname{Re} y_j]=1$, $y^0_{lj}=\operatorname{sign}[\operatorname{Im} y_j]=-1$. Учитывая результат перемножения суммарного вектора сигнала и помехи на опорное напряжение согласно (6.10), получаем $\tilde{v}_{uL}=Q$, $\tilde{v}_{lL}=-Q$, где Q — разность между количеством $+1$ и -1 в кодовой последовательности. Следовательно, выход ЦСФ при $k=L$ равен $\tilde{z}=\tilde{v}^2_{uL}+\tilde{v}^2_{lL}=2Q^2$.

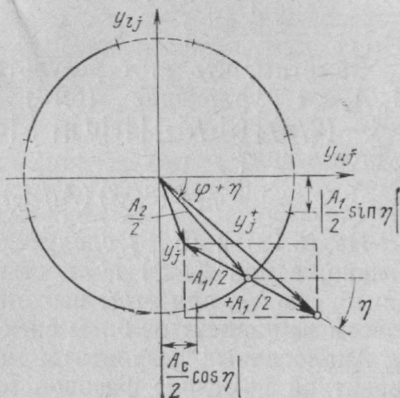


Рис. 6.7

При заданном значении η этот результат будет справедлив до тех пор, пока конец вектора $0{,}5\,A_п \exp[-i(\eta+\varphi)]$ не выходит за пределы из зачерненных дуг окружности на рис. 6.7. Из тригонометрических соотношений следует, что вероятность того, что φ будет иметь значение, при котором это условие выполняется, равно

$$\alpha(\eta)=1-\frac{2}{\pi}\left[\arcsin\left|\frac{A_1}{A_2}\sin\eta\right|+\arcsin\left|\frac{A_1}{A_2}\cos\eta\right|\right]. \tag{6.15}$$

Если же конец вектора $0{,}5A_2\exp[-i(\varphi+\eta)]$ попадает в заштрихованные части окружности, а вероятность этого события равна $1-\alpha(\eta)$, то либо y^0_{uj}, либо y^0_{lj} будут полностью согласовываться с $+S_j{}^0$ или с $-S_j{}^0$ для каждого j, а знак зависит от η. Из рис. 6.7 видно, что y^0_{uj} и y^0_{lj} не могут быть полностью согласованы с квантованным сигналом, если все же это условие выполнимо для одного из них, то другой должен принимать постоянные значения $+1$ или -1 для всех j. Поэтому с вероятностью $1-\alpha(\eta)$ имеем $\tilde{z}=\tilde{v}^2_{uL}+\tilde{v}^2_{lL}=L^2+Q^2$. Таким образом, имеем

$$M_s[\tilde{z}/\eta]=2Q\alpha(\eta)+(L^2+Q^2)[1-\alpha(\eta)]; \qquad (6.16)$$

$$M_{Ns}=2Q^2,\ D[\tilde{z}/\eta]=(L^2-Q^2)\alpha(\eta)[1-\alpha(\eta)]. \qquad (6.17)$$

Усредняя полученные выражения по η, получаем [76]:

$$q_ц=(1-\overline{\alpha})\sqrt{\overline{\alpha}}, \qquad (6.18)$$

где $\overline{\alpha}=\frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\pi/2}\alpha(\eta)\,d\eta.$

Заметим, что этот результат не зависит от Q. При $A_1/A_2\ll 1$ уравнение (6.15) принимает вид $\alpha(\eta)\approx\approx 1-(2/\pi)|(A_1/A_2|[|\sin\eta|+|\cos\eta|]$, а (6.18) преобразуется к виду

$$q_ц\approx(8/\pi^2)(A_1/A_2)=(8/\pi^2)l_{12}. \qquad (6.19)$$

Из (6.18) и (6.19) следует, что помеха при $l_{12}<1$ частично, а при $l_{12}\ll 1$ полностью нарушает обе корреляции $\tilde{v}_{uL}$ и $\tilde{v}_{lL}$, при этом выходное отношение $q_ц$ в (6.19) совсем не зависит от базы сигнала.

Аналогичные результаты можно получить и для когерентной помехи с фазовой манипуляцией при частоте манипуляции от нуля до F. Поэтому меры повышения помехоустойчивости, связанные с режекцией участка спектра вблизи несущей частоты сигнала, не будут эффективными при помехе с ФМ.

Таким образом, при определенных видах помех в ЦСФ (и в цифровых корреляторах) наблюдается резкое снижение помехоустойчивости приема. Такое явление иногда называют эффектом подавления сигнала помехой или эффектом захвата помехи приемником. Аналогичный результат имеет место у цифровых приемников с многоуровневым квантованием.

Некогерентная помеха с постоянной амплитудой. Рассмотрим узкополосную или фазоманипулированную помеху с несущей частотой, отличающейся от несущей частоты сигнала на величину $f_п\leqslant F$. При этом вектор помехи на диаграмме рис. 6.7 будет совершать вращательные движения со скоростью изменения угла φ. Очевидно, что при каком-то значении $\varphi_1-\Delta<\varphi<\varphi_1+\Delta$ необходимо рассматривать оценку сегмента последовательности длиной $L_1<L$. При следующем значении фазы необходимо рассматривать другой сегмент и т. д. А так как при анализе синхронной помехи нигде не потребовалось знание структуры кода, кроме его длины, то и в дан-

ном случае будет наблюдаться эффект подавления сигнала при обработке каждого сегмента длиной L_1. Можно показать [76], что для этой помехи цифровой и аналоговый СФ соответственно обеспечивают отношение сигнал-шум $q_ц=(2/\pi^2)(FT/2)l^2_{12}$, $q_a=3FTl^2_{12}$. При этом дополнительные потери в ЦСФ при бинарном квантовании могут доходить до 8,7 дБ. Таким образом, проведенный квазилинейный анализ позволил объяснить действие наиболее опасных для ЦСФ помех, к которым относятся синхронная и некогерентная (с небольшой частотной расстройкой).

6.3. СМЕЩЕНИЕ ПОРОГА КВАНТОВАНИЯ — МЕТОД БОРЬБЫ С ЭФФЕКТОМ ПОДАВЛЕНИЯ СИГНАЛА ПОМЕХОЙ

Смещение порога квантования позволяет уменьшить эффект подавления и тем самым улучшить помехоустойчивость ЦСФ при синхронной помехе. Достаточно простое физическое толкование этого явления можно дать, если рассмотреть ЦСФ с двумя квадратурными каналами и фазовую диаграмму на рис. 6.7. Если на вход квантизатора добавить напряжения смещения $H_u/2$ и $H_l/2$ и потребовать выполнение условий

$$A_2\cos(\varphi+\eta)-A_1\cos\eta<H_u<A_2\cos(\varphi+\eta)+A_1\cos\eta, \qquad (6.20)$$
$$-A_2\sin(\varphi+\eta)+A_1\sin\eta<H_l<-A_2\sin(\varphi+\eta)-A_1\sin\eta,$$

то прямоугольник, ограниченный на рис. 6.7 штриховой линией, сместится ближе к началу координат. Это приведет к тому, что сигнальная составляющая изменит состояние квантизатора и обеспечит полную корреляцию, а z достигнет максимального значения, как и в случае, когда помеха полностью отсутствует. Можно ли утверждать, что при этом принципиально помехоустойчивость ЦСФ будет выше помехоустойчивости аналогового варианта? Например, в [76] утверждается, что это именно так. Однако в действительности с таким утверждением трудно согласиться. В самом деле, условия (6.20) означают, что оптимальные пороги должны выставляться с учетом знания амплитуды и фазы помехи так, что компенсируют помеху. Поэтому фактически здесь речь идет о ЦСФ с компенсатором. В случае аналоговой фильтрации знание тех же параметров помехи позво-

ляет строить приемники компенсационного типа (синтез таких приемников проводился, например, в [74]). Поэтому сравнение помехоустойчивости цифровых и аналоговых приемников целесообразно проводить в равных условиях, например, ЦСФ с аналоговым СФ или ЦСФ с оптимальным порогом и аналоговый СФ, снабженный соответствующим компенсатором помехи. При реализации способа со смещением порога необходимо заранее определить, что на вход приемника действует именно синхронная помеха, после чего оценить ее амплитуду и фазу. Это достаточно сложная процедура, требующая как длительного времени, так и применения специальной аппаратуры. Упростить процедуру можно за счет выставления субоптимальных порогов, когда можно ограничиться значением суммарной интенсивности сигнала и помехи и в приемнике использовать АРУ. Если $A_2 \gg A_1$, то

$$q_ц = (4/\pi^3)(FT/2) l_{12}. \qquad (6.21)$$

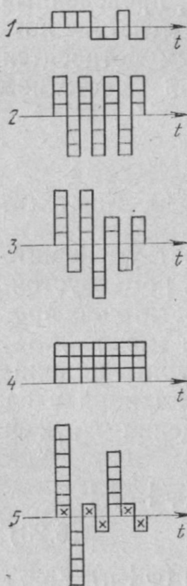


Рис. 6.8

Субоптимальное смещение порога квантования обеспечивает повышение помехоустойчивости ЦСФ по крайней мере в двух случаях: при выделении последовательности из помех в форме видеосигналов различной структуры и при выделении радиосигнала при действии синхронной помехи.

Выделение последовательности видеосигналов. Если помеха представляет собой псевдослучайный видеосигнал (в частности, меандр), а ее мощность больше мощности полезного сигнала ($P_п > P_с$), то полярность отсчета смеси сигнала и помехи y_j будет определяться помехой. Так, на рис. 6.8 представлены эпюры напряжений полезного сигнала *1*, внешней помехи в форме меандра *2* и сигнала *3*, являющегося суммой сигналов и помех *1* и *2*. В результате квантования суммарного сигнала на два уровня будет выделяться меандр, т. е. помеха.

Теперь предположим, что к выборке смеси сигнала и помехи до устройства, осуществляющего квантование, добавлено постоянное напряжение смещения (эпюра *4*), уровень которого равен амплитуде помехи. Характерно, что из семи элементов суммарного сигнала, образованного суммированием сигналов *1*, *2*, *4* пять элементов, отмеченные крестиками на эпюре *5*, имеют полярность полезного

сигнала. Таким образом, при введении смещения эффект подавления удается частично ослабить.

Оценка энергетических потерь, определяемых введением случайного смещения, в более общем случае проведена в [30]. В этой работе полагалось, что к каждой выборке y_j напряжение смещения d вводится независимо в соответствии с плотностью вероятностей $W(d)$. Ставилась задача найти $W(d)$, минимизирующее вероятность ошибочного квантования при действии помехи с плотностью вероятностей мгновенных значений $W(n)$, максимирующей при ограниченном втором моменте вероятность квантования с противоположной полярностью. Такой подход при выборе напряжения смещения называется минимаксным.

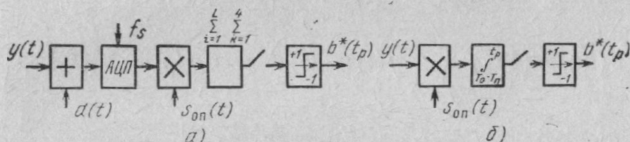


Рис. 6.9

Следует отметить, что смещение d полагается случайным с распределением

$$W(d)=\sqrt{3}/4P_\text{п})\,(1-d^2/3P_\text{п}^2),\ \ |d|\leqslant\sqrt{3}P_\text{п}. \tag{6.22}$$

Минимаксный подход гарантирует заданную помехоустойчивость при любых формах помех. В [30] показано, что минимальные энергетические потери в цифровом фильтре с квантованием на два уровня составляет 4,8 дБ независимо от действительного распределения помехи. При четырех уровнях квантования потери не превышают 2,3 дБ.

Таким образом, для получения гарантированных потерь необходимо осуществлять смещение порога квантования для каждой выборки в диапазоне $-\sqrt{3}P_\text{п}<d(t)<\sqrt{3}P_\text{п}$. Следует подчеркнуть, что эффективность действия минимаксного смещения зависит от значения $P_\text{п}$, которое может быть оценено в результате обработки смеси y_j.

Выделение псевдослучайного радиосигнала [43]. Рассмотрим фильтрацию псевдослучайного радиосигнала $s_1(t)=A_1g(t)b(t)\cos(\omega_0t+\Theta_1)$, поступающего на вход приемника совместно с гармонической помехой $s_2(t)=A_2\cos(\omega_0t+\Theta_2)$, где $b(t)\pm1$ — двоичная информация, единица которой передается за период сигнала $T=L\tau_\text{и}$. Начальные фазы Θ_1 и Θ_2 предполагаются фиксированными, причем будем считать $|\Theta_1|\leqslant\pi/2$.

Проанализируем цифровой демодулятор (ЦД), изображенный на рис. 6.9,*а*, обеспечивающий оценку $b^*(t)$. Помехоустойчивость ЦД будем сравнивать с помехоус-

тойчивостью аналогового демодулятора (АД), представленного на рис. 6.9,*б* по показателю q_0, характеризующему отношение по напряжению сигнала к помехе, и показателю p_e, характеризующему вероятность ошибки. Опорное напряжение $s_{оп}(t)=g(t)\cos(2\pi F_{оп}t)$ будем рассматривать совпадающим по задержке со входным сигналом, что эквивалентно синхронному режиму работы демодуляторов. Для ЦД, кроме того, введем частоту дискретизации f_s и напряжение смещения $d(t)$. Тогда напряжение на выходе интегратора АД в момент формирования оценки $b^*(t)$ имеет вид

$$y(t_p)=(1/T)\int\limits_{t_p-T}^{t_p} y(t)\,s_{оп}(t)\,dt=y_с(t_p)+y_п(t_p)=$$

$$=A_1'b(t_p)+A_2'/L,$$

где $y_с(t_p)$ и $y_п(t_p)$ — сигнальная и помеховая составляющие; $A'_1=A_1\cos\Theta_1$, $A'_2=A_2\cos\Theta_2$.

При этом показатель $q_0=y_с(t_p)/y_п(t_p)$ для АД при $b(t_p)=1$ будет равен [43, 102]

$$q_{0а}=\frac{A_1'b(t_p)}{A_2'/L}=\frac{Ll_{12}m}{Ll_{12}m+1}, \qquad (6.23)$$

где $l_{12}=\sqrt{q_{вх}}=A_1/A_2$; $m=\cos\Theta_1/\cos\Theta_2$.

Оценка информационного символа происходит правильно при выполнении условия $y_с(t_p)/y_п(t_p)>0$. Если считать, что фаза помехи распределена равномерно в интервале $[-\pi, \pi]$, то из (6.23) для инверсной модуляции можно получить

$$p_e=1-|\Theta_{2кр}|/\pi, \qquad (6.24)$$

где $\Theta_{2кр}$ — критическое значение Θ_2, обеспечивающее $q_{0a}=0$.

Для АД с учетом (6.23) и (6.24) получим [43, 102]

$$p_{ea}=\arccos(Ll_{12}\cos\Theta_1)/\pi. \qquad (6.25)$$

Для ЦД при известном значении несущей частоты f_0 выбор f_s сделаем из соотношения $f_0/f_s=\lambda/2$ (λ — целое число), а выбор $F_{оп}$ проведем из условия $F_{оп}=|f_0-f_s|$. Тогда все отсчеты полезного сигнала после его перемножения с опорным сигналом будут иметь одинаковую полярность. Поэтому для простоты будем считать $f_0=6F_T$, $\lambda=3$, а следовательно, $f_s=4F_T$, $F_{оп}=2F_T$, что не противоречит теореме Котельникова. Дискретизация

приведет к переносу спектра сигнала (см. приложение).

На рис. 6.10 приведены временные диаграммы работы ЦД при условии $b(t)=1$ (*а* — модулирующая функция $g(t)$; *б* — полезный сигнал *1* и синхронная помеха *2*; *в* — сигнал дискретизации; *г* — составляющая полезного сигнала после АЦП; *д* — составляющая помехи после АЦП; *е* — составляющая сигнала и помехи после АЦП; *ж* — опорный сигнал; *з* — составляющая полезного сигнала после перемножителя; *и* — помеховая составляющая после перемножителя).

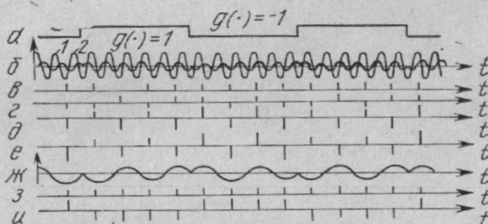


Рис. 6.10

Из рисунка видно, что полярность полезного сигнала соответствует полярности передаваемой информации, а полярность помехи меняется в соответствии с изменением $g(t)$. На каждом i-м элементе $g(t)$ каждый k-й отсчет на выходе перемножителя представляет собой сумму $H_{ik}=C_{\text{п}ik}+C_{\text{c}ik}+d_{ik}$, где $C_{\text{п}ik}$, $C_{\text{c}ik}$, d_{ik} — соответственно составляющие помехи, сигнала и смещения, $k=\overline{1,4}$. За i-й элемент псевдослучайной последовательности (ПСП) в накопителе со сбросом накопится

$$H_i=\sum_{k=1}^{4} H_{ik}=S_k+C_{\text{п}i}, \tag{6.26}$$

где $S_i=C_{ci}=d_i=\sum_{k=1}^{4}(C_{cik}+d_{ik})$ — составляющая из полезного сигнала и смещения и $C_{\text{п}i}=4(k+0{,}5)\Delta$ — составляющая помехч; $k=[A_2'/\Delta]$ — ближайший уровень квантования, превышенный составляющей помехи A_2' в квантизаторе АЦП; $[\cdot]=\text{entier}(\cdot)\times\times\text{sign}(\cdot)$ — нелинейная операция взятия целой части числа.

Вычисление вклада в содержимое накопителя для i-го элемента ПСП составляющими C_{ci} и d_i основывается на использовании диаграммы отсчетов, предложенной в [102]. С ее помощью можно определить S_i и $C_{\text{п}i}$ для заданных d_i и $b_{\text{п}i}$, где $b_{\text{п}i}=A_2'+k\Delta$ — превышение помехой ближайшего уровня квантования. Диаграмма отсчетов для многоуровневого квантизатора представлена на рис. 6,11,*а*, в координатах $b_{\text{п}i}$ и d_i. Для ее построения допустим, что $A_1<\Delta/4$, а d_i постоянно на элементе ПСП. Диаграмма включает внешнюю, среднюю и внутреннюю области (обозначенные цифрами *3, 2, 1* и соответствующей штриховкой), характеризующие влияние сигнала на работу квантизатора.

Построение диаграммы удобно начинать со случая $d(t)=0$. При этом $S_i=\gamma$, если $g_i=-1$ и $S_i=\delta$, если $g_i=1$. Предварительно заметим, что сигнальная составляющая имеет на символе ПСП два положительных и два отрицательных отсчета (см. рис. 6.10). При $g(\cdot)=-1$ составляющие помехи будут синфазны с составляющими сигнала, а при $g(\cdot)=1$ — противофазны. При малых $b_{\text{п}i}$ (когда $b_{\text{п}i}<A_1'$) сигнальная составляющая сможет вызвать отклик на выходе квантизатора (перебросить квантизатор в предыдущий интер-

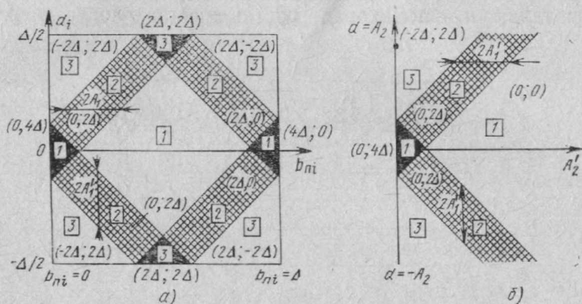


Рис. 6.11

вал квантования) только при $g(\cdot)=1$ всеми четырьмя отсчетами. Этот интервал имеет обозначение $\nu=0$, $\delta=4\Delta$ или сокращенно $(0;\ 4\Delta)$. При $A_1'<b_{\text{п}i}<\Delta-A_1'$ происходит полное подавление сигнальной составляющей помехой и при любом знаке ПСП ($g(\cdot)=1$ или $g(\cdot)=-1$) не происходит переброса квантизатора. Для этого интервала изменение квантизатора за счет сигнала будет равно $\gamma=0$, $\delta=0$ или $(0;\ 0)$. И, наконец, в интервале $b_{\text{п}i}>\Delta-A_1'$ только при $g(\cdot)=1$ все четыре отсчета переведут квантизатор в следующую область, т. е. будем иметь результат $(4\Delta,\ 0)$.

Указанные рассуждения могут быть трансформированы на плоскость (при $d\neq0$). Предварительно заметим, что после перемножения однополярного смещения на опорный сигнал получаем по два отсчета положительной и отрицательной полярности на элементе ПСП (см. рис. 6.10). Следовательно, при равенстве $|d|$ и $|A_1'|$ (при $d_i>A_1'$) в половине случаев происходит компенсация смещением помехи и отсчет определяется сигнальной составляющей A_1', а в половине случаев такой компенсации не происходит. Поэтому для внутренних областей *2* будем иметь приращения либо $(0;\ 2\Delta)$, либо $(2\Delta;\ 0)$. В центральной области *1* при любых значениях d и Δ сигнальная составляющая не дает переброса квантизатора. В областях *3* по углам квадрата диаграммы переброс квантизатора определяется только смещением d, которое дает два отрицательных и два положительных отсчета $\gamma=-2\Delta$, $\delta=2\Delta(-2\Delta;\ 2\Delta)$. И, наконец, в областях *3* имеем приращение $(2\Delta;\ 2\Delta)$, которое может быть объяснено слиянием двух областей *2* с приращениями $(0;\ 2\Delta)$ и $(2\Delta;\ 0)$.

Таким образом, диаграмма на рис. 6.11,*а* разбита на три области, которые отличаются величиной $(\gamma_i;\ \delta_i)$ приращения сумматора. Построенная диаграмма состояний позволяет определить вклад сигнала на результат квантования при любых значениях $b_{\text{п}}$ и d. При заданных значениях $b_{\text{п}}$ всегда можно подобрать такое d, при кото-

ром обеспечивается максимальное приращение сумматора при действии сигнала. Если же $b_п$ неизвестно, то необходимо сканирование $d(t)$ в интервале $(-\Delta/2;\ \Delta/2)$. При сканировании в указанном интервале обязательно будут пересекаться все три области. Пользуясь диаграммой, можно оценить выход сумматора ЦД. Пусть p_e (где $e=1, 2, 3$) есть пропорция числа элементов ПСП, соответствующих области l на диаграмме отсчетов, причем $p_1+p_2+p_3=1$. Тогда на выходе сумматора

$$y_п(t_р) = 4(k+0{,}5)\Delta; \quad y_с(t_p) = L\sum_{l=1}^{3} p_e(\gamma_e+\delta_e)/2\Delta. \quad (6.27)$$

Так как значение сигнала смещения для произвольного элемента ПСП равномерно распределено в интервале $(-\Delta/2;\ \Delta/2)$, то значения p_1, p_2, p_3 для различных величин $b_{пi}$ находятся на диаграмме отсчетов как отношение длины указанной области по оси d к величине Δ. Полученные в результате значения вероятностей p_1, p_2, p_3 для различных областей диаграммы отсчетов приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

№ п/п	$b_{пi}$	p_1	p_2	p_3
1	$0 \div A_с'$	ξ_1	$\dfrac{4b_{пi}}{\Delta}$	$1-\xi_2$
2	$A_с' \div \dfrac{\Delta}{2} - A_с'$	$-\xi_1$	$2p$	$1-\xi_2$
3	$\dfrac{\Delta}{2} - A_с' \div \dfrac{\Delta}{2}$	$-\xi_1$	$2-\dfrac{4b_{пi}}{\Delta}$	ξ_2-1
4	$\dfrac{\Delta}{2} \div \dfrac{\Delta}{2} + A_с'$	$2-\xi_2$	$\dfrac{4b_{пi}}{\Delta}-2$	$1+\xi_2$
5	$\dfrac{\Delta}{2} + A_с' \div \Delta - A_с'$	$2+\xi_2$	$2p$	$-(1+\xi_2)$
6	$\Delta - A_с' \div \Delta$		$4-\dfrac{4b_{пi}}{\Delta}$	$-(1+\xi_2)$
2′	$\dfrac{\Delta}{2} - A_с' \div A_с'$	ξ_1	$2-2p$	ξ_2-1
5′	$\Delta - A_с' \div \dfrac{\Delta}{2} - A_с'$	ξ_2-1	$2-2p$	$1+\xi_1$

Примечание: $p=-2A_с'/\Delta$; $\xi_1=p-b_{пi}/\Delta$; $\xi_2=p+2b_{пi}/\Delta$. В пп. 1—6 предполагалось $0<A_с'<\Delta/4$. Если $\Delta/4<A_с'<\Delta/2$, то надо заменить $2\to2'$, $5\to5'$; $A_с'\to\Delta/2-A_с'$.

Таким образом, для многоуровневого ЦД с учетом (6.27) получаем показатель помехоустойчивости (соответствующий (6.23) для АД)

$$q_{0ц} = \frac{L \sum_{l=1}^{3} p_e(\gamma_l + \delta_l)|_{b_{\text{п}i}=0}}{4(k+0{,}5)\Delta}. \qquad (6.28)$$

Вероятность ошибочного приема информационного символа ЦД можно оценить по формуле (6.24), если находить критический фазовый угол из равенства

$$4(k+0{,}5)\Delta + L\sum_{l=1}^{3} p_l(\gamma_l + \delta_l)|_{b_{\text{п}i}=A_{\text{п}}-\Delta k} = 0. \qquad (6.29)$$

Выполнение (6.29) для многоуровневого ЦД проверяется путем подбора $\varphi_{\text{п}}$ для заданных значений $A_{\text{с}}$, $\varphi_{\text{с}}$, $A_{\text{п}}$, L и Δ при следующей последовательности: задается значение $\varphi_{\text{п}}$, определяются значения k и $b_{\text{п}i}$, с использованием табл. 6.1 вычисляются значения p_1, p_2, p_3, на основании диаграммы отсчетов по известному $b_{\text{п}i}$ находятся значения γ_l, δ_l ($l=1, 2, 3$), вычисляется левая часть равенства (6.29), а $\varphi_{\text{п}}$, при котором равенство выполняется, считается критическим. Двухуровневое квантование является предельным случаем многоуровневого. Для такого квантизатора целесообразно вводить смещение $d(t)$ с амплитудой, равной амплитуде помехи $A_{\text{п}}$, что и показано на диаграмме отсчетов (рис. 6.11,*б*); значения вероятностей p_1, p_2, p_3 приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

№ п/п.	$A_{\text{п}}$	p_1	p_2	p_3
1	$0 \div A_{\text{п}}$	ξ_1	$\frac{4A_{\text{п}}'}{A_{\text{п}}}$	$1-\xi_2$
2	$A_{\text{с}}' \div \frac{A_{\text{п}}'}{2} - A_{\text{с}}'$	$-\xi_1$	$2p$	$1-\xi_2$
3	$\frac{A_{\text{п}}'}{2} - A_{\text{сп}} \div \frac{A_{\text{п}}'}{2} + A_{\text{с}}'$	$-\xi_1$	$1-\xi_1$	0
4	$\frac{A_{\text{п}}'}{2} + A_{\text{с}}' \div \infty$	1	0	0

Примечание: $p=2A_{\text{с}}'/A_{\text{п}}'$; $\xi_1=p-2$, $\xi_2=p+2A_{\text{п}}'/A_{\text{п}}$ при условии $0<A_0'<\Delta/2$.

Анализ показателей помехоустойчивости ЦД. На рис. 6.12,*а* представлены зависимости $q_{0а}$ (кривая *1*),

$q_{оц}$ для много- и двухуровневых квантизаторов (кривые *2* и *3* соответственно), построенные с использованием диаграммы отсчетов, таблиц и формул (6.23), (6.28). Зависимости строились для $L=15$; $q_{вх}=26$ дБ; $A_с/\Delta=1/4$; $\varphi_с=0$. Некоторого пояснения заслуживает случай двухуровневого квантизатора. Так как для него амплитуда смещения равна амплитуде помехи, то увеличение $A'_п/\Delta$ от 0 до $(A'_п-A_с)/\Delta=4{,}75$ не приводит к

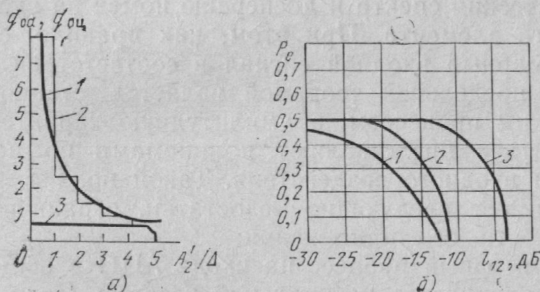


Рис. 6.12

изменению $q_{оц}$, значение которого остается равным $L\sum_{l=1}^{3}p_e(\gamma_l+\delta_l)/2\Delta=0{,}75$. При $0{,}75<A_п'/\Delta<A_п/\Delta=5$ происходит снижение $q_{оц}$, вызванное уменьшением сигнальной зоны в пределах рабочей области $-A_п<d(t)<A_п$ до 0,5. При этом график обрывается, так как $|A_п'|\leqslant|A_п|$.

При $A_п'\approx A_п$ — значение q_0 для всех трех демодуляторов примерно одинаково. Однако надо иметь в виду, что для двухуровневого ЦД $A_п'\approx A_п$ практически означает то, что фаза помехи близка к фазе сигнала и их отсчеты синхронны. Вероятность ошибочного приема символа $p_e(q)$ для аналогового АД, а также ЦД с много- и двухуровневым квантизаторами представлены на рис. 6.12,*б* (кривые *1*, *2*, *3* соответственно). Области безошибочной работы ЦД начинаются при значениях q, больших, чем у АД, на 0,5 дБ для многоуровневого квантизатора и 8,7 дБ для бинарного квантизатора. Однако, если создать ЦД, обеспечивающий попадание H_i (смеси сигнала, сигнала смещения и помехи) только во вторую область диаграммы отсчетов, то такое устройство приблизится к характеристикам АД [2].

6.4. АНАЛИЗ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ЦИФРОВЫХ ПРИЕМНИКОВ ПРИ УЧЕТЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ КВАНТИЗАТОРА

Методы анализа помехоустойчивости. Большая часть работ, посвященных исследованию влияния нелинейности ограничителя на помехоустойчивость, основывается на энергетическом подходе [20, 24, 38, 90, 97]. Такой подход позволяет определить корреляционную функцию, энергетический спектр и дисперсию помех на выходе нелинейного элемента. При этом, как правило, считают, что суммарный входной сигнал в соответствии с центральной предельной теоремой является стационарным гауссовским процессом, а амплитудную характеристику ограничителя представляют полиномами по нечетным степеням входного воздействия. Такой подход, к сожалению, имеет следующие недостатки, ограничивающие возможности его применения:

1) суммарный процесс на входе АЦП в общем случае не подчиняется центральной теореме (если отдельные помеховые сигналы доминируют, то процесс на входе будет нестационарным);

2) не все типы квантизаторов могут быть аппроксимированы рядом по нечетным степеням входного воздействия;

3) энергетический подход не позволяет учитывать тонкую структуру комбинационных помех, что может привести к неверным оценкам помехоустойчивости;

4) затруднена оценка влияния амплитудно-модулированных помех.

В работе [100] делается попытка снять эти ограничения. Ниже методика [100] несколько уточняется и распространяется на исследование помехоустойчивости сложных многоуровневых АЦП произвольной формы [72], частным случаем которых являются ограничители (двухуровневые квантизаторы).

Рассмотрим ситуацию, когда на вход АЦП после полосового фильтра поступает сумма детерминированных сигналов $s(t)$ с произвольной угловой модуляцией и стационарный гауссовский шум $n(t)$ с нулевым средним и дисперсией $P_ш$:

$$s(t)=\sum_{i=1}^{N} A_i \cos[\omega_i t+\varphi_i(t)+\theta_i]=\sum_{i=1}^{N} A_i \cos\gamma_i, \quad (6.30)$$

$$n(t)=N(t)\cos(\omega_0 t+\varphi)=r\cos\gamma_0, \quad (6.31)$$

где $\varphi_i(t)$ — законы фазовой манипуляции, а огибающая $N(t)$ и фаза γ_0 имеют соответственно рэлеевское и равномерное распределения. Будем считать, что амплитудная характеристика квантователя по уровню (КУ) описывается выражением

$$y = g(x) = \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k g_k(x), \tag{6.32}$$

где $$g_k(x) = \begin{cases} 1, & x > x_k, \\ 0, & -x_k < x < x_k, \\ -1, & x < x_k; \end{cases} \tag{6.33}$$

$2M$ — число уровней квантования; ξ_k — значение k-й ступеньки КУ.

Используя метод контурных интегралов (метод Райса) [20], представим (6.33) в виде

$$g_k(x) = \frac{1}{j\,2\pi} \int\limits_{\varepsilon - j\omega}^{\varepsilon + j\omega} e^{-x_k\omega} (e^{-x\omega} - e^{-x\omega}) \frac{1}{\omega}\, d\omega. \tag{6.34}$$

Подынтегральное выражение не имеет особых точек, поэтому, используя теорему Коши, можно свести (6.32) с учетом (6.34) к виду

$$g(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int\limits_0^\infty \cos(x_k v) \sin(xv) \frac{1}{v}\, dv. \tag{6.35}$$

Из формулы (6.35) при $\xi_1 = 1$, $x_k = 0$, $M = 0$ нетрудно получить известный частный случай для идеального ограничителя:

$$g(x) = \frac{2}{\pi} \int\limits_0^\infty \sin(xv) \frac{1}{v}\, dv = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ -1, & x \leqslant 0. \end{cases} \tag{6.36}$$

Используя (6.32) и (6.35), получаем:

$$y(t) = g[x(t)] = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int\limits_0^\infty \cos(x_k v) \sin[s(t),\ v]\, J_0(rv) \frac{1}{v}\, dv +$$

$$+ \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int\limits_0^\infty \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cos(x_k v) \sin[s(t),\ v]\, J_{2m}(rv) \times$$

$$\times \frac{1}{v} \cos(2m\gamma_0)\, dv + \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int\limits_0^\infty \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \cos(x_k v) \times$$

$$\times \cos[s^{\cdot}(t), v] J_{2m+1}(rv) \cos[(2m+1)\gamma_0] \frac{1}{v} dv. \quad (6.37)$$

Представив выходной процесс КУ в виде двух составляющих — регулярной и шумовой, определим регулярную составляющую $z(t)$ в виде среднего значения $y(t)$, которая с учетом рэлеевского распределения плотности вероятностей огибающей шума принимает вид

$$z(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int_0^{\infty} \cos(x_k v) \sin[s(t), v] \exp\left[-\frac{v^2 P_{ш}}{2}\right] \frac{1}{v} dv. \quad (6.38)$$

Подставляя (6.31) в (6.38) и используя соотношение [23]

$$\sin\left[\sum_{i=1}^{N} \beta_i \cos\alpha_i\right] = \sum_{p_1=-\infty}^{\infty} \cdots$$

$$\cdots \sum_{p_N=-\infty}^{\infty} \left\{\prod_{i=1}^{N} J_{p_i}(\beta_i) \sin\left[\sum_{i=1}^{N} p_i \left(\alpha_i + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\},$$

получаем:

$$z(t) = \frac{1}{2} \sum_{p_1=-\infty}^{\infty} \cdots \sum_{p_N=-\infty}^{\infty} h_{p_1 \ldots p_N} \sin\left[\sum_{i=1}^{N} p_i \left(\gamma_i + \frac{\pi}{2}\right)\right], \quad (6.39)$$

где

$$h_{p_1 \ldots p_N} = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int_0^{\infty} \cos(x_k v) \prod_{i=1}^{N} J_{p_i}(A_i v) \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{v^2 P_{ш}}{2}\right] \frac{1}{v} dv. \quad (6.40)$$

Выражение (6.40) определяет амплитуды сигнальных и комбинационных составляющих на выходе КУ. При этом из-за нечетности $\sin(\cdot)$ и соотношения $J_{-p}(x) = (-1)^p J_p(x)$ на выходе КУ присутствуют лишь составляющие, для которых $|p_1| + |p_2| + \ldots + |p_N|$ — нечетные числа.

Шумовую составляющую на выходе КУ определим как $\lambda(t) = y(t) - z(t)$. Используя (6.37) и (6.38), получаем:

$$\lambda(t)=\frac{1}{2}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\cdots\sum_{p_N=-\infty}^{\infty}h_{p_1\ldots p_N,0}\sin\left[\sum_{i=1}^{N}p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\cdots\sum_{p_N=-\infty}^{\infty}h_{p_1\ldots p_N,2m}\times$$

$$\times\left\{\sin\left[\sum_{i=1}^{N}p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)-2m\gamma_0\right]+\right.$$

$$\left.+\sin\left[\sum_{i=1}^{N}p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)+2m\gamma_0\right]\right\}+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\cdots\sum_{p_N=-\infty}^{\infty}h_{p_1\ldots p_N,2m+1}\times$$

$$\times\left\{\cos\left[\sum_{i=1}^{N}p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)-(2m-1)\gamma_0\right]+\right.$$

$$\left.+\cos\left[\sum_{i=1}^{N}p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)(2m+1)\gamma_0\right]\right\}, \qquad (6.41)$$

где

$$h_{p_1\ldots p_N,0}=\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\xi_k\int_0^{\infty}\cos(x_k v)\prod_{i=1}^{N}J_{p_i}(A_i v)\times$$

$$\times\left[J_0(Nv)-\exp\left(-\frac{v^2P_{ш}}{2}\right)\right]\frac{1}{v}dv; \qquad (6.42)$$

$$h_{p_1\ldots p_N,g}=\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\xi_k\int_0^{\infty}\cos(x_k v)\prod_{i=1}^{N}J_{p_i}(A_i v)J_g(Nv)\frac{1}{v}dv,$$

$$g=2m,\ 2m+1.$$

Для определения сигнальных и шумовых составляющих на выходе КУ необходима оценка выражений (6.40) и (6.42), которые являются достаточно сложными.

В общем виде такая оценка не может быть получена, и поэтому необходим анализ каждого конкретного случая.

Преобразование КУ одного сигнала. Примем $N=1$, $P_ш=0$. Тогда из (6.39) и (6.40) имеем (при нечетных p)

$$z(t)=\sum_{p=1}^{\infty} h_p \sin p\left(\gamma_1+\frac{\pi}{2}\right), \tag{6.43}$$

$$h_p=\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\xi_k\int_0^{\infty}\cos(x_k v)\,J_p(A_1 v)\frac{1}{v}\,dv=$$

$$=\frac{4}{\pi p}\sum_{k=0}^{M-1}\xi_k\cos\left(p\arcsin\frac{x_k}{A_1}\right),\quad \frac{x_k}{A_1}\leqslant 1. \tag{6.44}$$

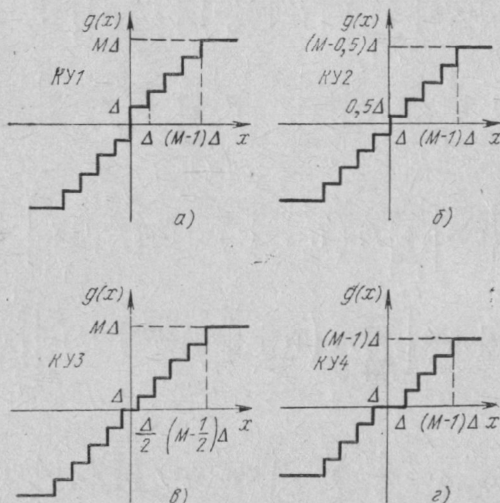


Рис. 6.13

Результаты расчетов по формуле (6.44) при $M=16$ для квантователей уровня, характеристики которых представлены на рис. 6.13 и обозначены соответственно КУ1, КУ2, КУ3 и КУ4, приведены на рис. 6.14, 6.15. На рис. 6.14 изображены зависимости относительных амплитуд $M_p=\pi h_p/4\Delta$ первой и третьей гармоник для КУ1 от изменения относительной амплитуды входного сигнала $l_1=A_1/\Delta$ (где Δ — шаг квантования по входу). Для КУ2—КУ4 эти зависимости получаются при соответствующем смещении начала координат, что следует из (6.32). Как видно из рисунка, амплитуда первой гармоники H_1 монотонно возрастает с увеличением l_1, все более приближаясь к прямой линии; амплитуда третьей гармоники H_3 с увеличением l_1 уменьшается, но медленно, имеет осциллирующий характер, при этом амплитуды КУ1 и КУ4 стремятся к уровню 1/6, а КУ2 и КУ3 — к нулю.

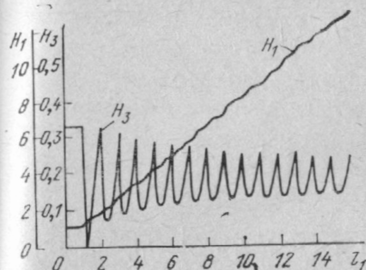


Рис. 6.14

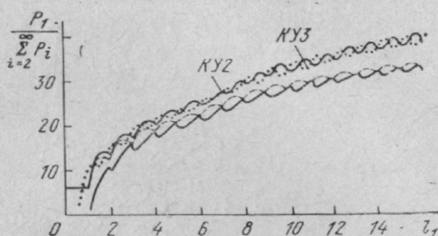


Рис. 6.15

Наибольший интерес, очевидно, представляют зависимости отношения мощности первой гармоники к сммарной мощности остальных гармоник: $P_1 / \sum_{i=2}^{\infty} P_i$ от амплитуды l_1, которые представлены на рис. 6.15.

Из данных графиков следует, что с точки зрения меньшей степени нелинейности, наиболее предпочтительными являются КУ2 и КУ3.

Преобразование КУ одного сигнала и шума. Сигнальная составляющая будет равна (6.43), а h_p может быть получена из (6.40) и имеет вид

$$h_p = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int_0^{\infty} \cos(x_k v) J_p(A_1 v) \exp\left(-\frac{v^2 P_ш}{2}\right) \frac{1}{v}\, dv. \quad (6.45)$$

Для шумовой составляющей будем иметь

$$\lambda(t) = \sum_{p=1}^{\infty} h_{p_0} \sin\left(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \sum_{p=1}^{\infty} h_{p,2m} \left\{ \sin\left[p\left(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right) - 2m\gamma_0\right] + \right.$$

$$\left. + \sin\left[p\left(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right) + 2m\gamma_0\right] \right\} +$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \sum_{p=0}^{\infty} h_{p,2m+1} \left\{ \cos\left[p\left(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - (2m+1)\gamma_0\right] + \cos\left[p\left(\gamma_1 + \frac{\pi}{2}\right) + (2m+1)\gamma_0\right] \right\}, \quad (6.46)$$

где

$$h_{p_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int_0^\infty \cos(x_k v) J_p(A_1 v) \times$$

$$\times \left[J_0(Nv) - \exp\left(-\frac{v^2 P_ш}{2}\right)\right] \frac{1}{v} dv; \qquad (6.47)$$

$$h_{p_q} = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int_0^\infty \cos(x_k v) J_p(A_1 v) J_p(rv) \frac{1}{v} dv. \qquad (6.48)$$

Таким образом, оценка составляющих сигнала и шума на выходе КУ сводится к вычислению выражений (6.45)—(6.47). Для вычисления амплитуд сигнальной составляющей (6.45) представим степенным рядом функцию $\cos(\cdot)$ и после преобразований получим

$$h_p = \frac{2}{\pi} \frac{R_1{}^p}{p!} \sum_{k=0}^{\infty} \xi_k \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \left(2 \frac{z_k}{l_0}\right)^{2n} \times$$

$$\times \Gamma\left(n + \frac{p}{2}\right) {}_1F_1\left(n + \frac{p}{2},\ p + 1,\ -R_1^2\right), \qquad (6.49)$$

где $R_1{}^2 = (A_1/\sqrt{2P_ш})^2$—отношение сигнал-шум на входе КУ; $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция; ${}_1F_1(\cdot)$ — вырожденная гипергеометрическая функция; $l_0 = \sqrt{2P_ш}/\Delta$; $l_1 = A_1/\Delta$; $z_k = x_k/\Delta$.

Выражение (6.49) может быть упрощено в двух асимптотических случаях: при $R_1{}^2 \ll 1$ и $R_1{}^2 \gg 1$. Если $R_1{}^2 \ll 1$ (этот случай имеет особое значение при обработке сложных сигналов, принимаемых при малом отношении сигнал-шум), для фиксированных p и n функция ${}_1F_1(n+p/2,\ p+1,\ -R_1{}^2) \approx 1$ [23], и поэтому

$$h_p = \frac{2}{\pi} \frac{R_1{}^p}{p!} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \left(2 \frac{z_k}{l_0}\right)^{2n} \Gamma\left(n + \frac{p}{2}\right).$$

Для $R_1{}^2 \to \infty$ будем иметь [23] ${}_1F_1(\alpha,\ \beta,\ -\gamma) = \Gamma(\beta)\Gamma(\beta - \alpha)\gamma^\alpha$, и поэтому

$$h_p = \frac{4}{\pi p} \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \cos\left(p \arcsin \frac{z_k}{l_1}\right). \qquad (6.50)$$

Выражение (6.50) определяет амплитуды регулярных составляющих при воздействии одного сигнала без шума и может быть получено также из (6.44).

Оценим шумовую составляющую на выходе КУ. Из всего набора составляющих шума (6.46) выделим те, которые сосредоточены в спектре частот сигнала. При $\omega_0 = \omega_1$ в полосу спектра сигнала попадут только разностные составляющие (6.46), удовлетворяющие равенствам

$$p=1,\ |p-2m|=1,\ |p-(2m+1)|=1. \quad (6.51)$$

В результате мощность шумовых составляющих $P_{шо}$ найдем, осуществив усреднение (с учетом (6.51)) $\lambda^2(t)$ (6.46) по фазе φ и огибающей $N(t)$. Окончательно получим [72]

$$P_{шо} = \frac{2}{\pi^2} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{g=0}^{\infty} \frac{R_1^{2p}}{[\Gamma(p+1)]^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!\,(n+g)!} \times \left[\sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \sum_{l=0}^{\infty} (1)^l (2l)! \left(\frac{2z_k}{l_0} \right)^{2l} \Gamma \left(n+l+ \frac{p+g}{2} \right) {}_1F_1 \left(n+l+\frac{p+g}{2},\ p+1,\ -R_1^2 \right) \right]^2. \quad (6.52)$$

При $R_1^2 \ll 1$ последнее выражение упрощается:

$$P_{шо} = \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!\,(n+1)!} \left[\sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \times \left(2\frac{z_k}{l_0} \right)^{2l} \Gamma \frac{(n+l+1/2)}{(2l)!} \right]. \quad (6.53)$$

По выражениям (6.49), (6.50), (6.52), (6.53) для рассматриваемых КУ были проведены расчеты при $R_1^2 \leqslant 1$ и $M=16$. На рис. 6.16 приведены относительные зависимости первой H_1 (непрерывные линии) и третьей H_3 (штриховые линии) гармоник от $l_\Sigma = \sqrt{l_0^2 + l_1^2}$ для КУ1 и КУ3 при $R_1^2 = 0{,}25$ (при других значениях $R_1^2 \leqslant$ $\leqslant 1$ указанные зависимости аналогичны приведенным). Для КУ2 и КУ4 эти зависимости получаются из графиков для КУ1 смещением оси l_Σ вверх соответственно на величину $H_i(0)/2$ и $H_i(0)$, где $H_i(0)$ — значения амплитуды первой и третьей гармоник при $l_\Sigma \to 0$. На рис. 6.17 показаны графики зависимости отношения выходного отношения сигнал-шум ко входному для КУ2 (зависимости *1* для $R_1^2=1$, *2* для $R_1^2=0{,}25$, *3* для $R_1^2 \ll 1$). Для остальных КУ аналогичные зависимости отличаются от

приведенных для КУ2 только при $l_\Sigma < 1$, где основное влияние оказывает наличие и размер зоны нечувствительности. Из сравнения кривых на рис. 6.14 и рис. 6.16 следует вывод, что наличие шума на входе КУ линеаризует его характеристику. Наиболее четко границы линейного участка КУ выражены графиками третьей гармоники H_3 (рис. 6.16). На этом участке $q/R_1^2=1$ (рис. 6.17).

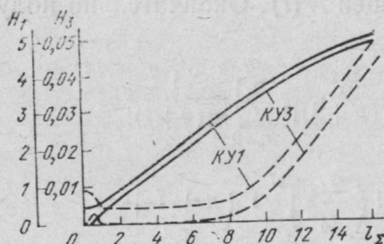


Рис. 6.16.

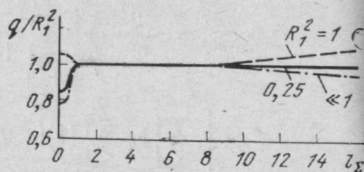


Рис. 6.17.

Следовательно, при больших значениях M на линейном участке характеристики КУ нет потерь в отношении сигнал-шум. Нелинейность характеристики КУ2 проявляется особенно сильно при $l_\Sigma \to 0$, когда реализуется бинарное квантование (при этом значении q/R_1^2 на рис. 6.17 соответствуют известным результатам [24]), а также при $l_\Sigma > 6-7$, когда начинается ограничение из-за конечного числа уровней квантования ($M=16$). Таким образом, верхняя граница линейного участка примерно в 2,5 раза меньше M. При $l_\Sigma \to \infty$ (т. е. при сильном ограничении входного процесса) отношение q/R_1^2 приближается к этому же отношению при $l \to 0$ (т. е. соответствует бинарному квантователю). При расчетах полагалось, что значения входного шума сосредоточены в пределах $3\sqrt{P_{ш}}$. Проведенные вычисления также показали, что для данного КУ и заданного значения l_Σ суммарная выходная мощность сигнала и шума остается постоянной при изменении R_1^2 (в [24] такое свойство было определено для идеального бинарного ограничителя).

Более предпочтительны квантователи КУ2 и КУ3, так как они имеют минимальную мощность паразитных нелинейных продуктов.

6.5. АНАЛИЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ КВАЗИСИНХРОННОЙ ПОМЕХИ НА ЦИФРОВОЙ ПРИЕМНИК

Интерес к рассмотрению этого случая вызван тем, что при воздействии на ограничитель сигнала и квазисинхронной помехи на его выходе возникает интермодуляционная помеха, повторяющая (при некоторых условиях) форму полезного сигнала и соизмеримая с ним по мощности (§ 3.4). Наличие такой помехи на выходе бинарного квантователя может резко понизить помехоустойчивость приемника сложного сигнала [52], которая не может быть повышена традиционными методами. В связи с этим возникает задача оценки помехоустойчивости цифрового приемника при многоуровневом квантовании входного процесса, в частности, оценка сигнальных, интермодуляционных и шумовых составляющих на выходе КУ [72, 73]. Такая оценка будет базироваться на методике, разработанной в § 6.4.

Пусть входной процесс состоит из двух сигналов [формула (6.30) при $N=2$] с произвольной угловой модуляцией, один из которых будем считать полезным (при $i=1$), а второй (при $i=2$) — помехой, а также стационарного гауссовского шума (6.31). Тогда процесс на выходе КУ можно представить в виде суммы регулярной и шумовой составляющих вытекающих из (6.39), (6.40), (6.41), (6.42):

$$z(t)=\frac{1}{2}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{p_2=-\infty}^{\infty} h_{p_1p_2}\sin\left[\sum_{i=1}^{2} p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)\right], \quad (6.54)$$

$$\lambda(t)=\frac{1}{2}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{p_2=-\infty}^{\infty}\left\{h_{p_1p_20}\sin\left[\sum_{i=1}^{2} p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)\right]+\right.$$
$$+\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m h_{p_1}h_{p_2,2m}\sin\left[\sum_{i=1}^{2} p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)\pm 2m\gamma_0\right]+$$
$$\left.+\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m h_{p_1p_2,2m-1}\cos\left[p_i\left(\gamma_i+\frac{\pi}{2}\right)\pm(2m+1)\gamma_0\right]\right\}, \quad (6.55)$$

где

$$h_{p_1p_2}=\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\xi_k\int_0^\infty \cos(x_k v)\,J_{p_1}(A_1 v)\exp\left(-\frac{v^2P_ш}{2}\right)\frac{dv}{v}, \quad (6.56)$$

$$h_{p_1p_2,0}=\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\xi_k\int_0^\infty \cos(x_k v)\,J_{p_1}(A_2 v)\times$$

$$\times J_{p_2}(A_2 v)\left[J_0(Nv)-\exp\left(-\frac{v^2P_ш}{2}\right)\right]\frac{dv}{v}, \quad (6.57)$$

$$h_{p_1p_2,g}=\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}\xi_k\int_0^\infty \cos(x_k v)\,J_{p_1}(A_1 v)\,J_{p_2}(A_2 v)\,J_g(Nv)\,\frac{dv}{v}. \quad (6.58)$$

При этом на выходе КУ присутствуют лишь составляющие, для которых $(|p_1|+|p_2|+g)$ — нечетные числа, где $g=0$, $2m$, $2m+1$. Здесь h_{10} и h_{01} — соответственно амплитуда полезного сигнала и сигнальной помехи; $h_{p_1p_2}$ — амплитуды интермодуляционных составляющих и гармоник сигнальных составляющих; $h_{p_1p_2,g}$ — огибающие составляющих выходного шума.

Будем интересоваться сигнальными, наиболее мощными интермодуляционными составляющими и мощностью шума в полосе частот спектра входных сигналов. Так, наиболее мощной и опасной при бинарном квантовании будет интермодуляционная составляющая

$$z_{-1,2}(t)=h_{-1,2}\cos\left[(2\omega_2-\omega_1)t+2\varphi_2(t)-\right.$$
$$\left.-\varphi_1(t)+2\Theta_2-\Theta_1\right], \quad (6.59)$$

Поскольку она соизмерима с полезным сигналом на выходе КУ и содержит закон модуляции полезного сигнала.

Мощность шумовых составляющих найдем, усреднив величину $\lambda^2(t)$:

$$P_{ш0}=\frac{1}{2}\sum_{g=0}^{\infty}\sum_{p_1=-\infty}^{\infty}\sum_{p_2=-\infty}^{\infty}M\,[h^2_{p_1p_2,\,g}]_r, \quad (6.60)$$

где

$$M\,[h^2_{p_1p_2,g}]_r=\frac{16}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!\,(n+g)!}\left(\frac{P_ш}{2}\right)^{2n}\times$$

$$\times \sum_{k=0}^{M-1} \xi_k \int_0^\infty \cos(x_k v) J_{p_1}(A_1 v) J_{p_2}(A_2 v) \exp\left(-\frac{v^2 P_ш}{2}\right) v^{2n+g-1} dv.$$

(6.61)

(При $g=0$ суммирование в (6.61) по n начинается с 1.)

Положим, что $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_0$, т. е. несущие частоты сигналов и шума примерно равны. Тогда в полосу частот спектра входных сигналов попадут только те составляющие шума (6.55), (6.60), для которых выполняется условие $|p_1+p_2 \pm g|=1$.

Непосредственное вычисление (6.56) и (6.61) не представляется возможным. Поэтому в [73] проведено упрощение выражения (6.61), позволившее вычислить его на ЦЭВМ, и введены следующие обозначения: $l_{12}=A_1/A_2$ — отношение двух сигналов на входе КУ; $R_0=(A_1+A_2)/\sqrt{2P_ш}=A_1/\sqrt{2P_ш}+A_2/\sqrt{2P_ш}=R_1+R_2$, $R_1=R_0 l_{12}/(1+l_{12})$; $R_2=R_0/(1+l_{12})$; R_1, R_2 — отношение сигнал-шум на входе КУ; $l_0=\sqrt{2P_ш}/\Delta$; $z_k=x_k/\Delta$.

Анализ полученных результатов. По выражениям (6.56), (6.59), (6.60) для двух видов квантователей уровня КУ1 и КУ2, при $M=16$ были произведены расчеты для двух случаев: при отсутствии шума ($R_0^2=\infty$) и при большом уровне шума ($R_0^2 \leqslant 1$) на входе квантователя. Как показали вычисления, характер зависимостей относительных амплитуд $H_{p_1 p_2}=\pi h_{p_1 p_2}/4\Delta$ сигнальных ($|p_1|-|p_2|=1$) и интермодуляционных ($|p_1|-|p_2|>1$) составляющих от относительной амплитуды $l_1=(A_1+A_2)/\Delta$ входного воздействия при наличии шума ($R_0^2 \leqslant 1$) полностью аналогичен характеру зависимостей соответственно относительных амплитуд сигнала ($p=1$) и его гармоник ($p>1$) при воздействии на рассматриваемые КУ одного сигнала и шума (рис. 6.16). Так, амплитуды сигнальных составляющих монотонно возрастают с увеличением l_Σ (с увеличением числа уровней квантования), а амплитуды интермодуляционных составляющих, включая гармоники сигнальных составляющих, убывают монотонно и быстро к своим предельным значениям.

В отсутствие шума на входе КУ эта аналогия в общем также имеет место, т. е. амплитуды сигнальных составляющих H_{10} и H_{01}, как H_1 (рис. 6.14), монотонно возрастают с увеличением l_Σ, но более линейно, чем H_1, а графики амплитуды гармоник H_p имеют вид затухающих колебаний, но затухающих с увеличением l_Σ бы-

стрее, чем H_p. Указанные отличия показывают, что добавление второго сигнала линеаризует в некоторой степени характеристику КУ.

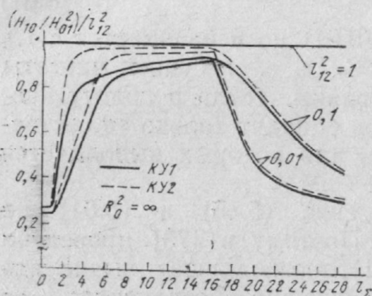


Рис. 6.18

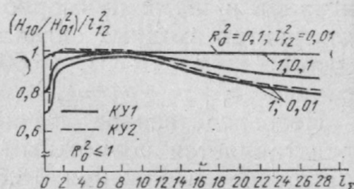


Рис. 6.19

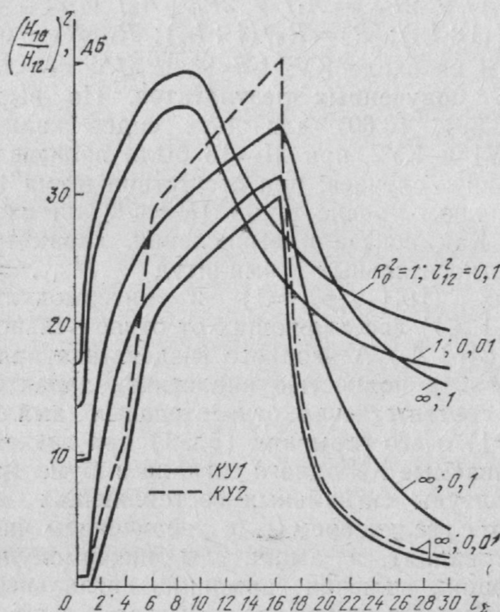


Рис. 6.20

На рис. 6.18 и 6.19 представлены зависимости выходного отношения сигналов H_{10}/H_{01} от l_Σ и l_{12}, а на рис. 6.20 — зависимости отношения слабого сигнала к наиболее мощной интермодуляционной составляющей при различных значениях входных параметров R_0^2 и

l_{12}^2. На каждой кривой представленных рисунков отметим три области: бинарного квантования, многоуровневого квантования и насыщения, из сравнения которых можно сделать ряд выводов.

Область бинарного квантования соответствует малым значениям ($l_\Sigma \to 0$), а результаты анализа помехоустойчивости в этой области совпадают с известными. В области бинарного квантования всегда можно вызвать интермодуляционные помехи, уровень которых приближается к уровню сигнала при любых значениях его базы. Такой режим работы КУ обладает малой помехоустойчивостью. В области многоуровневого квантования при росте l_Σ (увеличение числа уровней квантования) происходит следующее: резкое уменьшение подавление слабого сигнала сильным (рис. 6.18, 6.19), уменьшение уровня интермодуляционной помехи по сравнению с уровнем полезного сигнала (рис. 6.20), уменьшение подавления слабых сигналов шумом (рис. 6.19). При этом многоуровневое квантование тем эффективнее, чем больше R_0^2 и меньше l_{12}^2. При большом уровне входного шума ($R_0^2 \ll 10^{-2}$), даже при малых значениях l_{12}^2, многоуровневое квантование практически уменьшает только подавление слабого сигнала шумом, так как в этом случае и при бинарном квантовании $(h_{10}/h_{01})^2 \times l_{12}^2 \approx 1$, а уровень интермодуляционной помехи достаточно низкий. Дальнейшее увеличение l_Σ в области многоуровневого квантования незначительно улучшает рассматриваемые характеристики. Поэтому наиболее эффективно применять небольшое число уровней квантования ($l_\Sigma = 6-8$). В области насыщения входной процесс $y(t)$ превышает апертуру квантователя, т. е. происходит ограничение входного процесса, а значит, и ухудшение рассматриваемых характеристик. При сильном ограничении ($l_\Sigma \to \to \infty$) кривые приближаются к кривым для бинарного квантователя, и тем быстрее, чем меньше уровень входного шума. Поэтому для обеспечения высокой помехоустойчивости приемника с многоуровневым квантователем в случае входного процесса с переменным (случайным) уровнем необходимо использовать специальную схему АРУ перед КУ, которая могла бы постоянно поддерживать этот уровень в пределах линейной части его апертуры (в области многоуровневого квантования). И здесь предпочтение следует отдать КУ2.

6.6. ОЦЕНКА ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ-ПОМЕХА НА ВЫХОДЕ ЦИФРОВОГО ДЕМОДУЛЯТОРА

Рассмотрим методику оценки помехоустойчивости цифрового демодулятора, считая, что $d(t)=0$ при раздельном и совместном действии на его вход гауссовского шума и гармонической помехи, используя результаты § 6.4 и 6.5 и рис. 6.9. Процесс на входе ЦД представим в виде аддитивной смеси двух сигналов (формула (6.30) при $N=2$) с произвольной угловой модуляцией, один из которых ($i=1$) будем считать полезным, а второй ($i=2$) — помехой, и стационарного гауссовского шума (6.31). Будем считать, что сигнал $s_1(t)$ и опорный сигнал $s_{оп}(t)=A\cos[\omega_{оп}t+\varphi(t)]$ синхронны во времени, а моменты дискретизации совпадают с максимальными значениями $s_{оп}(t)$, а угол Θ_1 представляет собой ошибку фазовой синхронизации этих сигналов. Оценивать помехоустойчивость ЦД (а для сравнения и аналогового демодулятора — АД) будем по отношению сигнал-помеха на выходе сумматора интегратора, пользуясь общим выражением

$$q=\{M[v(t)]\}^2/M\{v(t)-M[v(t)]\}^2, \qquad (6.62)$$

где $v(t)$ — случайное напряжение на выходе сумматора со сбросом, которое при $f_s=2F$ будет слагаться из $L=f_sT$ отсчетов,

$$v(T)=\sum_{i=0}^{L-1} y(t_i)\, s_{оп}(t_i). \qquad (6.63)$$

Усреднение в (6.62) будем проводить по фазе и огибающей шума (φ и r), а также начальной фазе Θ_2 помехи.

Выходной процесс АЦП

$$y(t)=z(t)+\lambda(t), \qquad (6.64)$$

состоящий из сигнальной $z(t)$ и помеховой $\lambda(t)$ составляющих, свяжем с $v(t)$. Произведя указанные в (6.62) усреднения с учетом дискретизации, получим:

$$q_{ц}=\frac{L^2\left[\sum_{p_1=1}^{\infty}(-1)^{(p_1-1)/2}\, h_{p_{1,0}}\cos\Theta_1\right]^2}{LP_{ш}+M[v_z^2(T)]}, \qquad (6.65)$$

где $v_z(t)=\sum_{k=0}^{L-1}\lambda_z(t_k)\, s_{оп}(t_k)$; $\lambda_z(t)$ — регулярная составляю-

щая помехи на выходе КУ (без сигнала и его гармоник).

Для упрощения вычисления $M[v_z^2(T)]$ положим, что $\Theta_1=0$ (отсчет берется в точках максимума сигнала) и помеха является узкополосной ($\varphi_2(t)=0$). Тогда

$$M[v_z^2(T)]=\frac{1}{2}\sum_{p_2=2}^{\infty}B_{p_2}^2\left[L+\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1}\cos p_2\Delta\omega(t_i-t_j)\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{p_2=1}^{\infty}D_{p_2}^2\left[L+\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{j=0}^{L-1}C(t_i)C(t_j)\cos p_2\Delta\omega(t_i-t_j)\right], \quad (6.66)$$

где

$$B_{p_2}=2\sum_{\substack{p_2=1\\ p_1\text{нечетные}}}^{\infty}(-1)^{(p_1+p_2-1)/2}h_{p_1p_2};$$

$$D_{p_2}=(-1)^{(p_2-1)/2}h_{0,p_2}+2\sum_{\substack{p_1=2\\ p_1\text{нечетные}}}^{\infty}(-1)^{(p_1+p_2-1)/2}h_{p_1p_2};$$

$$\Delta\omega=\omega_2-\omega_1. \quad (6.67)$$

В (6.66) первое слагаемое определяет вклад (в мощность помех на выходе коррелятора) интермодуляционных составляющих, повторяющих форму сигнала, а второе — исходной помехи и других интермодуляционных составляющих. Легко видеть, что при $\Delta\omega=0$, т. е. при синхронной помехе, первое слагаемое принимает максимальное значение. Поэтому далее остановимся только на синхронной помехе.

Тогда (6.65) преобразуется к виду

$$q_{\text{ц}}=2A_0^2\left[\frac{2P_{\text{ш}}}{L}+\sum_{\substack{p_2=2\\ p_2\text{четное}}}^{\infty}B_{p_2}^2+\frac{Q^2}{L_2}\sum_{\substack{p_2=1\\ p_2\text{нечетное}}}^{\infty}D_{p_2}^2\right]^{-1}, \quad (6.68)$$

где $A_0=\sum_{p_1=1}^{\infty}(-1)^{(p_1-1)/2}h_{p_10}$; Q — разность между числом положительных и отрицательных элементов ПСП.

Вычисляя A_0, B_{p_2} и D_{p_2} с учетом (6.40) при $N=2$ и осуществляя суммирование по p_1, получаем для составляющих (6.68)

$$B_{p_2}=(-1)^{p_2/2}\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}y_k\int_0^\infty\cos(x_k u)\sin(A_1 u)\times$$

$$\times J_{p_2}(A_2 u)\exp\left(-\frac{u^2 P_{\text{ш}}^2}{2}\right)\frac{du}{u},$$

$$D_{p_2}=(-1)^{(p_2-1)/2}\frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{M-1}y_k\int_0^\infty\cos(x_k u)\times$$

$$\times\cos(A_1 u)J_{p_2}(A_2 u)\exp\left(-\frac{u^2 P_{\text{ш}}^2}{2}\right)\frac{du}{u},$$

$$A_0=0{,}5B_{p_2}/p_2=0. \tag{6.69}$$

Заметим, что для случая аналогового демодулятора (АД) (рис. 6.9,*б*) формула (6.68) принимает вид

$$q_{\text{а}}=2A_1^2(2N_0/T+Q^2A_2^2/L^2)^{-1}. \tag{6.70}$$

Если $2F=1/\tau_{\text{и}}=L/T$ и $N_0=P_{\text{ш}}/F$, то (6.70) преобразуется:

$$q_{\text{а}}=LR_1^2(1+Q^2R_2^2/2)^{-1}, \tag{6.71}$$

где $R_1^2=A_1^2/2P_{\text{ш}}$; $R_2^2=A_2^2/2P_{\text{ш}}$.

Приведем расчет помехоустойчивости применительно к КУ1 и КУ2 для конкретного сочетания помех.

Воздействие гауссовского шума. В этом случае $s_2(t)=0$, а следовательно, $B_{p_2}=D_{p_2}=0$. Будем интересоваться малым входным отношением сигнал-шум, т. е. $R_1^2\leqslant 1$. Тогда из (6.68), учитывая, что $A_0\approx h_1$, соответственно получим

$$q_{\text{ц}}=A_0^2L/P_{\text{ш}}=2LR_1^2(R_{\text{КУ}}^2/R_1^2), \tag{6.72}$$

$$q_{\text{а}}=LR_1^2, \tag{6.73}$$

где $L=2FT$; $R_{\text{КУ}}^2=h_1^2/2P_{\text{ш}}$.

Из сравнения (6.72) и (6.73) следует, что энергетические потери ЦД относительно АД определяются отношением $R_{\text{КУ}}^2/R_1^2$. (Наличие коэффициента 2 в (6.72) обусловлено тем, что мощность шумовой выборки зависит от момента дискретизации, тогда как моменты дискретизации полезного и опорного сигналов по условиям задачи совпадают с их максимальными значениями. Если бы моменты дискретизации поступали в произвольные моменты, то вместо 2 была бы 1.)

На рис. 6.21 для различных КУ представлены зависимости $R_{\text{КУ}}^2/R_1^2$ от числа уровней квантования.

В случае бинарного квантования ($l_\Sigma \to 0$) имеем известный результат: $R^2_{\text{КУ}}/R_1^2 = 2/\pi \approx 0{,}637$. С ростом числа уровней квантования помехоустойчивость ЦД растет и приближается к помехоустойчивости АД.

Воздействие синхронной узкополосной помехи. В этом случае рассматривается входной процесс (6.30)

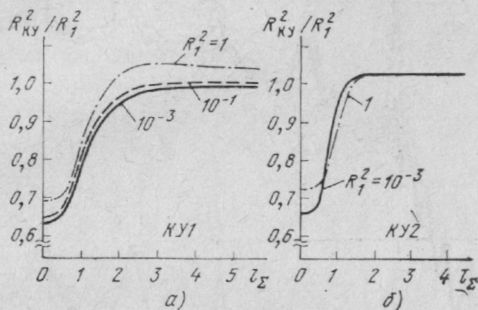


Рис. 6.21

при $N=2$ и $P_{\text{ш}}=0$. Выражения (6.69) приводятся к более простому виду

$$B_{p_2} = \frac{4}{\pi}(-1)^{p_2/2}\frac{1}{2p_2}\sum_{k=0}^{K-1} y_k \times$$

$$\times\left(\sin p_2 \arcsin\frac{A_1 - x_k}{A_2} + \sin p_2 \sin\frac{A_1 + x_k}{A_2}\right);$$

$$D_{p_2} = \frac{4}{\pi}(-1)^{(p_2-1)/2}\frac{1}{p_2}\sum_{k=0}^{K-1} y_k \times$$

$$\times\left(\cos p_2 \arcsin\frac{A_1 - x_k}{A_2} + \cos p_2 \arcsin\frac{A_1 + x_k}{A_2}\right).$$

В результате, считая, что для АД $q_{\text{а}} = 2L^2 (A_1^2/A_2^2)$, определяем потери ЦД в виде

$$\eta = \frac{q_{\text{ц}}}{q_{\text{а}}} = \frac{(A_0/A_1)^2}{L^2 \sum\limits_{\substack{p_2=0\\ p_2 \text{четные}}}^{\infty} B^2_{p_2}/A_2^2 + \sum\limits_{\substack{p_2=1\\ p_2 \text{нечетные}}}^{\infty} D^2_{p_2}/A_2^2}. \qquad (6.74)$$

При увеличении числа уровней квантования вклад интермодуляционных составляющих падает и в пределе

имеем $A_0/A_1 \to 0$, $B_{p_2}/A_2 \to 0$, $D_{p_2}/A_2 \to 1$, а следовательно, и $\eta \to 1$.

На рис. 6.22 представлены зависимости коэффициента потерь η от $l_\Sigma = l_1 + l_2$ при различных базах сигнала и $l_{12}^2 = (A_1/A_2)^2 = 10^{-2}$. Штрихпунктирными линиями

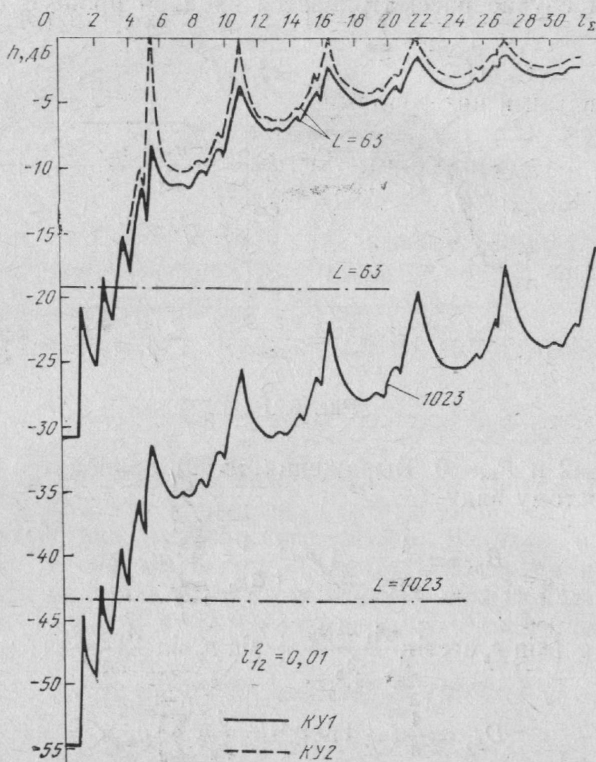


Рис. 6.22

проведены оси (для каждого значения L), относительно которых приведенные кривые являются зависимостями $q_ц$ от l_Σ. Максимальные значения $\eta(q_ц)$ соответствуют точкам l_Σ, в которых $l_1 = k\Delta/2$, где $k = 1, 2, 3, \ldots$, а Δ — шаг квантования. Характерно, что помехоустойчивость ЦД даже при многоуровневом квантовании хуже помехоустойчивости АД. Поэтому, как отмечалось в § 6.3, улучшение помехоустойчивости ЦД при синхронной помехе достигается с использованием как напряжения смещения, так и многоуровневого квантования.

Воздействие суммы узкополосной синхронной помехи и гауссового шума. В этом случае необходимо рассматривать общие выражения (6.68), (6.71). Воспользовавшись разложением функции Бесселя

$$J_p(z)=\left(\frac{z}{2}\right)^p\frac{1}{p!}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\alpha_n(p)\,z^{\gamma_n}\exp\left[-\beta_n(p)\,z^2\right]$$

и табличными интегралами

$$\int_0^{\infty}x^{\mu-1}\sin\gamma x\exp(-\beta x^2)\,dx=\frac{\gamma\exp(+\gamma^2/4\beta)}{2\beta^{(\mu+1)/2}}\times$$

$$\times\Gamma\left(\frac{\mu+1}{2}\right){}_1F_1\left(1-\frac{\mu}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{\gamma^2}{4\beta}\right);$$

$$\int_0^{\infty}x^{\mu-1}\cos\gamma x\exp(-\beta x^2)\,dx=\frac{\Gamma(\mu/2)}{2\beta^{\mu/2}}\,{}_1F_1\left(\frac{\mu}{2},\ \frac{1}{2},\ -\frac{\gamma^2}{4\beta}\right),$$

выражения (6.69) можно привести к виду

$$B_{p_2}=(-1)^{p_2/2}\,\frac{4}{\pi}\,\frac{R_2^{p_2}}{2p_2}\sum_{k=0}^{K-1}y_k\times$$

$$\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\alpha_n(p_2)\,(2R_2)^{\gamma_n}\,\Gamma\left[(p_2+\gamma_n+1)/2\right]}{\left[1+4R_2{}^2\,\beta(p_2)\right]^{(p_2+\gamma_n+1)/2}}\times$$

$$\times\left\{\left(R_1+\frac{z_k}{l_0}\right)\exp\left[-\frac{(R_1+z_k/l_0)^2}{1+4R_2{}^2\beta_n(p_2)}\right]\times\right.$$

$$\times\,{}_1F_1\left[1-\frac{p_2+\gamma_n}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{(R_1+z_k/l_0)^2}{1+4R_2{}^2\beta_n(p_2)}\right]+$$

$$+\left(R_1-\frac{z_k}{l_0}\right)\exp\left[-\frac{(R_1+z_k/l_0)^2}{1+4R_2{}^2\beta_n(p_2)}\right]\times$$

$$\left.\times\,{}_1F_1\left[1-\frac{p_2+\gamma_n}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{(R_1-z_k/l_0)^2}{1+4R_2{}^2\beta_n(p_2)}\right]\right\};\qquad(6.75)$$

$$D_{p_2}=(-1)^{(p_2-1)/2}\,\frac{R_2^{p_2}}{\pi p_2!}\sum_{k=0}^{K-1}y_k\times$$

$$\times\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\alpha_n(p_2)\,(2R_2)^{\gamma_n}}{\left[1+4R_2{}^2\beta_n(p_2)\right]^{(p_2+\gamma_n)/2}}\,\Gamma\left(\frac{p_2+\gamma_n}{2}\right)\times$$

$$\times\left\{{}_1F_1\left[\frac{p_2+\gamma_n}{2},\ \frac{1}{2},\ -\frac{(R_1+z_k/l_0)^2}{1+4R_2^2\beta_n(p_2)}\right]+\right.$$

$$\left.+{}_1F_1\left[\frac{p_2+\gamma_n}{2},\ \frac{1}{2},\ -\frac{R_1-z_k/l_0}{1+4R_2^2\beta_n(p_L)}\right]\right\}. \qquad (6.76)$$

Дальнейшая оценка D_{p_2} и B_{p_2} производилась на ЦЭВМ. Результаты вычислений $\eta=f(l_\Sigma)$ для КУ1 и КУ2

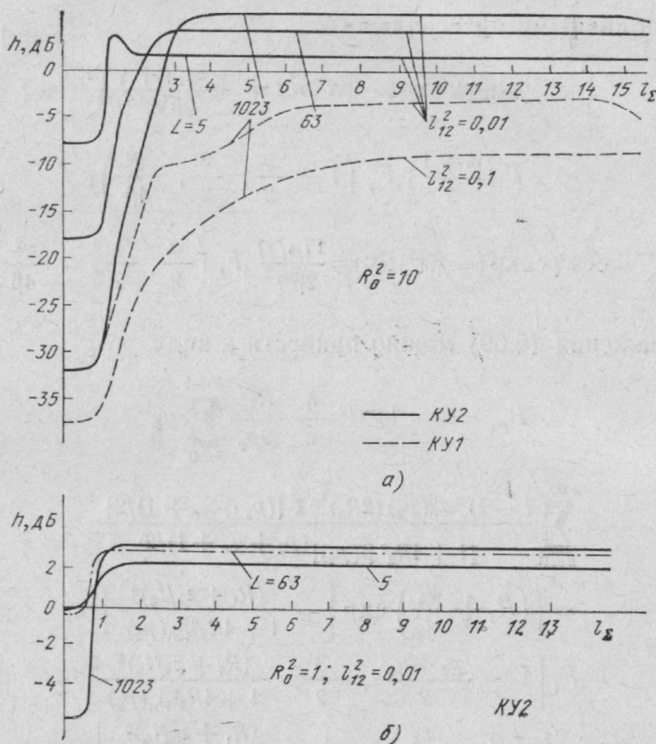


Рис. 6.23

при $M=16$ представлены на рис. 6.23 при различных значениях параметров R_0^2, l_{12}^2 и $L(R_0=R_1+R_2)$. Положительные значения η обусловлены дискретизацией $s_1(t)$ в точках максимума. Из анализа приведенных кривых можно отметить следующее. Наличие шума на входе линеаризует характеристику нелинейности, а при заданных значениях l_{12}^2 и L энергетические потери в ЦД значительно падают с уменьшением R_0^2. Наблюдается сильная зависимость η от базы сигнала. При этом

потери помехоустойчивости наиболее значительны при бинарном квантовании. Отметим также преимущество КУ2 перед КУ1. Действительно, при использовании КУ2 уже при незначительном числе уровней квантования (точнее, при $P_ш/\Delta \geqslant 0{,}5$) достигается максимальное значение η.

Глава 7

ФИЛЬТРАЦИЯ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХАХ

7.1. ПОДАВЛЕНИЕ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХ

Сигналы, у которых вся энергия сосредоточена в узкой полосе частот, много меньшей полосы сложного сигнала, широко распространены на практике. Поэтому задача фильтрации сложных сигналов при одновременном воздействии на приемник группы мощных узкополосных помех, находящихся в спектре сигнала и белого шума, весьма актуальна. Если приемник оптимизирован при учете действия только белого шума, а мощность узкополосных помех на входе приемника доминирует, то степень подавления узкополосных помех определяется приближенно базой сигнала (1.20). Однако более детальное рассмотрение этого вопроса показывает, что при псевдослучайном ФМ сигнале степень подавления помех зависит от расстройки помех относительно центральной частоты сигнала и может отличаться от (1.20). Действительно, в перемножителе коррелятора происходит преобразование узкополосной помехи в ФМ сигнал, имеющий спектр [74, 87]

$$G_с(\omega) = \frac{L+1}{L^2}\left|\frac{\sin(\omega\tau_и/2)}{\omega\tau_и/2}\right| \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq\infty}}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{L\tau_и}\right) + \frac{\delta\omega}{L^2}, \quad (7.1)$$

который является линейчатым с огибающей, пропорциональной $\sin x/x$. В зависимости от расстройки помехи и опорного ФМ сигнала интегратор коррелятора будет выделять различные участки линейчатого спектра помех, уровень которых определяет выражение (7.1). Заметим, что расстояние между отдельными спектральными составляющими псевдослучайного сигнала равно

$2\pi/(L\tau_и)$, а мощность n-й $(n \neq 0)$ и нулевой гармоник спектра соответственно равны

$$G_{cn}^2 = \frac{L+1}{\pi n^2} \sin^2\left(\frac{\pi n}{L}\right); \; G_{c0}^2 = \frac{1}{L\tau_и} \int_0^{L\tau_и} \chi(\tau, 0)\, d\tau = \frac{1}{L^2}.$$

При больших L отношение мощности первой и нулевой гармоник $G_{c1}{}^2/G_{c0}{}^2 \approx L$. Следовательно, если гармони-

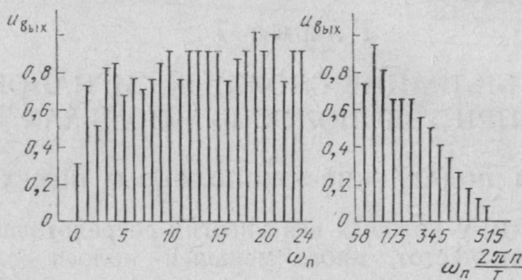


Рис. 7.1

ческая помеха будет совмещена со средней частотой псевдослучайного сигнала (случай синхронной помехи), то выигрыш в помехоустойчивости будет в L раз больше, чем для помехи, расстроенной на $2\pi/(L\tau_и)$, а выходное отношение сигнал-шум будет

$$q = q_{вх} L^2 = q_{вх} (2FT)^2. \tag{7.2}$$

Однако пользоваться (7.2) при оценке действия синхронной помехи нужно весьма осторожно. Дело в том, что АЧХ аналоговых фильтров реальных корреляторов достаточно полога, поэтому, если полоса коррелятора близка $1/T$ (где T — период сигнала), то переход от выделения нулевой гармоники к выделению первой не будет столь контрастным. На уровень выделяемой составляющей сильное влияние окажут соседние более сильные гармоники.

В качестве примера на рис. 7.1 изображены экспериментально снятые зависимости уровня помехи на выходе коррелятора от расстройки гармонической помехи относительно номинальной частоты коррелятора (при различном масштабе по оси частот), когда $s_{оп}(t)$ имеет следующие параметры: $f_T = 15$ кГц, $L = B = 511$. Заметим, что если $(1/f_T)L = L\tau_и = T \approx 1/30$ с, то $\Delta F_ш \approx 1/T = 30$ Гц. Из рис. 7.1 следует, что огибающая спектра

близка огибающей, вытекающей из (7.1). Однако колебания реальной помехоустойчивости при расстройке помехи оказались меньше, чем это следует из (7.2), в частности, $G_{c1}^2/G_{c0}^2 \approx 2{,}3 \ll L$. Таким образом, реальная помехоустойчивость может быть лучшей, чем это следует из (1.20) при расстройках, близких $n/\tau_и$, и худшей при расстройках n/T, где $n=1, 2, 3, \ldots, \ll L$. Поэтому возникает необходимость в изыскании дополнительных методов повышения помехоустойчивости приемников сложных сигналов.

При помехе с произвольным спектром для определения структуры оптимального приемника, обеспечивающего q_{max} на выходе, часто пользуются методом [74] приведения помех с неравномерным спектром $G_п(\omega)$ к помехе с равномерным спектром и плотностью $\nu_п$. Спектр помехи может быть выровнен фильтром, модуль функции передачи которого $|Y_1(j\omega)|=K_1(\omega)$ удовлетворяет условию

$$G_п(\omega) K_1^2(\omega)=\nu_п, \tag{7.3}$$

откуда $K_1^2(\omega)=\nu_п/G_п(\omega)$. Фазовая характеристика этого фильтра может быть любой. Фильтр, обеспечивающий операцию (7.3), называется амплитудно-частотным выравнивателем, просто выравнивателем или обеляющим фильтром.

Сигнал $s'(t)$ на выходе выравнивателя имеет спектр

$$G_c'(\omega)=G_c(j\omega) Y_1(j\omega). \tag{7.4}$$

Таким образом, на выходе выравнивателя помеха получает равномерную спектральную плотность мощности $\nu_п$, а сигнал — спектр $G_c'(\omega)$. Для такого сигнала и помехи с равномерной интенсивностью согласованный фильтр должен иметь передаточную функцию, комплексно-сопряженную со спектром сигнала: $Y'(j\omega)=G_c'(j\omega)$. Следовательно, структура приемника для выделения сигнала на фоне сосредоточенных по спектру помех представляет собой последовательное соединение выравнителя и фильтра, согласованного с параметрами преобразованного выравнивателем сигнала $s'(t)$ (рис. 7.2). Для оптимального приемника отношение сигнал-помеха принимает максимальное значение, равное

$$q_{max}=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{G_c^2(\omega)}{G_п(\omega)}\,d\omega. \tag{7.4а}$$

Такой приемник пропускает элементарный интервал частот с усилением, пропорциональным амплитуде спектральной составляющей сигнала и обратно пропорциональным спектральной интенсивности помехи в этом частотном интервале. Отношение сигнал-помеха (7.4а) на выходе этого фильтра тем выше, чем больше различие в спектрах сигнала и помехи. В общем случае максимумы и минимумы интенсивности в спектре помехи имеют случайное распределение по оси частот. Поэтому

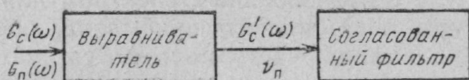


Рис. 7.2

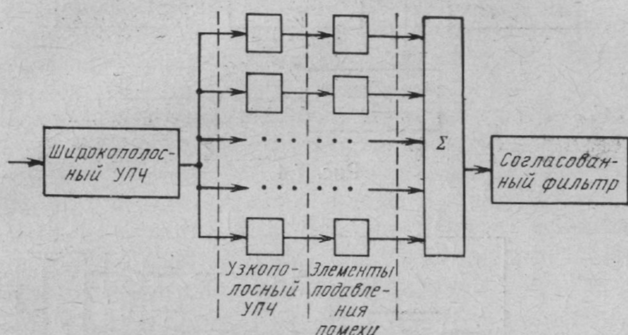
оптимальный выравниватель должен быть устройством с частотной характеристикой, меняющейся во времени. Если представить себе выравниватель в виде набора параллельно включенных узкополосных фильтров с неперекрывающимися частотными характеристиками $K(\omega)=\sum_{i=1}^{n} K_i(\omega) \equiv 1/\sqrt{G_п(\omega)}$, то форма и полоса i-го узкополосного фильтра должна определяться формой сигнала и спектральной плотностью помехи в i-м частотном интервале. Реализация такого оптимального выравнивателя связана с большими трудностями, и поэтому на практике выполняют различные варианты квазиоптимальных выравнивателей.

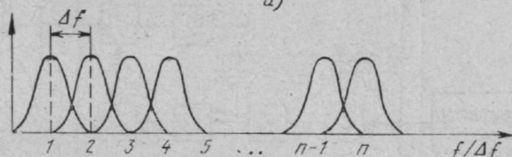
Квазиоптимальный выравниватель для ФМ сигнала. Выравниватель для ФМ сигнала может быть реализован в виде n параллельных каналов с одинаковыми полосами пропускания $\Delta f=F/n$. Схема приемника с таким выравнивателем изображена на рис. 7.3,*а*. На рис. 7.3, *б, в* представлены АЧХ узкополосных УПЧ, определяющих полосу пропускания каждого парциального канала, и суммарная АЧХ фильтра, образуемая всеми каналами. В каждом парциальном канале кроме узкополосных УПЧ включены элементы подавления помехи, представляющие собой нелинейные элементы, работающие либо в режиме ограничения входной смеси, либо в режиме ключа (канал открыт при малых помехах и закрыт при больших помехах) [74].

Квазиоптимальные выравниватели для ДЧМ и ЧФМ сигналов. Выравниватели для ДЧМ и ЧФМ сигналов могут иметь реализацию, отличную от выравнивателей для ФМ сигналов. Так как формирование суммарного спектра ДЧМ и ЧФМ сигналов происходит по-

следовательно в различные моменты времени, то и режекция участков спектра полезного сигнала, пораженных узкополосными помехами, может достигаться соответствующим бланкированием приемников во времени. Общая схема приемника ЧМ или ЧФМ сигналов с выравнивателями представлена на рис. 7.4.

Широкополосный тракт приемника рассчитан на пропускание всего спектра ДЧМ сигнала. Анализатор помех осуществляет по-





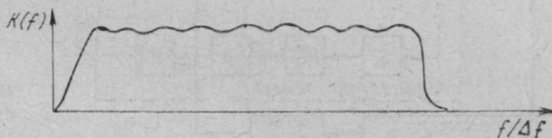


Рис. 7.3

следовательный анализ помеховой обстановки на тех участках спектра, на которых через промежуток времени ΔT появляются составляющие спектра сигнала. Если анализатор помех обнаруживает участки спектра, пораженные сильными помехами, то следует команда на подавитель помех, который бланкирует приемник на время поступления тех частотных составляющих ДЧМ сигнала, которые поражены помехами.

При использовании ЧФМ сигнала возможны другие схемы квазиоптимальных выравнивателей. Действительно, в приемнике ЧФМ сигналов появляется возможность осуществлять анализ помеховой обстановки и режекцию помех на каждом частотном элементе сиг-

нала (полосы $1/\tau_и$) узкополосными фильтрами $[1/(\tau_и M)]$. Схема квазиоптимального выравнивателя для ЧФМ сигнала представлена на рис. 7.5.

Это устройство работает следующим образом. В демодуляторе ЧМ осуществляется снятие частотной манипуляции и фазоманипу-

Рис. 7.4

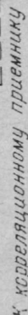


Рис. 7.5

лированный сигнал с его выхода поступает на два блока — анализатор и подавитель помех, состоящие из M каналов. В подавителе помех канал включает узкополосные фильтры-интеграторы (Ф) с полосой $1/(\tau_и M)$, которые в сумме перекрывают полосу $1/\tau_и$, и ключи. Все эти каналы подключены к сумматору. АЧХ узкополосных фильтров и суммарная АЧХ подавителя помех соответствуют рис. 7.3. Характерно, что для ЧФМ сигнала квазиоптимальный выравниватель содержит в L раз меньше узкополосных режекторных фильтров, чем для ФМ сигнала при условии, что эффективные полосы ЧФМ и ФМ сигналов, а также полосы режекторных фильтров одинаковы.

ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ ПОДАВЛЕНИЯ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХ

Будем рассматривать практически важный случай, когда на вход приемника, кроме сигнала мощностью $P_с$, поступает аддитивная смесь гладкого шума и узкополосных помех с мощностями $P_ш$ и $\sum_k P_k$ соответственно. Выигрыш по помехоустойчивости, который достигается при различных способах подавления сосредоточенных помех, будем оценивать относительно приема на согласованный фильтр.

Компенсационный способ. Этот способ заключается в компенсации помехи путем ее сложения на приемной стороне со специально созданным сигналом, который отличается от помехи на входе только фазой на π. (Синтез приемника для ФМ сигнала с компенсацией помех рассмотрен в [74].) Тогда отношение сигнал-помеха на выходе СФ можно оценивать по формуле

$$q = \frac{P_с}{P_ш + \sum_k P_k} 2FT = \frac{P_с}{P_ш(1+\alpha_{сп})} 2FT, \qquad (7.5)$$

где

$$\alpha_{сп} = \sum_k P_k / P_ш = P_{сп}/P_ш, \; P_{сп} = \sum_k P_k \qquad (7.6)$$

— суммарная мощность сосредоточенных (узкополосных) помех.

Если компенсация сосредоточенных по спектру помех осуществлена идеально, то

$$q_{max} \approx (P_с/P_ш)/2FT. \qquad (7.7)$$

Учитывая (7.5) и (7.7), находим выигрыш по помехоустойчивости, обеспечиваемый компенсационным способом

$$Q_k = q_{max}/q = 1 + \alpha_{сп}. \qquad (7.8)$$

Из (7.8) следует, что чем больше отношение $P_с/P_ш$, тем больше выигрыш по помехоустойчивости.

Оптимальный выравниватель. Выражение, определяющее выигрыш по помехоустойчивости СФ с оптимальным выравнивателем, запишем в виде

$$Q_в = \frac{q_{max}}{q} = \frac{\int_0^\infty [G_с^2(\omega)/G_п(\omega)]\, d\omega \int_0^\infty G_п(\omega) G_с^2(\omega)\, d\omega}{\left[\int_0^\infty G_с^2(\omega)\, d\omega\right]^2}. \qquad (7.9)$$

Конкретные результаты из (7.9) могут быть получены при соответствующих аппроксимациях спектров.

Будем считать, что k-я сосредоточенная помеха равномерно распределена в области частот $2\pi f_k$ со спектральной плотностью мощности $N_k'=P_k/(2\pi f_k)=N_k/2\pi$. В этой же области частот имеется ограниченный по полосе шум со спектральной плотностью мощности N_0.

Обозначим область частот, где имеется сосредоточенная помеха и шум W_k, а область частот, где действует только шум, $W_0=2\pi F-W_k$. Тогда из (7.9) для помех с одинаковой спектральной плотностью окончательно получим [74]

$$q_{\max}=\frac{2F}{N_0}\left(1-\frac{\alpha_{сп}\beta_с}{\alpha_{сп}+\beta_с}\right)=\frac{P_с}{P_ш}2FT\left(1-\frac{\alpha_{сп}\beta_с}{\alpha_{сп}+\beta_с}\right), \tag{7.10}$$

где $\beta_с=\sum_k \Delta f_k/F=\Delta F/F$.

Выигрыш по помехоустойчивости, даваемый фильтром с оптимальным выравнивателем, будет равен

$$Q_в=(1+\alpha_{сп})\left(1-\frac{\alpha_{сп}\beta_с}{\alpha_{сп}+\beta_с}\right). \tag{7.11}$$

Режекция участка спектра. При полной режекции участка спектра, пораженного помехой, отношение сигнал-помеха может быть получено из (7.10) при $N_k\gg N_0$:

$$q_{\max}=(P_с/P_ш)\cdot 2FT(1-\beta_с). \tag{7.12}$$

Выигрыш по помехоустойчивости, даваемый фильтром с режекцией пораженных участков спектра, равен

$$Q_р=(1+\alpha_{сп})(1-\beta_с). \tag{7.13}$$

Из (7.13) следует, что выигрыш при режекции участков спектра линейно убывает с расширением полосы сосредоточенной помехи и при $\beta_с=\Delta F/F\to 1$ равен нулю. Из сравнения (7.13) с (7.11) видно, что способ подавления помех с режекцией участка спектра незначительно уступает по помехоустойчивости оптимальному выравнивателю.

7.2. ВЫБОР ПОРОГА РЕЖЕКЦИИ ПРИ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХАХ

Эффективность квазиоптимальных выравнивателей во многом определяется оптимальностью пороговых уровней режекции. Проводя оптимизацию пороговых

уровней режекций, положим, что на вход приемника поступает аддитивная смесь сигнала, узкополосных помех и шума, а каждый парциальный канал (режекторный фильтр) с полосой $2F/L$ имеет АЧХ прямоугольной формы [67].

Оптимизацию порога режекции, превышение которого помехой приводит к отключению соответствующих парциальных каналов, проведем по критерию, обеспечивающему максимум отношения сигнал-шум на выходе коррелятора. Отметим, что в перемножителе коррелятора происходят свертка (сжатие по спектру) сигнала и декорреляция узкополосной помехи. На рис. 7.6,*а* показаны огибающие спектра сигнала и помех на входе перемножителя, а на рис. 7.6,*б* — на его выходе. Спектр сигнала разбит на L одинаковых участков, соответствующих парциальным каналам. При этом, если участки спектра сигнала пронумерованы слева направо, то участки спектра декоррелированной помехи должны быть пронумерованы справа налево. Из рисунка следует, что если узкополосная помеха находится в k-м участке спектра сигнала (рис. 7.6,*а*), то середина спектра сжатого сигнала придется на k-й участок декоррелированной помехи (рис. 7.6,*б*). Тогда относительная мощность помехи, приходящая на парциальный участок спектра $\Delta f_к$ сжатого сигнала, составит

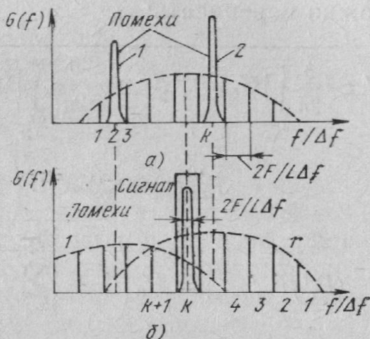


Рис. 7.6

$$\alpha_k = \int\limits_{\Delta f_k} |G_п(x)|^2\,dx \Big/ \int\limits_{2F} |G_п(x)|^2\,dx, \qquad (7.14)$$

где $|G_п(x)|^2$ — огибающая спектра декоррелированной помехи, совпадающая по форме с огибающей спектра сигнала.

Общие зависимости, характеризующие напряжение сигнала, мощность флуктуационных шумов, а также отношение сигнал-шум на выходе коррелятора, можно представить соответственно в виде

$$u_с = (b/2\pi) \int\limits_{2F} |G_с(\omega)|^2\,d\omega = 2bE;$$

$$P_{\text{ш вых}} = (b^2/2\pi) \int\limits_{2F} N_0 \mid G_c(\omega) \mid^2 d\omega = 2N_0 b^2 E;$$

$$(P_c/P_{\text{ш}})_{\text{вых}} = 4b^2 E^2/(2b^2 N_0 E),$$

где b — коэффициент пропорциональности.

При условии, что производится режекция M участков спектра, пораженных помехами, эти соотношения можно переписать:

$$u_c' = \frac{b}{2\pi} \int\limits_{2F} |G_c(\omega)|^2 d\omega - \frac{b}{2\pi} \int\limits_{2f_p} |G_c(\omega)|^2 d\omega = 2bE\left(1 - \sum_{k=1}^{M} a_k\right);$$

$$P'_{\text{ш вых}} = 2b^2 N_0 E \left(1 - \sum_{k=1}^{M} a_k\right);$$

$$(P_c'/P_{\text{ш}}')_{\text{вых}} = P_c \left(1 - \sum_{k=1}^{M} \alpha_k\right)^2 \Bigg/ P_{\text{ш вых}} \left(1 - \sum_{k=1}^{M} \alpha_k\right).$$

Для оценки порогового уровня режекции рассмотрим общий случай, когда из N узкополосных помех на входе приемника M помех превышает пороговый уровень, Q помех равны пороговым уровням, а остальные $N-M-Q$ не достигают пороговых уровней. В этом случае отношения сигнал-помеха на выходе приемника при режекции всех $M+Q$ помех и при режекции $M+Q-1$ помех одинаковы. Представим эти отношения в виде

$$\frac{P_c\left(1 - \sum\limits_{k=1}^{M+Q} \alpha_k\right)^2}{\gamma \frac{P_{\text{ш}}}{L}\left(1 - \sum\limits_{k=1}^{M+Q} \alpha_k\right) + \sum\limits_{k=1}^{N-M} \alpha_k \gamma P_{\text{п}\,k}} =$$

$$= \frac{P_c\left(1 - \sum\limits_{k=1}^{M+Q} \alpha_k + \alpha_i\right)^2}{\gamma \frac{P_{\text{ш}}}{L}\left(1 - \sum\limits_{k=1}^{M+Q} \alpha_k\right) + \sum\limits_{k=1}^{N-M-Q} \alpha_k \gamma P_{\text{п}\,k} + \gamma \alpha_i \left(\frac{P_{\text{ш}}}{L} + P_{\text{п}\,i}\right)}, \quad (7.15)$$

где $\gamma = \Delta FL/2F$ — отношение шумовой полосы коррелятора к полосе парциального канала $2F/L$; $P_{\text{п}k}$, $P_{\text{п}i}$ — мощности узкополосных помех. При выводе (7.15) считалось, что в пределах каждого участка $\Delta f_k = 2F/L$

спектры декоррелированных узкополосных помех равномерны. Обозначим

$$P_{\text{шэ}}=\frac{P_{\text{ш}}}{L}+\left(1-\sum_{k=1}^{M+Q}\alpha_k\right)^{-1}\sum_{m=1}^{N-M-Q}\alpha_m P_{\text{п}\,m}. \qquad (7.16)$$

Тогда (7.15) с учетом (7.16) преобразуется к виду $2+\alpha_i R'=R_{\text{п}i}$, где

$$R_{\text{п}i}=(P_{\text{п}i}+P_{\text{ш}}/L)\,P_{\text{шэ}}^{-1} \qquad (7.17)$$

— относительный пороговый уровень, и

$$R'=\left(1+\sum_{k=1}^{M+Q}\alpha_k\right)^{-1}. \qquad (7.18)$$

Из (7.17) следует, что относительный пороговый уровень определяется количеством помех, абсолютные значения которых равны или больше порогового уровня, а также их взаимным расположением по отношению к спектру сигнала; для всех $k\in M+Q$ относительный порог различен. При равномерном спектре сигнала $\alpha_k=1/L$ относительный пороговый уровень зависит только от количества помех. В качестве примера в табл. 7.1 приведены значения коэффициентов α_k для ФМ сигнала с $L=13$, имеющего огибающую спектра $\sin x/x$.

Таблица 7.1

α_i	α_1, α_{13}	α_2, α_{12}	α_3, α_{11}	α_4, α_{10}	α_5, α_9	α_6, α_8	α_7
R_i	0,0002	0,013	0,040	0,080	0,120	0,160	0,170

На рис. 7.7 даны графики относительных пороговых уровней для сигнала с равномерной огибающей спектра и с огибающей спектра $\sin x/x$, полученные в зависимости от числа парциальных каналов M, пораженных узкополосными помехами. При расчете R_i считалось, что помехи по мере увеличения их числа поражают парциальные каналы дискретно и симметрично от центра спектра сигнала. Например, $M=1$ соответствует поражению центрального 7-го канала; $M=2$ поражению 7-го и 8-го каналов и т. д. Из рисунка следует, что форма спектра и количество узкополосных помех оказывают существенное влияние на относительный уровень режекции. Определенный интерес представляет оценка абсолютного порогового уровня режекции.

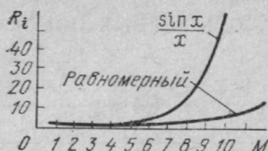


Рис. 7.7

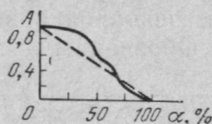


Рис. 7.8

Обозначив $P_{\text{п}ai}=P_{\text{п}i}+P_{\text{ш}}/L$, из (7.17) получим: $P_{\text{п}ai}=P_{\text{п}i}P_{\text{шэ}}$, где $P_{\text{шэ}}$ определяется из (7.16). Выразим абсолютное значение порогового напряжения через мощность помех на выходе режектора. Тогда

$$P_{\text{п}\,ai}\approx\frac{2+\alpha_i R_0}{L-M-Q}P_{\text{шр}},$$

где $P_{\text{шр}}=\frac{P_{\text{ш}}}{L}(L-M-Q)+\sum\limits_{k}^{L-M-Q}P_{\text{п}\,k}$.

Когда помехи отсутствуют, $M=Q=0$ и

$$P_{\text{п}ai}=(2+\alpha_i R')\,(P_{\text{ш}}/L)=R_{\text{п}i}(P_{\text{ш}}/L).$$

Таким образом, абсолютный порог режекции зависит от относительного порога, мощности шумовой помехи, общего числа каналов и числа каналов, пораженных помехами.

7.3. ОЦЕНКА ДЕФОРМАЦИИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ В КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ ВЫРАВНИВАТЕЛЯХ

Режекция участков спектра вызывает искажение формы принимаемого сигнала, что, естественно, приводит к изменению его свойств и снижению помехоустойчивости приемников к другим видам помех. Ухудшение параметров принимаемого сигнала можно оценивать по деформации корреляционной функции (КФ) искаженного сигнала. Так, степень деформации КФ (искажение основного лепестка, увеличение боковых выбросов) оказывает существенное влияние на работу системы поиска и формирование характеристики дискриминатора ССЗ при корреляционном приеме. Для оценки степени деформации КФ в [68] для ФМ и ДЧМ сигналов получены выражения для функции неопределенности (ФН), определенные через спектры рассматриваемых сигналов. Такой подход позволил оценивать на ЦЭВМ результат режекции отдельных участков спектра сигнала.

Для ФМ сигнала ФН может быть представлена в виде

$$\chi(\varepsilon, k) = \frac{1}{L^2} \sum_{m=-L}^{L} K(m) \left\{ \sum_{n=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} a_n \exp(-j\, 2\pi m n) \times \right.$$

$$\times \sum_{l=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} a_l \exp\left[\frac{2\pi (m+k)\, l}{L}\right] \frac{\sin[\pi (m+k)/L]}{\pi (m+k)/L} \times$$

$$\left. \times \frac{\sin(\pi m/L)}{\pi m/L} \exp\left(\frac{j\, 2\pi m \varepsilon}{L}\right) \right\}, \qquad (7.19)$$

где $\varepsilon=\tau/\tau_и$; $k=\Omega/\omega_m$, $K(m)$ — передаточная функция подавителя (режектора).

Для ДЧМ сигнала после режекции участков спектра получим формулу для ФН в пределах главного лепестка

$$\chi(\varepsilon, k) = \frac{1}{L^2} \sum_{m=-(L^2-1)/2}^{(L^2-1)/2} K(m) \left[\sum_{n=-(L-1)/2}^{(L-1)2} \exp\left\{ j\, 2\pi n \left[\frac{m}{L} + f_1(n)\right]\right\} \times \right.$$

$$\times \frac{\sin \pi \left[\frac{m}{L} - f_1(n)\right]}{\pi \left[\frac{m}{L} - f_1(n)\right]} \sum_{i=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} \exp\left\{ j\, 2\pi i \left[\frac{m}{L} + \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + f_1(i)\right]\right\} \frac{\sin \pi \left[\frac{m}{L} + \frac{k}{L} - f_1(i)\right]}{\pi \left[\frac{m}{L} + \frac{k}{L} - f_1(i)\right]} \exp\left(j\, \frac{2\pi}{L} m\varepsilon\right)\right], \qquad (7.20)$$

где $f_1(i) = g(i) - 1$, $g(i) = 1, 2, \ldots, L$.

По формулам (7.19) и (7.20) на ЦЭВМ был произведен расчет. На рис. 7.8 представлены зависимости амплитуды A основного пика КФ от относительной ширины режектируемого участка $\alpha = \Delta\omega/\omega$. Здесь и в дальнейшем непрерывная линия относится к ФМ сигналу, а штриховая — к ДЧМ сигналу. На рис. 7.9 представлены графики, характеризующие зависимость нормированной величины бокового выброса ($Б$) АКФ от положения режектируемого участка спектра сигнала $l=\omega_{рс}/\omega$ относительно центральной частоты спектра сигнала, а также от ширины этого участка $\Delta\omega/\omega$. Из рис. 7.8 и 7.9 следует, что режекция части спектра сигнала вызывает деформацию основного пика КФ (уменьшение амплитуды, пропорциональное энергии режектируемого участка, и некоторое его расширение, особенно при режекции составляющих спектра с краев). Боковые лепестки КФ при режекции увеличиваются, причем для ФМ сигналов степень их изменения зависит и от положения режектируемого участка (из-за неравномерности спектра сигнала). Деформация КФ приводит к изменению дискриминационной характеристики ССЗ. На рис. 7.10 представлены зависимости, характеризующие изменение крутизны дискриминационной характеристики ФМ и ДЧМ сигнала от ширины режектируемого участка для коге-

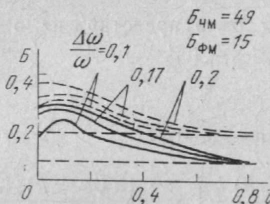


Рис. 7.9

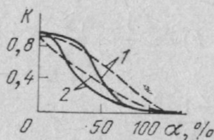


Рис. 7.10

рентного (*1*) и некогерентного (*2*) дискриминаторов. Для ФМ сигнала расстройка между каналами дискриминатора выбрана $\delta=2\tau_и$. При ширине режектируемого участка вблизи 70% крутизна характеристики приближается к нулю. Для ФМ и ДЧМ сигналов когерентные дискриминаторы обеспечивают большую крутизну дискриминационной характеристики. Для ФМ сигнала при расстройке $\delta=2\tau_и$ и при режекции участков спектра возможно появление участков дискриминационной характеристики с обратной крутизной, что может привести к колебательному режиму систем слежения.

7.4. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА АВТОКОМПЕНСАЦИОННЫХ СПОСОБОВ ПОДАВЛЕНИЯ УЗКОПОЛОСНОЙ ПОМЕХИ

Рассмотрим перспективный способ подавления помех, основанный на весовой обработке входного процесса, состоящего из полезного ФМ сигнала $s(t)$, флуктуационного шума $n(t)$ и мощных узкополосных помех $p(t)$. Этот способ используется в дискретной технике и хорошо реализуется в цифровых приемниках. Идея способа весовой обработки основана на том, что интервал корреляции полезного сигнала (а также ограниченного в полосе сигнала гладкого шума) много меньше интервала корреляции узкополосных помех. Поэтому легко подобрать частоту отсчетов f_s входного процесса, при которой выборки сигнала будут не коррелированы, а выборки помех — коррелированы. Это и позволяет при обработке отсчетов предсказать последующие значения помех, а точнее предсказать параметры (весовую функцию) программируемого трансверсального фильтра ПТФ, вырабатывающего эти помехи. В дальнейшем производится вычитание из выходного процесса предсказанного значения помех. Этот метод включает два этапа — оценку помех с вычислением коэффициентов ПТФ и собственно компенсацию. Адаптивный приемник (компенсатор), реализующий этот метод, включает ПТФ и микро-ЭВМ (рис. 7.11) [78]. Подавление узкополосных

помех обеспечивается соответствующей автоматической подстройкой весовых коэффициентов $a(i, k)$ с помощью микро-ЭВМ. В результате на выходе сумматора ПТФ образуется процесс $y^*(k)=p^*(k)$, характеризующий предсказанное значение помех. Действительно, если процесс на входе приемника представить в виде $y(k)=$

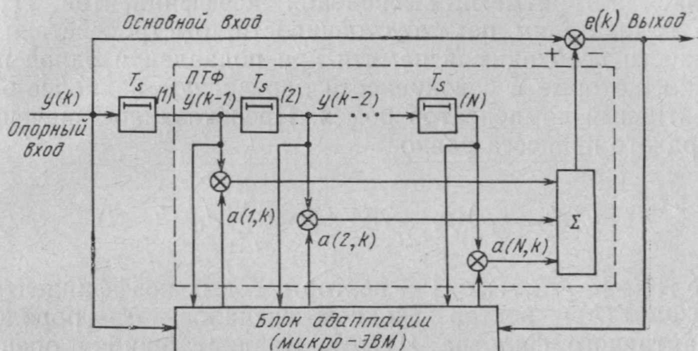


Рис. 7.11

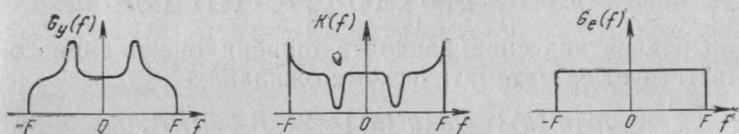


Рис. 7.12

$=s(k)+n(k)+p(k)$, где $s(k)$, $n(k)$, $p(k)$ — отсчеты полезного ФМ сигнала, шума и узкополосных помех $\left[p(k)=\sum_r A_r \cos(2\pi f_r k T_s + \varphi_r)\right]$, то на выходе компенсатора получим сигнал ошибки $e(k)=s(k)+n(k)+p(k)-$ $-p^*(k)$. При большой точности оценки помех рассматриваемый способ обеспечивает их подавление. Идея компенсации в спектральной области поясняется на рис. 7.12, где показан спектр входного процесса $G_y(f)$, АЧХ программируемого трансверсального фильтра $K(f)$ и сглаженный спектр сигнала ошибки $G_e(f)$. Характеристики компенсатора помех определяются выбранным алгоритмом адаптации вектора весовых коэффициентов ПТФ и существенно зависят от практической (неидеальной) его алгоритмической реализации на конкрет-

ной микро-ЭВМ. Наиболее эффективным считается тот алгоритм [63], который позволяет за минимальное время получить оптимальное (по выбранному критерию качества) значение вектора параметров ПТФ с заданной точностью. Проведем сравнение основных характеристик реальных адаптивных компенсаторов, отличающихся алгоритмами вычисления коэффициентов ПТФ по показателям помехоустойчивости, быстродействия и емкости необходимой памяти при подавлении одной помехи, которые в совокупности определяют наиболее эффективный компенсатор помех. Предсказанное значение входного процесса равно

$$y^*(k) \approx p^*(k) = A^{\text{т}} Y(k) = \sum_{i=1}^{N} a_i y(k-i),$$

где $A^{\text{т}} = [a_1, a_2, \ldots, a_N]$ — вектор весовых коэффициентов ПТФ; $Y(k)$ — вектор входных сигналов; N — порядок адаптивного фильтра (ПТФ). Квадрат ошибки оценивания помехи

$$e_k^2 = y^2(k) - 2y(k) Y^{\text{т}}(k) A + A^{\text{т}} Y(k) Y^{\text{т}}(k) A.$$

Среднее значение квадрата ошибки оценивания соответствует ее математическому ожиданию

$$M[e^2(k)] = M[y^2(k)] - 2P^{\text{т}}A + A^{\text{т}}RA,$$

где $P = M[y(k)y(k-1), \ldots, y(k)y(k-N)]$ — вектор ковариации между входным сигналом и сигналами с выходов линий задержки ПТФ;

$$R = \begin{bmatrix} y(k-1)\,y(k-1) \ldots y(k-1)\,y(k-N) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y(k-N)\,y(k-1) \ldots y(k-N)\,y(k-N) \end{bmatrix}$$

— ковариационная матрица входных сигналов.

Оптимальное (винеровское) значение вектора весовых коэффициентов определяется формулой [1] $A^* = R^{-1}P$, а минимальное значение среднего квадрата ошибки оценивания равно $\xi_{\min} = M[y^2(k)] - A^{*\text{т}}P$. При этом предполагается, что математическое ожидание квадрата ошибки оценивания (ковариационный момент) определяется по бесконечному числу реализаций ($k \to \infty$). В [78] определено

$$\xi_{\min}=(P_{ш}+P_{с})(1+2K_0^{*2}/N)+$$
$$+(A_{п}^2/2)(1-K_0^*)^2, \qquad (7.21)$$

где $K_0^*=\frac{N}{2}g_0\Big/\left(1+\frac{N}{2}g_0\right)$, $g_0=A_{п}^2/2(P_{ш}+P_{с})$.

При этом оптимальное значение вектора весовых коэффициентов равно $A^{*т}=(2/N)K_0^*[\cos\omega_0T_s, \cos 2\omega_0T_s, \ldots, \cos N\omega_0T_s]$, а выигрыш в помехоустойчивости определяется из (7.21):

$$Q_a=\frac{q}{q_{вх}}=\frac{\left[1+\frac{2}{N}\left(\frac{Ng_0/2}{1+Ng_0/2}\right)^2\right]\left(\frac{A_{п}^2}{2}+P_{ш}\right)}{\left(1-\frac{Ng_0/2}{1+Ng_0/2}\right)^2\frac{A_{п}^2}{2}+P_{ш}\left[1+\frac{2}{N}\left(\frac{Ng_0/2}{1+Ng_0/2}\right)^2\right]}, \qquad (7.22)$$

где $q_{вх}=P_{с}/(A_{п}^2/2+P_{ш})$.

К практически используемым алгоритмам адаптации вектора весовых коэффициентов ПТФ относятся: ковариационный [1], Левинсона [31], Уидроу [78, 53], Калмана [22]. Особенностью этих алгоритмов является то, что они реализуются при конечном объеме обучающей выборки (M). Поэтому выигрыш в помехоустойчивости отличается от оптимального (винеровского) значения (7.22) из-за погрешности адаптации. Погрешность адаптации может характеризоваться величиной $m=N/M$, показывающей, во сколько раз увеличивается установившееся значение мощности ошибки оценивания узкополосной помехи или уменьшается выигрыш в помехоустойчивости по сравнению с оптимальным значением. Потенциальная погрешность рассматриваемых алгоритмов при $m<0{,}25$ и заданных значениях N и M примерно одинакова, так как корреляционная матрица входного процесса имеет одно собственное число при равенстве собственных чисел корреляционной матрицы [53]. Реальную погрешность адаптации и реальный выигрыш в помехоустойчивости можно оценить, моделируя алгоритмы на микро-ЭВМ. Вычислительные затраты (табл. 7.2) можно определить по таким показателям, как время обработки заданного числа отсчетов (быстродействие) и общая емкость памяти, занимаемая переменными.

Результаты моделирования адаптивных алгоритмов. Зависимости реального выигрыша в помехоустойчивости Q_p в стационарном состоянии для рассматриваемых ал-

Таблица 7.2

№ п/п	Тип алгоритма	Число операций: умножение и деление	Число операций: сложение и вычитание	Емкость памяти
1	Ковариационный	$M(N^2+N)+0{,}5N^3+N^2+3N$	$M(N^2+N)+0{,}5N^3+N$	$2N^2+3N+M+1$
2	Левинсона	$2MN+M+\sum_{i=1}^{N}[2(i-1)+3+i]$	$MN+M+\sum_{i=1}^{N}[2(i-1)+3+i]$	$2M+2N+3$
3	Уидроу	$(3N+M)M$	$(3N+1)M$	$2N+4$
4	Калмана	$[N(2N^2+N+1)+2N^2+2N]M$	$(3N^2+3N+2)M$	$3N^2+6N+3$

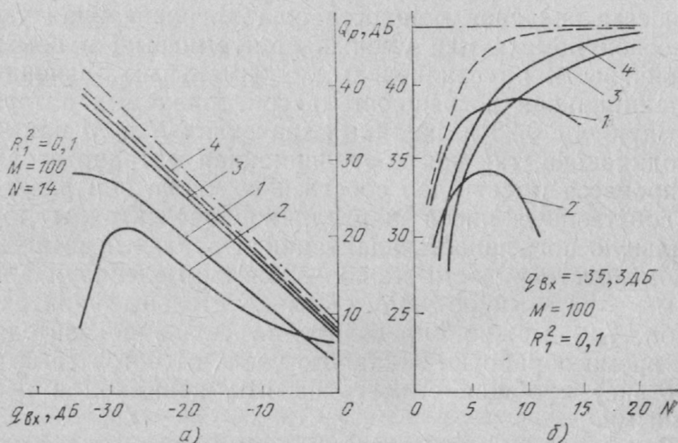


Рис. 7.13

горитмов приведены на рис. 7.13,*а* (штриховой линией на рис. 7.13 показаны зависимости для оптимального (винеровского) компенсатора, а штрихпунктирной — для идеального компенсатора, даваемого формулой (7.22) при $R_1^2=2P_с/P_ш$. Для алгоритмов 1 и 2 реальный выигрыш при $q_{вх}<-20$ дБ хуже оптимального из-за накопления ошибок при вычислении прямой и обратной корреляционной матриц на типовой 16-разрядной

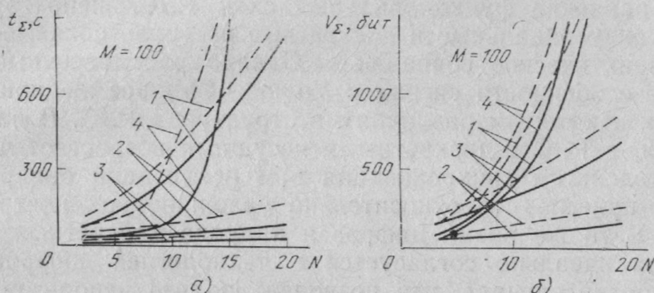


Рис. 7.14

микро-ЭВМ, работающей с числами в формате с плавающей запятой. Реальный выигрыш оценивался по формуле

$$Q_p=\left(\frac{A^2}{2}+P_ш\right)\Big/\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}[s(k)-e(k)].$$

На рис. 7.13,*б* приведены зависимости реального выигрыша для тех же алгоритмов в зависимости от порядка компенсатора N. Анализ зависимостей на рис. 7.13 показывает, что алгоритмы 3 и 4 обеспечивают большую помехоустойчивость, приближающуюся к выигрышу, даваемому идеальным компенсатором. На рис. 7.14,*а* приведены зависимости общего времени обработки заданного числа отсчетов, а на рис. 7.14,*б* — зависимости общей емкости памяти от порядка компенсатора; штриховой линией показаны экспериментально снятые зависимости. Из приведенных зависимостей следует, что алгоритм адаптации 3 требует наименьшей емкости памяти и обладает наибольшим быстродействием.

Глава 8

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ОПТИМАЛЬНЫХ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ ПРИЕМНИКОВ СИГНАЛОВ УОЛША

8.1. ОСОБЕННОСТИ ПОИСКА, ОБНАРУЖЕНИЯ И ПРИЕМА СИГНАЛОВ УОЛША

Сравнение функциональных схем РЭС, использующих синусоидальные и дискретные несущие, показывает их практическое совпадение. Однако рассмотренные в § 2.6 особенности сигналов Уолша (СУ) все же приводят к некоторым различиям в структурах РЭС. В частности, в РЭС с дискретными несущими возрастает число подсистем синхронизации при реализации синхронного приема, что относительно усложняет их построение. В то же время цифровая природа дискретных несущих идеально согласуется с технологией цифровой обработки сигнала, что позволяет полнее использовать цифровую технику. Следует отметить, что принципиальное отличие заключается не столько в количестве функциональных элементов, сколько в их качестве, т. е. в их схемном построении. Действительно, усилитель мощности передающего устройства СУ может состоять лишь из переключателя, коммутирующего источник постоянного тока, а в приемнике усилительные элементы состоят из цифровых устройств, реализующих алгоритмы преобразования Уолша — Фурье [84, 85]. Естественно, облегчается обработка дискретных несущих в антенном устройстве. Далее, не останавливаясь подробно на схемных решениях, основное внимание уделим исследованию помехоустойчивости приемников СУ.

При оценке помехоустойчивости приема сигналов весьма полезным результатом является выражение для потенциальной погрешности измерения его параметров. Оценим эту погрешность при измерении временно́го положения τ, временно́й базы T_w и частоты f_w дискретной несущей Уолша при условии, что один из параметров измеряется, а другие — известны. Такая задача, в частности, возникает при анализе потенциальных характеристик РЭС, использующих один информационный параметр сигнала [82].

Так как нижняя граница дисперсии любой несмещенной точечной оценки определяется неравенством Рао —

Крамера [48, 82], то воспользуемся одной из модификаций этого неравенства, справедливой для большого отношения сигнал-шум на входе приемника [74, 82]:

$$\sigma_\mu^2 \geqslant \left\{ \frac{2}{N_0} \int_0^{T_н} \left[\frac{\partial\, \mathrm{Sw}_n(T_w,\ \tau,\ t)}{\partial \mu} \right]^2 dt \right\}^{-1}, \qquad (8.1)$$

где $T_н$ — время наблюдения; μ — информативный параметр (τ, T_w или f_w).

Для дальнейших расчетов необходимо, чтобы сигнал Уолша в антенне был представлен аналитической функцией времени. В работах [84, 85] СУ аппроксимируется последовательностью трапецеидеальных импульсов с временем переключения $\tau_ф$. Однако более «технически реализуемым» является представление процесса переключения нелинейной аналитической функцией, например тригонометрической. Тогда получим на одном периоде

$$\mathrm{Swu}_n(t) = A_{c_1} \sum_{k=1}^{2^{m-1}-1} \mathrm{Wal}_l \left(\frac{T_w,\ k}{2^{m-1}} \right) \beta_n \left(\tau_ф,\ t - \frac{2kT_w}{L_w} \right), \qquad (8.2)$$

где $\beta_n(t)$ — биимпульсная функция, определяемая следующим выражением:

$$\beta_n(t) = \begin{cases} 1/2 \left(\sin \frac{\pi}{\tau_ф} t + 1 \right), & -\frac{\tau_ф}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\tau_ф}{2}, \\ 1, & \frac{\tau_ф}{2} < t \leqslant t_и - \frac{\tau_ф}{2}, \\ -\sin \frac{\pi}{\tau_ф} t, & \tau_и - \frac{\tau_ф}{2} \leqslant t \leqslant \tau_и + \frac{\tau_ф}{2}, \\ 1, & \tau_и - \frac{\tau_ф}{2} \leqslant t \leqslant 2\tau_и - \frac{\tau_ф}{2}, \\ 1/2 \left(\sin \frac{\pi}{\tau_ф} t - 1 \right), & 2\tau_и - \frac{\tau_ф}{2} \leqslant t \leqslant 2\tau_и + \frac{\tau_ф}{2}, \\ 0, & t > 2\tau_к + \frac{\tau_ф}{2}; \end{cases}$$

$$l = (2^m - 1) \otimes n; \quad \tau_и = T_w / L_w.$$

На рис. 8.1,*а* приведена зависимость $\beta_n(t)$. Так как сигнал на входе приемного устройства в дальней зоне пропорционален первой производной по времени от

сигнала в передающей антенне, то получим из (8.2)

$$\mathrm{Swi}_n(t) = A_{c2} \sum_{k=1}^{2^{m-1}-1} \mathrm{Wal}_l\left(\frac{T_w,\ k}{2^{m-1}}\right) \gamma_n\left(\tau_ф,\ t - \frac{2kT_w}{L_w}\right), \quad (8.3)$$

где $\gamma_n(t) = \partial\beta_n(t)/\partial t$. Вид функции $\gamma_n(t)$ показан на рис. 8.1,*б*.

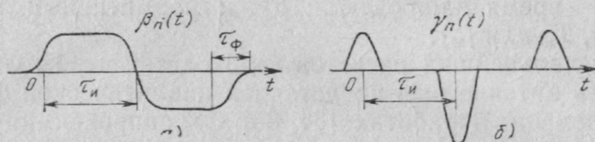


Рис. 8.1

Проводя расчет по формуле (8.1) с учетом выражений (8.2) и (8.3), находим нижнюю границу погрешности оценки временно́го положения СУ

$$\sigma_\tau^2 \geqslant \tau_ф^2/\pi^2 q, \quad (8.4)$$

где $q = 2A_{c2}^2 \tau_ф f_w T_н/N_0$ — отношение энергии сигнала на входе приемного устройства к спектральной плотности шума.

Выполним подобные вычисления для погрешности измерения временно́й базы T_w. Из выражения (8.3) следует, что $dT_w = (Lw/\Delta)\,d\tau_ф$, где $\Delta = \tau_ф/\tau_и$ — коэффициент прямоугольности. В результате расчетов по формуле (8.1) получим

$$\sigma_{T_w}^2 \geqslant \left\{\frac{2}{N_0} A_{c2}^2 \frac{\Delta^2}{L_w^2} \sum_{i=0}^{]2f_w T_н[-1} \frac{\pi^2 t_i^2}{2\tau_ф^3} + \frac{1}{4\tau_ф}\left(1 + \frac{\pi^2}{6}\right)\right\}^{-1}. \quad (8.5)$$

Анализ (8.5) показывает, что на дисперсию измерения временно́й базы $\sigma_{T_w}^2$ влияют два процесса, происходящих при изменении параметра T_w: сдвиг одиночных импульсов по времени (первое слагаемое знаменателя выражения (8.5)) и изменения их длительности (второе слагаемое).

Налагая естественное для сигналов Уолша ограничение $2f_w T_н \gg 1$ и учитывая выражение (8.4), находим

$$\sigma_{T_w}^2 \geqslant \frac{2\tau_ф^2 f_w T_w^2 T_н}{\pi^2 q} \left(\sum_{i=0}^{]2f_w T_н[-1} t_i^2\right)^{-1} \approx \frac{3\tau_ф^2 T_w^2}{\pi^2 q T_н^2}. \quad (8.6)$$

Далее аналогично, учитывая соотношение между частотой и периодом СУ, получаем нижнюю границу дисперсии оценки частоты

$$\sigma^2_{f_w} \geqslant 3\tau_\text{ф}^2 f_w^2/(\pi^2 q T_\text{н}^2). \qquad (8.7)$$

Как следует из выражения (8.4)—(8.7), при постоянном q точность определения временного положения, частоты и временно́й базы сигналов Уолша обратно пропорциональна времени переключения сигнала и, кроме того, точность определения временно́й базы и частоты пропорциональна времени наблюдения.

Сравним потенциальную точность измерения параметров несущих СУ и гармонических несущих. Пусть гармонический сигнал в передающей антенне описывается следующим выражением: $s(t) = A_s \cos(2\pi/T_s)t$. Тогда в соответствии с выражениями (8.1) находим нижние границы дисперсий измерений временно́го положения, периода и частоты сигнала оптимальным приемником:

$$\sigma^2_{\tau_s} \geqslant \frac{T_s^2}{4\pi^2 q_s}; \quad \sigma^2_{T_s} \geqslant \frac{3T_s^4}{4\pi^2 q_s T_\text{н}^2}; \quad \sigma^2_{f_s} \geqslant \frac{3}{4\pi^2 q_s T_\text{н}^2}, \qquad (8.8)$$

где q_s — отношение энергии гармонического сигнала к спектральной плотности шума.

Мощности, излучаемые в дальнюю зону диполем Герца, который питается током в виде СУ или гармонического сигнала, соответственно равны

$$P_w = (\pi^2/2) A_w^2 (f_w/\tau_\text{ф}) (Z_0 l_w^2/3\pi c). \qquad (8.9)$$

$$P_\text{c} = \pi^2 A_\text{c}^2 f_s^2 (Z_0 l_s^2/3\pi c), \qquad (8.10)$$

где Z_0 — волновое сопротивление свободного пространства; c — скорость света.

Сравнение будем проводить при условии, что эффективные значения токов в передающих антеннах равны

$$A_w = A_\text{c}[2-(1-\tau_\text{ф} f_w)]^{-1/2} \qquad (8.11)$$

и параметры антенн одинаковы, т. е. $l_s = l_w = l_0$.

Тогда из выражений (8.9), (8.10), учитывая равенство (8.11), находим отношение мощностей излучения диполем Герца в дальней зоне:

$$P_w/P_\text{c} = f_w/4\tau_\text{ф} f^2_s (1-\tau_\text{ф} f_w). \qquad (8.12)$$

Из анализа выражений (8.9), (8.10) и (8.12) видно, что для постоянных A и l_0 излучаемая мощность синусоидального сигнала зависит от частоты f_s, тогда как

мощность сигнала Уолша определяется частотой f_w и временем переключения $\tau_ф$. При этом чем меньше время переключения СУ по отношению к периоду гармонического сигнала, тем больше мощность СУ (при условии $f_s=f_w=f_0$). Необходимо отметить, что для постоянной длины диполя l_0 время переключения СУ ограничено снизу $l_0 \ll c_0\tau_ф$, иначе нарушается условие постоянства распределения тока по длине диполя Герца. Таким образом, получить бесконечную энергию излучения диполем Герца СУ при постоянных A_w и f_w, уменьшая $\tau_ф$, нельзя. Однако получить бесконечный выигрыш по сравнению с синусоидальным сигналом при $f_s=f_w=f_0$ можно, уменьшая частоты сигналов.

Используя полученные выражения, находим отношения погрешностей измерения временно́й задержки, частоты и периода гармонического сигнала и СУ при указанных выше условиях:

$$\frac{\sigma^2_{\tau_w}}{\sigma^2_{\tau_s}} = \frac{\sigma^2_{f_w}}{\sigma^2_{f_s}} = 16 f_0^3 \tau_ф^3 (1-\tau_ф f_0); \qquad (8.13)$$

$$\frac{\sigma^2_{T_w}}{\sigma^2_{T_s}} = 16 \tau_ф^3 f_0^3 (1-\tau_ф f_0) \left]\frac{n+1}{2}\right[^2. \qquad (8.14)$$

Найденные зависимости показывают, что преимущества СУ по сравнению с гармоническими сигналами по точности оценки временно́го положения, частоты и периода сигнала наиболее сильно проявляются для $\tau_ф \ll T$, т. е. с уменьшением времени переключения СУ. Это объясняется тем, что с уменьшением времени переключения эффективная длительность и полоса спектра сигнала Уолша увеличивается.

Проведенные исследования потенциальной точности измерения параметров СУ, используемых в качестве несущих, показали их преимущество по сравнению с гармоническими несущими.

Потенциальная помехоустойчивость при передаче информации с использованием несущих Уолша и дискретных систем модуляции, описанных в § 26, может быть оценена параметром q, определяемым по известным формулам. Специфика заключается лишь в значении коэффициентов взаимной корреляции манипулированных СУ при фиксированом алфавите. Действительно, дискретная модуляция СУ может рассматриваться как

двухступенчатое кодирование. Первая ступень кодирования соответствует несущим Уолша (ортогональный или биортогональный код), а вторая — манипуляции несущей в соответствии с кодовой последовательностью $g(t)$. Естественно, длительность символа последовательности должна быть много больше длительности символа несущей Уолша. Помехоустойчивость приема немодулированных СУ соответствует помехоустойчивости ортогональных сигналов. Поэтому вероятность ошибочного приема несущей может быть оценена по соответствующим формулам, приведенным в [74]. При этом число равновероятных несущих равно числу функций в диаде, т. е. $M_{н}=2^{]\log n[}$, а отношение энергии сигнала к спектральной плотности шума зависит от номера ФУ в диаде и определяется по следующей формуле:

$$q = 2A_{c2}^{2}\tau_{ф}T_{н}\left]\frac{n+1}{2}\right[\Big/(N_{0}T_{w}). \qquad (8.15)$$

При модуляции несущих Уолша функцией $g(t)$ общее число равновероятных сигналов (объем алфавита) возрастает и будет равно произведению $M_{н}M_{g}$, где M_{g} — объем алфавита последовательности. Так как $M_{н}\gg 1$, то объем алфавита СУ существенно (в $M_{н}$ раз) превосходит алфавит, построенный на базе гармонических несущих.

Синхронный прием СУ, как и гармонических сигналов, обладает наибольшей помехоустойчивостью. При этом степень синхронности приема СУ определяется степенью известности временнóго положения несущей Уолша при известной частоте (временнóй базе) сигнала. Очевидно, для СУ теряет смысл понятие когерентности приема, хотя формально при рассмотрении четных и нечетных ФУ этот смысл можно сохранить. Использование следящих систем для синхронного приема предполагает первоначальный поиск СУ по временнóму положению (задержке). Начальная синхронизация приемника должна проводиться за как можно меньшее время устройством поиска, содержащим как можно меньше обнаружителей (корреляторов). Данное противоречие может быть частично устранено, если использовать оценочно-корреляционный принцип поиска [66] для начальной синхронизации приемника СУ.

Исследование предельных возможностей оценочно-корреляционного поиска показывает, что выигрыш во времени поиска по

сравнению с одноканальным (одношкальным) поиском, определяется следующей зависимостью:

$$\xi = \frac{T_1}{T_н} = \frac{1}{K(\ln H/K)^2}\left(\frac{H^{2(\ln H/K-1)}}{K^{\ln H/K-2}}\right)^{\frac{1}{\ln H/K}}, \qquad (8.16)$$

где $K = \tau_{:(i+1)}/\sigma_{\tau i}$ — коэффициент согласования соседних шкал; $H = \Delta T / \sigma_{\tau 0}$ — отношение интервала априорной неопределенности задержки сигнала к требуемой точности начальной синхронизации приемника. При этом оптимальное число приближений вычисляется по следующей формуле:

$$N_{опт} =]\ln(H/K)[+ 1. \qquad (8.17)$$

Отметим, что при дихотомии число приближений определяется как $N =]\log H[+ 1$, а выигрыш по времени синхронизации

$$\xi_{дих} = H^2/4\log H[K^2(\log H - 1) + 1]. \qquad (8.18)$$

Анализ формул (8.16)—(8.18) показывает, что оценочно-корреляционный принцип при меньшем количестве приближений n дает больший выигрыш по времени начальной синхронизации, чем метод дихотомии. Это объясняется тем, что при дихотомии каждое приближение в два раза уменьшает область поиска, независимо от точности получаемой оценки временно́го положения сигнала, что ведет к относительному увеличению времени поиска.

Далее рассмотрим характеристики начальной синхронизации приемника, если в качестве синхросигнала используется СУ, параметры которого согласованы с условием задачи синхронизации. Свойства сигналов Уолша позволяют определить следующую процедуру начальной синхронизации. Вначале производится оценка задержки самой высокочастотной составляющей синхросигнала $\mathrm{Rad}_m(T_w, t)$ приемником ССЗ, реализующим оценочно-корреляционный принцип. Выбор номера диады m синхросигнала определяется номинальной тактовой частотой СУ, используемых в РЭС. Точность выделения этой составляющей определяется требуемой точностью синхронизации приемника СУ. Необходимо отметить, что СУ, принадлежащий диаде m, в общем случае может содержать от одной до m функций Радемахера, однако он обязательно содержит составляющую $\mathrm{Rad}_m(T_w, t)$.

После выделения сигнала $\mathrm{Rad}_m(T_w, t)$ он перемножается с входным синхросигналом, в результате в соответствии со свойством замкнутости ФУ, на выходе перемножителя будет сигнал меньшей диады, номер этого сигнала $(n_c \otimes 2^m - 1)$, где n_c — номер входного синхросигнала.

Далее, из сформированного сигнала выделяется составляющая $\mathrm{Rad}_k(t)$, номер которой определяется тре-

бованием к точности оценки задержки на промежуточной шкале, и так далее вплоть до составляющей $\mathrm{Rad}_j(t)$, определяющей задержку сигнала, исходя из максимально возможной неточности в априорной оценке задержки сигнала. Очевидно, можно было бы осуществлять поиск, начиная с грубой шкалы, как это описано в [66, 76], но в этом случае коэффициент использования мощности синхросигнала на каждой шкале был бы разным и значительно отличался от единицы, особенно на грубой шкале. Рассматриваемая процедура, по существу, сводится к поэтапному переносу спектра синхросигнала в область более низких частот без потери энергии благодаря специфическим свойствам ФУ.

Найдем основные характеристики процесса начальной синхронизации приемника СУ. Выбор номера j низкочастотной составляющей осуществляется из следующего соотношения:

$$j =]\log(T_{wc}/\Delta T)[+ 1, \tag{8.19}$$

где T_{wc} — период синхросигнала.

Номер n_c синхросигнала должен содержать первым j-й значащий разряд при представлении его кодом Грея (все разряды, меньше j, будут нулевыми). Погрешность фильтрации i-й ССЗ будет определяться выражением [66]

$$\sigma_{\tau i} = T_{wc}/2^i \sqrt{\Pi_i N_0/2P_c}, \tag{8.20}$$

где Π_i — шумовая полоса ССЗ i-го приближения. Принимая условие согласования приближений в виде $K\sigma_{\tau i} = T_{wc}/2^{i+1}$ [см. (8.16)], находим при равномерном приближении:

$$\sigma_{\tau 0} = K^{n-1}(T_{wc}/2^j)(\Pi_0/q_0)^{n/2}, \tag{8.21}$$

где $q_0 = 2P_c/N_0$; $\Pi_0 = \Pi_i$, $\forall i \in \overline{j, m}$.

Общее время начальной синхронизации $T_п$ определяется числом приближений N и временем переходного процесса каждого канала:

$$T_п = \mu n/\Pi_0, \tag{8.22}$$

где μ — коэффициент пропорциональности, зависящий от типа и параметров ФНЧ в петле регулирования ССЗ.

Из выражений (8.20) — (8.22) получим

$$T_п = \mu K^2 n \cdot 2^{2(m-j)/n-1}/q_0. \tag{8.23}$$

Определяя минимальное значение $T_п$ из выражения (8.23), находим

$$n_{опт} = 1 + (m-j)\ln 2 + \sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2 - 1}. \quad (8.24)$$

Соответствующая оптимальная шумовая полоса ССЗ будет равна

$$\Pi_{0\,опт} = 2^{2(m-j)/\{(m-j)\ln 2 + \sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2-1}\}} q_0 K^{-2}. \quad (8.25)$$

Подставляя значения $n_{опт}$ в (8.23), найдем минимальное время начальной синхронизации при равномерных приближениях:

$$T_{п\,\min} = \mu K^2 \{1 + \ln 2\,(m-j) + \sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2 - 1}\} \times$$
$$\times 2^{\frac{2(m-j)}{(m-j)\ln 2 + \sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2-1}}} q_0^{-1}. \quad (8.26)$$

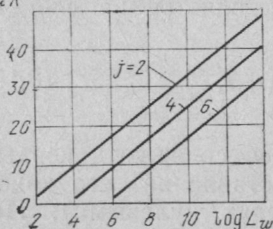


Рис. 8.2

На рис. 8.2 приведена зависимость минимального времени синхронизации от базы L_w используемого синхронизирующего сигнала Уолша, где номер j, характеризующий априорную неопределенность, выбран в качестве параметра. Вид приведенных зависимостей показывает, что с увеличением базы сигнала время синхронизации возрастает. С увеличением номера j время синхронизации уменьшается. С увеличением номера j время синхронизации уменьшается на величину, пропорциональную Δj, характеризующую убыль априорной неопределенности временно́го положения принимаемого сигнала.

Сравнение времени начальной синхронизации СУ с соответствующим временем для методов дихотомии и ППС [55, 66], проведенное в адекватных условиях, дает следующие результаты:

$$\frac{T_{п\,дих}}{T_{п\,\min}} =$$
$$= \frac{(m-j+1)\left[4(m-j) + 2^{\frac{2(m-j)}{(m-j)\ln 2 + \sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2-1}}}\right]}{\{1+(m-j)\ln 2 + \sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2 - 1}\} \times \times 2^{\frac{2(m-j)}{(m-j)\ln 2 + \sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2-1}}}}. \quad (8.27)$$

На рис. 8.3,*а* представлена зависимость проигрыша (8.27) от базы сигнала. С ростом L_w проигрыш возрастает, так как увеличивается число шкал метода дихотомии, а мощность сигнала каж-

дой из шкал падает. Далее, сравнивая с методом ПСП, находим

$$\frac{T_{\text{п псп}}}{T_{\text{п min}}} = \frac{\{l(m-j)\ln 2\,[1+(m-j)\ln 2+\sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2-1}\,]^{-1}\}^2}{\{1+(m-1)\ln 2+\sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2-1}\}} \times \frac{2(m-j)}{2^{(m-j)}\ln 2+\sqrt{[1+(m-j)\ln 2]^2-1}}. \quad (8.28)$$

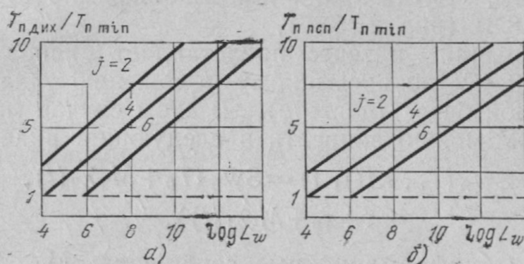


Рис. 8.3

На рис. 8.3, *б* приведена зависимость (8.28), которая показывает, что проигрыш по времени меньше, чем у метода дихотомии. Однако характер зависимости сохраняется, что объясняется уменьшением мощности на каждой шкале при росте их числа.

Проведенные исследования по начальной синхронизации приемника СУ показали, что последовательности поиска мультипликативного типа обладают преимуществом по времени вхождения в синхронизм по сравнению с аддитивными последовательностями. Однако необходимо отметить, что в обоих случаях требуется провести исследования по влиянию составляющих синхросигнала на характеристику дискриминатора ССЗ.

Характеристики поиска сложных сигналов методами последовательных приближений зависят от коэффициента согласования соседних шкал K. Выбор этого коэффициента можно осуществить, задаваясь допустимым значением вероятности ошибки поиска, характеризующей верность начальной синхронизации приемника. Вероятность правильного поиска при точно известном интервале поиска ΔT определяется как произведение вероятностей правильного согласования каждого приближения. Очевидно, эти вероятности зависят от K. Таким образом, зная требуемую верность начальной синхронизации, можно определить значение K.

8.2. НЕЛИНЕЙНЫЙ СИНТЕЗ ПРИЕМНИКОВ СИГНАЛОВ УОЛША

Рассмотрим синтез приемника СУ для случая, когда на его вход поступает аддитивная смесь СУ и шума

$$y(t) = \mathrm{Sw}_n(T_w, \lambda(t), t) + n_0(t), \qquad (8.29)$$

где $\lambda(t)$ — вектор передаваемых сообщений, а $n_0(t)$ — нормальный белый шум с нулевым средним и спектральной плотностью $N_0/2$. Сигнал и шум статистически независимы. Пусть также СУ аппроксимируется выражением (8.3) (рис. 2.15, *б*).

Наибольший интерес представляет использование модуляции СУ по временно́му положению (задержке) и временно́й базе (частоте). В этом случае модулированный СУ можно записать в следующем виде:

$$\mathrm{Sw}_n(T_w, \lambda(t), t) = \mathrm{Sw}_n(T_0 + M_T\lambda_2(t), \; t + \tau_0 + M_\tau\lambda_1(t)), \qquad (8.30)$$

где λ_1, λ_2 — информационные сообщения; M_T, M_τ — коэффициенты базовой и временно́й модуляции соответственно; T_0 и τ_0 — период и временно́е положение немодулированного СУ.

Из выражения (8.30) следует, что у СУ нет однозначной зависимости между частотой и фазой сигнала, как у гармонических несущих, где приращение частоты обязательно вызывает приращение фазы, и наоборот. Кроме того, в (8.30) $\lambda_2(t)$ является непрерывной функцией, что в рассматриваемом случае справедливо, если $T_0 \ll \tau_k$, где τ_k — интервал корреляции передаваемого сообщения [57, 92].

На первый взгляд кажется, что модулированный СУ (8.30) можно рассматривать как аналог первичной модуляции поднесущих импульсных радиосигналов — частотно-импульсной (ЧИМ), широтно-импульсной (ШИМ) и время-импульсной (ВИМ). Однако сигнал (8.30) является несущим, причем лишь с одной ступенью модуляции, в то время как для передачи информации с помощью ЧИМ, ШИМ и ВИМ необходима вторая ступень модуляции. Осуществить двукратную модуляцию, считая (8.30) первичной модуляцией, можно лишь при условии $\tau_и \gg T_s$, где T_s — период гармонической несущей, но для сигнала (8.30) справедливо $\tau_и \approx \approx T_s/2$, что делает невозможным вторую ступень модуляции. Таким образом, рассматриваемые СУ (8.30)

ближе к гармоническим сигналам с частотной и фазовой модуляцией, хотя и имеют существенные особенности, связанные с дискретностью во времени.

В условии решаемой задачи примем, что передаваемые сообщения представляют собой непрерывные марковские процессы и описываются следующими априорными стохастическими уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1(t) &= -a\lambda_1(t) + n_1(t), \\ \dot{\lambda}_2(t) &= -b\lambda_2(t) + n_2(t), \end{aligned} \tag{8.31}$$

где a и b — постоянные коэффициенты; $n_1(t)$ и $n_2(t)$ — независимые нормальные белые шумы с нулевыми средними и спектральными плотностями $N_1/2$ и $N_2/2$ соответственно. Из уравнений (8.31) получаем априорные стохастические уравнения для информативных параметров СУ

$$\begin{aligned} \dot{\tau}(t) &= -a\Delta\tau(t) + M_\tau n_1(t), \\ \dot{T}_w(t) &= -b\Delta T_w(t) + M_T n_2(t), \end{aligned} \tag{8.32}$$

где $\Delta\tau(t) = \tau(t) - \tau_0(t)$; $\Delta T_w = T_w(t) - T_0(t)$ — изменения временно́го положения и временно́й базы СУ относительно среднего значения. При модуляции по временно́й базе СУ происходит изменение частоты сигнала в соответствии с выражением

$$\Delta f_w(t) = f_w(t) - f_0 = \frac{\Big] \frac{n+1}{2} \Big[M_T \lambda_2(t)}{T_0 [T_0 + M_T \lambda_2(t)]}. \tag{8.33}$$

Таким образом, частотную модуляцию можно осуществлять, изменяя не только период СУ, но и номер ФУ, в соответствии с которой строится СУ.

Осуществим синтез модели приемника СУ методами нелинейной фильтрации. Применение теории нелинейной фильтрации в гауссовом приближении позволяет получить модель оптимального приемника в известной форме [57, 92]

$$\begin{aligned} \dot{\tau}^* &= -a(\tau^* - \tau_0) + K_{\tau\tau} F_\tau + K_{\tau T} F_T, \\ \dot{T}^* &= -b(T^* - T_0) + K_{TT} F_T + K_{\tau T} F_\tau, \end{aligned} \tag{8.34}$$

где $F = (2/N_0)[y(t)\,\mathrm{Sw}_n(T_w, \boldsymbol{\lambda}(t), t) - \mathrm{Sw}_n^2(T_w, \boldsymbol{\lambda}(t), t)]$; $F_\nu = \partial F/\partial\nu$; $K_{\mu\nu}$ — корреляционная функция соответствующих параметров; τ^*, T^* — их апостериорные значения.

Сравнение уравнений (8.34) с соответствующими уравнениями для схем фильтрации модулирующих функций первой ступени мо-

дуляции показывает, что при приеме СУ не будут справедливы допущения: $F_T=0$, $F_{T\tau}=0$, $K_{T\tau}=0$. Это существенно усложняет как структуру оптимального приемника, так и оценку его помехоустойчивости. В частности, структура оптимального приемника должна содержать две схемы слежения с перекрестными связями. Одна схема осуществляет слежение за временны́м положением СУ, а другая — за его периодом (частотой). При использовании гармонических сигналов структура с перекрестными связями получается лишь при использовании сигналов с двойной модуляцией. Очевидно, что фильтрация модулированных по тому же принципу СУ приведет к схеме с тремя петлями слежения.

Система уравнений для вторых центральных моментов в установившемся режиме (при усреднении по времени) имеет вид

$$0{,}5M_\tau^2N_1-2\alpha\overline{K}_{\tau\tau}+\overline{F}_{\tau\tau}\overline{K}_{\tau\tau}^2+2\overline{F}_{\tau T}\overline{K}_{\tau\tau}\overline{K}_{\tau T}+\overline{F}_{TT}\overline{K}_{\tau T}^2=0,$$

$$0{,}5M_T^2K_2-2b\overline{K}_{TT}+\overline{F}_{TT}\overline{K}_{TT}^2+2\overline{F}_{T\tau}\overline{K}_{T\tau}+\overline{F}_{\tau\tau}\overline{K}_{T\tau}^2=0,$$

$$-(a+b)\,\overline{K}_{\tau T}+\overline{F}_{\tau\tau}\overline{K}_{\tau\tau}\overline{K}_{\tau T}+\overline{F}_{\tau T}\,(\overline{K}_{\tau\tau}\overline{K}_{TT}-\overline{K}_{T\tau}^2)+$$

$$+\overline{F}_{TT}\overline{K}_{\tau T}\overline{K}_{TT}=0, \qquad (8.35)$$

где черта означает усреднение по времени.

Эта система является нелинейной системой алгебраических уравнений. Так как для СУ не выполняются упрощающие условия, справедливые для гармонических сигналов [57, 74, 92], то численное решение системы (8.35) можно осуществлять лишь на ЭВМ по стандартным программам. Однако представляет интерес аналитическое решение системы для проведения сравнительной оценки с соответствующими гармоническими сигналами.

Решая первое и второе уравнения системы (8.35), находим соответственно $\overline{K}_{\tau\tau}$ и $\overline{K}_{TT}$. Далее, учитывая принятое ранее допущение о гауссовом приближении, можно разложить полученное решение в ряд Маклорена относительно переменной $\overline{K}_{\tau T}$ и ограничиться лишь линейными членами:

$$\overline{K}_{\tau\tau}=-\frac{a}{\overline{F}_{\tau\tau}}\left[\left(1-\frac{M_\tau^2N_1\overline{F}_{\tau\tau}}{2a^2}\right)^{1/2}-1\right]-$$

$$-\frac{\overline{F}_{\tau T}}{\overline{F}_{\tau\tau}}\left[1-\left(1-\frac{M_\tau^2N_1\overline{F}_{\tau\tau}}{2a^2}\right)^{-1/2}\right]\overline{K}_{\tau T}, \qquad (8.36)$$

$$\overline{K}_{TT}=-\frac{b}{\overline{F}_{TT}}\left[\left(1-\frac{M_T^2\,N_2\overline{F}_{TT}}{2b^2}\right)^{1/2}-1\right]-$$

$$-\frac{\overline{F}_{\tau T}}{\overline{F}_{TT}}\left[1-\left(1-\frac{M_T^2\,N_2\overline{F}_{TT}}{2b^2}\right)^{-1/2}\right]\overline{K}_{\tau T}. \qquad (8.37)$$

Подставляя полученные выражения в третье уравнение системы (8.35), получаем:

$$\overline{K}_{\tau T}=-\frac{\sqrt{-0{,}5M_\tau^2N_1\overline{F}_{\tau\tau}}+\sqrt{-0{,}5M_T^2N_2\overline{F}_{TT}}}{2\overline{F}_{\tau T}}\left\{1-\left[1+\frac{2F_{\tau T}^2\sqrt{M_\tau^2M_T^2N_1N_2\overline{F}_{\tau\tau}\overline{F}_{TT}}}{(\overline{F}_{\tau\tau}\overline{F}_{TT}-\overline{F}_{\tau T}^2)(\sqrt{-0{,}5M_\tau^2N_1\overline{F}_{\tau\tau}}+\sqrt{-0{,}5M_T^2N_2F_{TT}})^2}\right]^{1/2}\right\},\tag{8.38}$$

Из уравнений (8.36)—(8.38) следует, что для окончательного определения погрешностей фильтрации необходимо найти значения функций $\overline{F}_{\tau\tau}$, $\overline{F}_{TT}$ и $\overline{F}_{\tau T}$. Вычисление этих функций может производиться несколькими методами [74, 81]. Далее воспользуемся методом непосредственного вычисления производных от функций F с последующим усреднением по времени. Учитывая, что τ — неэнергетический параметр, а T — энергетический, находим окончательно:

$$\overline{F}_{\tau\tau}=-\pi^2q/(\tau_ф{}^2T_н);\tag{8.39}$$

$$\overline{F}_{TT}=-\pi^2qT_н/(3\tau_ф{}^2T_w{}^2);\tag{8.40}$$

$$\overline{F}_{\tau T}=\pi^2q/(2\tau_ф{}^2T_w),\tag{8.41}$$

где $q=2A_c{}^2\tau_ф f_wT_н/N_0$ — отношение сигнал-шум на входе приемника, а усреднение по времени проведено за период СУ.

Найденные выражения позволяют оценить помехоустойчивость передачи сообщений при использовании СУ в качестве переносчиков информации. Подставляя выражения (8.39)—(8.41) в уравнения (8.36) и (8.37), находим относительные погрешности передачи сообщения при одновременном использовании модуляции по временнóму положению и временнóй базе СУ:

$$\delta_\tau^2=\frac{\overline{K}_{\tau\tau}}{M_\tau^2\sigma_{\lambda1}^2}=\frac{\Delta^2\alpha}{\pi^2q\eta_\tau\beta_\tau^2L^2}\left[\left(1+\frac{2\pi^2q\eta_\tau\beta_\tau^2L^2}{\Delta^2\alpha}\right)^{1/2}-1\right]+\frac{\alpha}{2\beta_\tau^2T_w^2}\left[1-\left(1+\frac{2\pi^2q\eta_\tau\beta_\tau^2L^2}{\Delta^2\alpha}\right)^{1/2}\right]\overline{K}_{\tau T},\tag{8.42}$$

$$\delta_T^2=\frac{\overline{K}_{TT}}{M_T^2\sigma_{\lambda2}^2}=\frac{3\Delta^2}{\pi^2q\eta_T\beta_T^2L^2\alpha}\left[\left(1+\frac{2\pi^2q\eta_T\beta_T^2L^2\alpha}{3\Delta^2}\right)^{1/2}-1\right]+\frac{3}{2\beta_T^2T_w^2\alpha}\left[1-\left(1+\frac{2\pi^2q\eta_T^2L^2\alpha}{3\Delta^2}\right)^{1/2}\right]\overline{K}_{\tau T},\tag{8.43}$$

где $\sigma^2{}_{\lambda1}$, $\sigma^2{}_{\lambda2}$ — дисперсии процессов $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$; $\sigma^2{}_{\lambda1}=N_1/4a$; $\sigma^2{}_{\lambda2}=N_2/4b$; $\eta_\tau=1/(aT_w)$; $\eta_T=1/(bT_w)$ —

коэффициенты временно́го квантования в каналах временно́й задержки и временной базы; $\Delta=\tau_ф/\tau_п$ — коэффициент прямоугольности; $\beta_\tau=M_\tau\sigma_{\lambda 1}/T_w$, $\beta_T=M_T\sigma_{\lambda 2}/T_w$ — безразмерные коэффициенты модуляции по задержке и временно́й базе соответственно; $\alpha=T_н/T_w$.

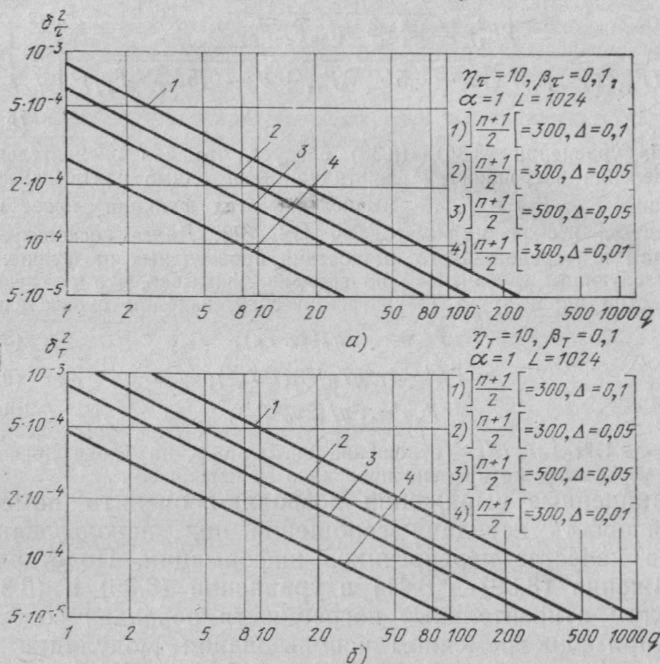


Рис. 8.4

Подставляя выражения (8.39)—(8.41) в уравнение (8.38), находим среднее значение корреляционной функции задержки и временно́й базы СУ

$$\overline{K}_{\tau T}=\frac{\sqrt{M_\tau^2 N_1/\alpha}+\sqrt{M_T^2 N_2\alpha/3}}{\sqrt{2\pi^2 q/\tau_ф T_w}}\left[1-\sqrt{1+\frac{12\sqrt{3}lk\alpha}{(\sqrt{3}lk+\alpha)^2}}\right] \tag{8.44}$$

где $l=M_\tau/M_T$ — отношение коэффициентов модуляций; $k^2=N_1/N_2$.

На рис. 8.4, *а* приведены графики зависимостей относительных ошибок фильтрации от отношения сигнал-шум для случая использования лишь модуляций по временно́му положению, т. е. когда $M_T=0$. На рис. 8.4, *б* приведены аналогичные зависимости, но при $M_\tau=0$, т. е.

при использовании модуляции лишь по временно́й базе (частоте) СУ.

Из рассмотрения выражений (8.42), (8.43) и рис. 8.4, *а* и *б* видно, что точность передачи сообщений с помощью сигналов Уолша тем выше, чем лучше прямоугольность элементарных символов сигнала и чем выше номер функции Уолша, естественно, при условии, что отношение сигнал-шум и коэффициенты модуляции, времени наблюдения и квантовая постоянны.

Сравнительный анализ точности передачи сообщений при использовании модуляции по временно́му положению и временно́й базе показывает незначительное преимущество первой при прочих равных условиях и $\alpha=1$. В теоретическом плане это объясняется тем, что центральный пик сигнальной (автокорреляционной) функции сигнала Уолша по оси T_w примерно в 3 раза шире, чем по оси τ, при прочих равных условиях.

Полученные выражения позволяют также оценить ухудшение точности передачи сообщений при одновременном использовании модуляции по T_w и τ, либо когда используется лишь один вид модуляции, а другой является мешающим. Расчеты показывают, что ухудшение точности фильтрации, в основном, определяется параметром lk, т. е. соотношением коэффициентов модуляций каналов. Влияние канала τ на канал T_w практически не сказывается при $lk\leqslant 0{,}05$, а канала T_w на канал τ—при $lk\geqslant 20$.

При приеме непрерывного СУ будем использовать гауссовскую аппроксимацию импульсов, несколько отличную от применяемой в [92]:

$$\beta_n(t)=h_n(t)-h_n(t-\tau_и),$$

$$h_n(t)=\begin{cases}\exp\left[-\dfrac{4\ln 2}{\tau_ф^2}\left(t-\dfrac{\tau_ф}{2}\right)^2\right], & t\leqslant\dfrac{\tau_ф}{2},\\ 1, & \dfrac{\tau_ф}{2}<t\leqslant\tau_и-\dfrac{\tau_ф}{2},\\ \exp\left[-\dfrac{4\ln 2}{\tau_ф^2}\left(t-\tau_и+\dfrac{\tau_ф}{2}\right)\right], & t>\tau_и-\dfrac{\tau_ф}{2},\end{cases} \qquad (8.45)$$

где $\tau_ф/2$, $\tau_п$—длительности фронта (среза) и плоской части импульса соответственно, причем $\tau_и=\tau_ф+\tau_п$.

В рассматриваемом случае СУ можно записать в виде

$$\mathrm{Swu}_n(T_w,\ \lambda,\ t) = A_{\text{c}} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{2^{m-1}-1} \mathrm{Wal}_l(T_w,\ k/L) \times$$

$$\times \beta_n(t - T_{wr} - k\tau_{\text{и}} + \tau_0). \qquad (8.46)$$

Решая задачу синтеза СУ (8.46), можно получить следующие выражения для оценки его помехоустойчивости:

$$\delta_\tau^2 = \frac{\bar{K}_{\tau\tau}}{M_\tau^2\,\sigma_{\lambda 2}^2} = \frac{\Delta}{4\sqrt{2\pi \ln 2}\; q\eta_\tau \beta_\tau^2 L_w\, \left]\dfrac{n+1}{2}\right[} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{8\sqrt{2\pi \ln 2}\; q\eta_\tau \beta_\tau^2 L_w\, \left]\dfrac{n+1}{2}\right[}{\Delta}\right)^{1/2} - 1\Bigg] +$$

$$+ \frac{1}{2\beta_\tau^2\, T_w^2}\left[1 - \left(1 + \frac{8\sqrt{2\pi \ln 2}\; q\eta_\tau \beta_\tau^2 L_w\, \left]\dfrac{n+1}{2}\right[}{\Delta}\right)^{-1/2}\right]\bar{K}_{\tau T}; \qquad (8.47)$$

$$\delta_T^2 = \frac{\bar{K}_{TT}}{M_T^2\,\sigma_{\lambda 2}^2} = \frac{3\Delta}{4\sqrt{2\pi \ln 2}\; q\eta_T\, \beta_T^2\, L_w\, \left]\dfrac{n+1}{2}\right[} \times$$

$$\times \left[\left(1 + \frac{8\sqrt{2\pi \ln 2}\; q\eta_T\, \beta_T^2\, L_w\, \left]\dfrac{n+1}{2}\right[}{3\Delta}\right)^{1/2} - 1\right] +$$

$$+ \frac{3}{2\beta_T^2\, T_w^2}\left[1 - \left(1 + \frac{8\sqrt{2\pi \ln 2}\; q\eta \beta_T^2 L_w\, \left]\dfrac{n+1}{2}\right[}{3\Delta}\right)^{-1/2}\right]\bar{K}_{\tau T};$$

$$\bar{K}_{\tau T} = \frac{\sqrt{M_\tau^2\, N_1} + \sqrt{M_T^2 N_2/3}}{\sqrt{\sqrt{2\pi \ln 2}\ f_w^2\, q/\tau_{\text{ф}} L_w}}\left[\left(1 + \frac{12\sqrt{3}lk}{(\sqrt{3}lk + 1)^2}\right)^{1/2} - 1\right], \qquad (8.48)$$

где $q = 2A^2{}_{\text{c}}T_w/N_0$—отношение сигнал-шум на входе приемника. Естественно, структура приемника соответствует уравнениям (8.34).

Проведем сравнение полученных результатов для непрерывного СУ с результатом оптимального приема импульсных ВИМ, ЧИМ и ШИМ радиосигналов, рассмотренных в [57, 92].

Используя соответствующие зависимости, найдем величины $\delta^2{}_{\tau s}/\delta^2{}_{\tau w}$ и $\delta^2{}_{Ts}/\delta^2{}_{Tw}$, которые характеризуют отношение погрешностей фильтрации при импульсных радиосигналах и сигналах Уолша, получаем

$$\delta^2_{\tau s}/\delta^2_{\tau w} \approx (\sqrt{2}/Q)\sqrt[4]{2\ln 2/\pi}\, L_w, \tag{8.49}$$

где Q—скважность импульсного сигнала;

$$\delta^2_{Ts}/\delta^2_{Tw} \approx \left[2\sqrt{2}/\sqrt{3}(1-\Delta)\right]\sqrt{2\ln 2/\pi}\, L_w; \tag{8.50}$$

Найденные зависимости показывают, что точность фильтрации, оцениваемая дисперсией относительной погрешности, при использовании модуляции по временно́му положению в $L_w\sqrt{2}/Q$ раз лучше у СУ, чем у импульсных сигналов. Для эквивалентного сравнения необходимо положить $L_w=Q$, при этом для СУ получаем выигрыш в $\sqrt{2}$ раз. Это объясняется соотношением эффективных значений гармонического сигнала и СУ. Сравнение ШИМ сигналов с СУ, промодулированными по временно́й базе (частоте), показывает, что точность фильтрации сигналов Уолша примерно в $2L_w$ раз лучше. Это объясняется тем, что при использовании модуляции по временно́й базе фронт и срез каждого символа СУ несут информацию о передаваемом сообщении.

Сравнительный анализ помехоустойчивости импульсных и непрерывных СУ [формулы (8.42), (8.43), (8.48)] показывает, что при одинаковых параметрах модуляции и одинаковых энергетических соотношениях импульсные СУ примерно в $2/\sqrt{\Delta}$ раз имеют меньшую погрешность фильтрации. Это объясняется тем, что при равенстве энергий амплитуда импульсного СУ в $2/\sqrt{\Delta}$ раз больше.

Сравнивая между собой дисперсии погрешностей фильтрации модулированных СУ и гармонических сигналов с непрерывной угловой модуляцией [82], можно отметить, что помехоустойчивость СУ в $L/\sqrt{\Delta}$ раз выше при прочих равных параметрах. Этот результат объясняется тем, что спектр СУ в $L/\sqrt{\Delta}$ раз шире, чем спектр гармонических сигналов.

Проведенные исследования по оптимальной фильтрации модулированных СУ показали, что приемники СУ обладают более высокой помехоустойчивстью, чем приемники аналогичных гармонических сигналов. Безусловно, это объясняется переходом к сложной несущей в СУ. Очевидно, что аналогичный выигрыш можно получить и при других методах модуляции СУ, рассмотрение которых выходит за рамки данной книги.

В заключение необходимо отметить еще раз, что, казалось бы, можно переходом к более сложным гармоническим сигнала достигнуть помехоустойчивости СУ (например, применяя дополнительную ступень модуляции). Однако сделать это можно, лишь перейдя к гармоническим несущим, аналогичным сигналу с предельной фазовой телеграфией, так как в этом случае $\tau_и \approx 2/f_0$, где f_0—частота несущей. В таком сигнале уже не будет гармонической несущей в общепринятом понятии, а будет дискретная несущая с плохо сформированными импульсами ($\tau_ф \approx \tau_и/2$). Таким образом, переход к сверхширокополосным сигналам приводит к необходимости применения дискретных (цифровых) несущих. В то же время при использовании сигналов с относительно узкими полосами ($\Delta f/f_0 < 0,1$) также возможно применение дискретных несущих. Очевидно, при этом уже не будет существенного выигрыша в помехоустойчивости, хотя достоинства, связанные с цифровой структурой сигнала, сохраняются.

8.3. КВАЗИЛИНЕЙНЫЙ СИНТЕЗ ПРИЕМНИКОВ СИГНАЛОВ УОЛША

Проведенный в § 8.2 синтез приемников некоторых СУ в рамках гауссовской аппроксимации марковской теории нелинейной фильтрации показал, что, по существу, они являются дискретными следящими устройствами с перекрестными связями. Очевидно, этот результат можно рассматривать в более широком смысле как следствие того, что оптимальный приемник по критерию максимальной помехоустойчивости является корреляционным приемником [74]. В этом смысле следящее устройство можно понимать как квазикорреляционный приемник, состоящий из дискриминатора-коррелятора и линейной части, предназначенной для формирования опорного сигнала. Проведя линеаризацию дискриминатора (например, статистическую), можно перейти к эквивалентной линейной системе обработки входного сигнала и поставить вопрос о синтезе линейной части следящей системы. В реальных условиях степень такого приближения вполне обоснована, так как необходимая точность фильтрации весьма высока, что естественно требует большого отношения сигнал-шум на входе приемника. Такой подход позволяет, с одной стороны, обойдя математические трудности, расширить результаты нели-

нейного синтеза, например, в направлении снятия ограничений на характер изменения параметров сигнала и помех, а с другой—получить технически реализуемые устройства, практически не уступающие по помехоустойчивости оптимальным в реальных условиях работы РЭС.

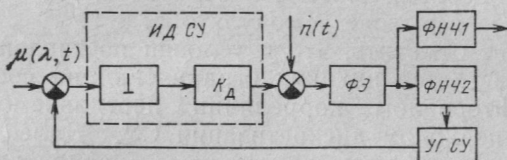


Рис. 8.5

На рис. 8.5 представлена обобщенная структурная схема следящего демодулятора СУ (СД СУ), когда для передачи информации используется модуляция лишь одного параметра СУ (задержки τ или частоты f_w). Структурная схема СД СУ включает: ИД СУ — импульсный дискриминатор СУ; ФЭ — фиксирующий элемент нулевого порядка; ФНЧ — фильтры нижних частот, УГ СУ — управляемый генератор СУ. Необходимо отметить, что данная структурная схема справедлива для широкого класса следящих демодуляторов гармонических сигналов [50, 80]. Она позволяет также исследовать непрерывные методы передачи информации, когда период дискретизации стремится к нулю. Пусть на входе СД СУ действует аддитивная смесь $y(t)$ (8.29) СУ и помехи, причем $\mu(\lambda, t)$ — дискретный модулируемый параметр сигнала, $\lambda(t)$ — передаваемое сообщение. Далее считается, что передаваемое сообщение и помеха некоррелированы, имеют нулевые средние значения и характеризуются дискретными спектральными плотностями $G_\lambda(Z)$ и $G_ш(Z)$.

В схеме на рис. 8.5 предполагается, что ИД линейный, т. е. нелинейная нормированная характеристика заменена линейной с эквивалентным коэффициентом усиления $K_Д$. Для этого случая, используя структурные методы анализа линейных систем, можно привести ко входу СД СУ спектры воздействия, которые будут выражаться в единицах информативного параметра и определяться по формулам [21, 82]

$$G_с(Z) = M_с^2 G_\lambda(Z); \quad G_п(Z) = G_{ши}(Z)/K_Д^2, \qquad (8.51)$$

где $M_с$ — девиация информативного параметра сигнала.

Далее будем считать, что в схеме СД СУ используется оптимальный дискриминатор СУ. Тогда спектр приведенной помехи будет определяться следующим соотношением [82]:

$$G_{ши}(Z) = G_ш(Z)/A^2_с|X_{vv}|_w,$$

где $|X_{vv}|_w$ — модуль второй производной нормированной корреляционной функции по параметру v сигнала Уолша.

Помехоустойчивость СД СУ будем оценивать, как и ранее в § 8.2, значением среднеквадратической погрешности демодуляции передаваемого сообщения

$$\sigma^2_\lambda = M\{[\lambda(t) - \lambda^*(t)]^2\},$$

где M — операция математического ожидания; $\lambda^*(t)$ — сообщение на выходе демодулятора.

Следует отметить, что в условии поставленной задачи не налагается никаких ограничений на соотношение между интервалом корреляции передаваемого сообщения и периодом дискретизации СУ. Далее, не нарушая общности, будем считать, что период дискретизации параметра сигнала при использовании модуляции как по τ, так и по f_w равен периоду $T_w = T_0$.

В соответствии с требованием экстремума принятого критерия качества демодуляции уравнение оптимальной фильтрации в рассматриваемом случае будет иметь следующий вид:

$$R_c(jT_0 + \varepsilon T_0) = \sum_{i=1}^{\infty} [R_c(jT_0 - iT_0) + R_п(jT_0 - iT_0)\, \varphi_{опт}(iT_0 + \varepsilon T_0)], \tag{8.52}$$

где $R_c(jT_0 + \varepsilon T_0)$; $R_п(jT_0)$ — корреляционные функции соответственно информативного параметра сигнала и помехи; $\varphi_{опт}(iT_0 + \varepsilon T_0)$ — импульсная переходная функция оптимального линейного СД СУ; ε — параметр, который выбирается из условия $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$.

Решение уравнения (8.52) для физически реализуемого СД СУ можно получить, если воспользоваться модифицированным Z-преобразованием [21]:

$$K_{опт}(Z, \varepsilon) = \frac{1}{[G_c(Z) + G_п(Z)]_+} \left\{ \frac{G_c(Z, \varepsilon)}{[G_c(Z) + G(Z)]_-} \right\}^+, \tag{8.53}$$

где $K_{опт}(Z, \varepsilon)$ — передаточная функция оптимального СД СУ; $G_c(Z, \varepsilon)$ — спектральная плотность информативного параметра, определяемая как модифицированное Z-преобразование от корреляционной функции этого параметра; $[\cdot]_\pm$, $[\cdot]^\pm$ — соответственно операции спектральной факторизации и расщепления, причем «+» соответствует функции, имеющей нули и полюсы в единичном круге Z-плоскости, а «—» — вне единичного круга.

Основная сложность определения передаточной функции оптимального физически реализуемого СД СУ связана с необходимостью аналитического решения за-

дач факторизации и расщепления соответствующих выражений (8.53). Поэтому для аппроксимации спектров входных воздействий необходимо выбирать такую систему ортогональных функций, которая позволяла бы достаточно просто решать указанные задачи. Такому требованию наиболее полно удовлетворяет ортонормированный базис, построенный по методу Грама—Шмидта с помощью дробно-рациональных функций. В этом случае спектр реальных непрерывных процессов может быть аппроксимирован с требуемой точностью последовательностью дробно-рациональных функций вида

$$G(\omega,\ k)=\sum_{i=1}^{k}\frac{b_i}{\omega^2+c_i^2},\ -\infty,<\omega<\infty, \qquad (8.54)$$

где b_i, c_i — постоянные коэффициенты, определяемые видом аппроксимируемого спектра и зависящие от номера i; k — число членов ряда, определяемое желаемой точностью аппроксимации и видом аппроксимируемого спектра. Отметим, что широко используемые полиномы Баттерворта [82, 83] являются частным случаем аппроксимации (8.54).

Далее, не уменьшая общности, для простоты вычислений и сравнения с известными результатами будем считать, что спектр сообщения аппроксимируется выражением (8.54), приведенная ко входу СД СУ помеха представляет собой дискретный белый шум со спектральной плотностью $N^2{}_{\text{д}}$.

В соответствии с методикой, изложенной в работе [80], можно получить выражения для физически реализуемых передаточных функций оптимальных СД СУ:

дискретный вход — непрерывный выход

$$K_{\text{опт}}(Z,\ \varepsilon)=\frac{1}{N_{\text{Д}}^2}\prod_{i=1}^{k}\frac{Zd_i^{-1}-1}{Z\alpha_i^{-1}-1}\sum_{i=1}^{k}\frac{b_i}{2c_i}\,\frac{Zd_i^{\varepsilon}(1+\gamma_i)}{Z-d_i}, \qquad (8.55)$$

где α_i, d_i — нули и полюсы выражения (8.53);

$$\gamma_j=\sum_{i=1}^{k}b_id_j/(1-d_j\alpha_i);$$

дискретный вход — дискретный выход

$$K_{\text{опт}}(Z)=1-\prod_{i=1}^{k}\frac{Zd_i^{-1}-1}{Z\alpha_i^{-1}-1}. \qquad (8.56)$$

Например, если $k=1$ (нормальное марковское сообщение [57]), то передаточная функция оптимального СД СУ в соответствии с выра-

жением (8.56) имеет вид

$$K_{\text{опт}}(Z) = \frac{d_1 - \alpha_1}{d_1} \frac{Z}{Z - \alpha},$$

где $d_1 = \exp(-c_1 T_0)$;

$$\alpha_1 = \frac{M^2{}_{\text{c}} b_1 (1 + d^2{}_1)}{4 c_1 d_1 N^2_{\text{Д}}} + \frac{1 + d_1{}^2}{2 d_1} - \left\{ \left[\frac{M^2{}_{\text{c}} b_1 (1 + d^2{}_1)}{4 c_1 d_1 N^2_{\text{Д}}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1 + d^2{}_1}{2 d_1} \right]^2 - 1 \right\}^{1/2}.$$

Оценим помехоустойчивость оптимального СД СУ. Минимальное значение погрешности демодуляции можно найти из следующего уравнения [21]:

$$M^2_{\text{c}} \sigma^2_{\lambda\,\min}(\varepsilon T_0) = \sigma^2_{\text{т}}(\varepsilon T_0) - \sum_{k=0}^{\infty} R_{\text{c}}(k T_0 + \varepsilon T_0)\, \varphi_{\text{опт}}(k T_0 + \varepsilon T_0), \quad (8.57)$$

где $\varphi_{\text{опт}}(kT_0 + \varepsilon T_0)$ определяется из уравнения (8.53) как обратное модифицированное Z-преобразование от $K_{\text{опт}}(Z, \varepsilon)$.

Решая совместно уравнения (8.52) и (8.57), получим для случая помехи в виде дискретного белого шума

$$\sigma^2_{\lambda\,\min}(\varepsilon T_0) = \frac{N^2_{\text{Д}}}{\mathrm{j}\, 2\pi M^2{}_{\text{c}}} \oint\limits_{|Z|=1} K_{\text{опт}}(Z, \varepsilon) \frac{dZ}{Z}. \quad (8.58)$$

Подставляя в (8.58) выражение (8.55), найдем уравнение для погрешности демодуляции оптимального физически реализуемого СД СУ

$$\sigma^2_{\lambda\,\min}(\varepsilon, T_0) = \frac{1}{M^2{}_{\text{c}}} \prod_{i=1}^{k} \frac{|\alpha_i|}{d_i} \frac{1}{\mathrm{j}\, 2\pi} \oint\limits_{|Z|=1} \prod_{i=1}^{k} \frac{Z - d_i}{Z - \alpha_i} \sum_{i=1}^{k} \frac{b_i}{2 c_i} \times$$

$$\times \frac{d_i^{\varepsilon} (1 + \gamma_i)}{Z - d_i} dZ. \quad (8.59)$$

Для дальнейших вычислений представим выражение под знаком контурного интеграла в следующем виде:

$$\prod_{i=1}^{k} \frac{Z - d_i}{Z - \alpha_i} = \prod_{i=1}^{k} \left(1 + \frac{\alpha_i - d_i}{Z - \alpha_i}\right) = 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{\eta_i}{Z + \alpha_i},$$

где η_i — постоянные коэффициенты.

Далее находим

$$\sigma^2_{\lambda\,\min}(\varepsilon, T_0) = \frac{1}{M^2{}_{\text{c}}} \prod_{i=1}^{k} \frac{|\alpha_i|}{d_i} \frac{1}{\mathrm{j}\, 2\pi} \oint\limits_{|Z|=1} \left[\sum_{i=1}^{k} \frac{b_i}{2 c_i} \frac{d_i (1 + \gamma_i)}{Z - d_i} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \frac{\eta_j}{Z - \alpha_j} \frac{b_i}{2 c_i} \frac{d_j (1 + \gamma_j)}{Z - d_i} \right] dZ. \quad (8.60)$$

Меняя операции интегрирования и суммирования местами, получим окончательно

$$\sigma^2_{\lambda\,\min}(\varepsilon, T_0) = \frac{1}{M^2_{\text{c}}} \prod_{i=1}^{k} \frac{|\alpha_i|}{a_i} \sum_{j=1}^{k} \frac{b_j}{2c_j} d_j^{\varepsilon} (1+\gamma_j). \quad (8.61)$$

Для случая дискретного СД СУ соответственно находим

$$\sigma^2_{\lambda\,\min} = \frac{N^2_{\text{Д}}}{M^2_{\text{c}}} \left(1 - \prod_{i=1}^{k} \frac{|\alpha_i|}{\alpha_i}\right). \quad (8.62)$$

Полученные аналитические зависимости показывают, что погрешность оптимальной демодуляции определяется не только видом спектра передаваемого сообщения, но и соотношением периода дискретизации и интервала корреляции сообщения.

Анализ выражения (8.61) позволяет выявить важные интерполяционные свойства аналого-цифрового СД СУ. Например, если спектральная плотность передаваемого сообщения нормирована и аппроксимируется функцией (8.54) при $k=1$, то погрешность демодуляции при использовании оптимального СД СУ будет определяться следующим выражением:

$$\sigma^2_{\lambda\min} = \frac{d_1^2(1-d_1^2)(M^2_{\text{c}}+N^2_{\text{Д}})}{2M^2_{\text{c}}d_1^2} \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{(M^2_{\text{c}}+N^2_{\text{Д}}) - d_1^2(M^2_{\text{c}}-N^2_{\text{Д}})^2}{(1-d_1^2)(M^2_{\text{c}}+N^2_{\text{Д}})^2} \right]^{1/2} - 1 \right\}, \quad (8.63)$$

где $d_1 = \exp(-c_1 T_0)$, $N^2{}_{\text{Д}} = G_{\text{шн}}/T_0$; $G_{\text{шн}} = N_0/2K^2{}_{\text{Д}}\,P_{\text{c}} \times$ $\times |X_{vv}|_w$ — спектральная плотность непрерывного белого шума, приведенного ко входу СД СУ, из которого берутся выборки дискретного белого шума; P_{c} — мощность сигнала на входе СД СУ; $K_{\text{Д}}$ — нормированный коэффициент усиления линеаризованного дискриминатора.

На рис. 8.6 показана зависимость дисперсии $\sigma^2{}_{\lambda\min}$ от времени в соответствии с выражением (8.63). Из рисунка видно, что погрешность демодуляции СД СУ является периодической функцией времени. Причем погрешность определяется не только мощностью шума и индексом модуляции (как в непрерывных следящих демодуляторах [82, 83], но и соотношением между периодом СУ и полосой сообщения (параметр $c_1 T_0$). Очевидно, чем меньше параметр $c_1 T_0$ (чаще дискретизация),

тем меньше погрешность демодуляции СД СУ. В пределе при $T_0 \to 0$ дискретная модуляция переходит в непрерывную.

В работах [82, 83] приведены зависимости погрешности оптимальной демодуляции от порядка степени полинома Баттерворта, аппроксимирующего спектральную плотность передаваемого сообщения при гармонических

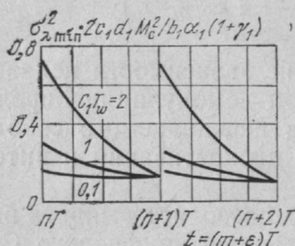


Рис. 8.6

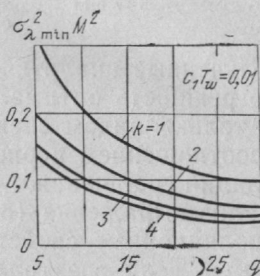


Рис. 8.7

сигналах и непрерывных способах модуляции (полином Баттерворта первой степени соответствует сообщению, рассматриваемому в примере, а полином бесконечной степени — сообщению, имеющему равномерный ограниченный по частоте спектр). Представляет интерес получить аналогичные зависимости для дискретных способов модуляции СУ и оптимальных демодуляторов СУ. Для решения поставленной задачи необходимо воспользоваться полученным выражением (8.62). Основная трудность при использовании выражения (8.62) заключается в необходимости определения коэффициентов α_i.

Применяя численные методы решения на ЦЭВМ, можно получить зависимость $\sigma^2_{\lambda\min}$ от отношения сигнал-шум $q_Д$ на входе СД СУ для различных значений k передаваемого сообщения. Зависимость $\sigma^2_{\lambda\min}=f(k,\ q_Д)$ представлена на рис. 8.7, где $q_Д=1/(N_Д K_Д)^2$. Из рисунка видно, что качество оптимальной демодуляции существенно зависит от спектра передаваемого сообщения, особенно для малых k. Наибольшей помехоустойчивостью обладает передача сообщений с ограниченным равномерным спектром.

Полученные зависимости позволяют также сравнить помехоустойчивость дискретных и непрерывных следящих демодуляторов, используемых для передачи сообще-

ний со спектром, аппроксимируемым полиномами Баттерворта независимо от вида несущей. При сравнении необходимо учитывать соотношение энергетической эквивалентности $q_Д = \gamma q_н$, где $\gamma = T_0/T_k$ — коэффициент, характеризующий избыточность периода дискретизации СУ по отношению к периоду дискретизации по Котельникову; $q_н$ — отношение сигнал-шум на входе непрерывного СД СУ.

На рис. 8.8 показана зависимость $\sigma_{2\lambda\min}(k)/\sigma^2_{\lambda\min}(k)$, характеризующая ухудшение помехоустойчивости дискретного СД по сравнению с непрерывным СД при изменении частоты дискретизации. Из рисунка видно, что с уменьшением частоты дискретизации (ростом γ помехоустойчивость существенно изменяется, причем эта зависимость носит пороговый характер. Значение допустимого T_0 зависит от вида спектральной плотности: чем меньше k, тем меньше допустимое значение T_0.

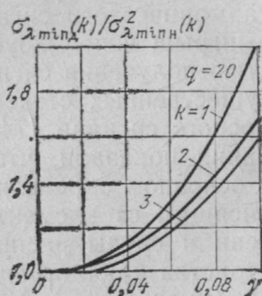


Рис. 8.8

Сравним приведенные погрешности фильтрации СД СУ, синтезированных в рамках линейной теории [выражение (8.63)] и нелинейной в гауссовском приближении [выражения (8.42), (8.46) и (8.47)]. При $T \to 0$ можно получить $d_1 \to 1$ и $(1-d^2_1)(M^2_c + N^2_Д) \to c_1/|F_{\nu\nu}|K^2_Д$, где ν — информативный параметр, по которому берется производная [см. (8.34)]. В рассматриваемом случае ($k=1$) $c_1 = a$ при модуляции по τ и $c_1 = b$ при модуляции по T_w. Таким образом, результаты совпадают с точностью до коэффициента $K_Д$ т. е. $\delta^2_{\lambda нел} = \delta^2_{\lambda лин}/K^2_Д$, индексы означают нелинейный и линейный синтез. При $q \gg 1$, $K_Д = 1$ результаты полностью совпадают. Полученный результат объясняется тем, что, во-первых, в стационарном режиме при большом отношении сигнал-шум принятая в линейном синтеза структура (см. рис. 8.5) является квазиоптимальным приближением (гауссовским) нелинейного синтеза, а во-вторых, это есть следствие фундаментального вывода о том, что для нормальных (гауссовских) процессов линейное устройство фильтрации будет наилучшим из всех возможных для критерия минимума среднеквадратической погрешности [74].

Анализ полученных результатов показывает, что для

дискриминаторов СУ и дискриминаторов гармонических сигналов (если пренебречь различием значения линеаризованного коэффициента $K_Д$) соотношение между дисперсиями погрешностей будет определяться следующим выражением (при равенстве остальных параметров сигналов):

$$\sigma^2_{\nu s}/\sigma^2_{\nu w}=|X_{\nu\nu}|_w/|X_{\nu\nu}|_s,$$

где $|X_{\nu\nu}|_s$ и $|X_{\nu\nu}|_w$ — модули вторых производных нормированных корреляционных функций по параметру ν гармонического сигнала и СУ соответственно. Поэтому выигрыш в помехоустойчивости СУ связан с возможностью получения сигнала переносчика с большим числом существенных степеней свободы, т. е. более широкополосного сигнала [74, 82]. Проведенные в § 2.6 исследования показали, что широкополосность СУ (его база) в основном определяется временем переключения $\tau_ф$, зависящим от элементной базы передатчика, свойств антенн и среды распространения. Таким образом, если свойства канала радиосвязи позволяют расширять полосу (уменьшать $\tau_ф$), то использование широкополосных несущих всегда даст выигрыш в помехоустойчивости. Анализ радиоканалов существующих РЭС показывает, что в настоящее время имеется существенная перспектива в использовании широкополосных несущих, например, на базе СУ. Действительно, обычно то или иное РЭС занимает лишь небольшую часть радиоканала, так как частотное разделение (совмещение) РЭС является доминирующим в настоящее время.

При переходе к цифровым несущим с кодовым разделением средств появляется возможность «отдать» всю полосу канала всем РЭС, т. е. использовать сигнал, полностью или частично согласованный с частотными характеристиками канала. В этом случае появляется возможность получить существенный выигрыш в основных информационных характеристиках РЭС.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ

В основе дискретизации сигналов лежит принципиальная возможность представления их в виде взвешенных сумм:

$$s(t)=\sum_n a_n f_n(t),$$

где a_n — коэффициенты, характеризующие исходный сигнал в дискретные моменты времени; $f_n(t)$ — набор элементарных функций, которые по коэффициентам a_n позволяют восстанавливать сигнал. Равномерная дискретизация основана на теореме В. А. Котельникова, согласно которой в качестве a_n необходимо использовать мгновенные значения $s(t_k)$ сигнала в дискретных точках $t_k = k\Delta t$, где $\Delta t = 1/2F$, F — максимальная частота спектра сигнала. При этом значение функции $s(t)$ в любой точке t_k определяется выражением

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta t) \frac{\sin[2\pi F(t - k\Delta t)]}{2\pi F(t - k\Delta t)}.$$

Однако спектры большинства реальных сигналов бесконечны, поэтому погрешность их дискретизации равна

$$\sigma^2 = \int_F^{\infty} G_т(f)\, df \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} G_c(f)\, df.$$

Если сигнал ограничен по времени T и частоте F, то пользуются усеченным рядом В. А. Котельникова

$$s(t) = \sum_{k=1}^{n} s(k\Delta t) \frac{\sin 2\pi F(t - k\Delta t)}{2\pi F(t - k\Delta t)},$$

где $n = 2FT + 1$ — число отсчетов (число степеней свободы) сигнала, а $2FT = B$ — его база.

Дискретизация радиосигнала имеет свои особенности. Спектр сигнала F в общем случае в два раза шире спектра модулирующей функции частоты F_m. Поэтому формально для дискретизации радиосигнала необходимо брать в два раза больше отсчетов, чем для модулирующей функции. Причем половина отсчетов расходуется для оценки модулирующей функции, а половина — для оценки фазы несущей. По этой причине обработку радиосигналов с неизвестной фазой проводят в двух квадратурных каналах (см. рис. 6.3), в каждом из которых используется $2FT$ отсчетов, а общее число отсчетов равно $4FT$. Выбор частоты дискретизации модулированного радиосигнала имеет свои особенности. При дискретизации модулирующей функции $g(t)$ рассматривается функция $f(t) = g(t)b(t-\eta)$, где $b(t-\eta)$ — периодическая функция (несущая), определяемая в моменты $t = kT_s + \eta$, $k = \ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots$; η — случайная величина с плотностью распределения $W(\eta) = 1/T$ при $0 \leqslant \eta \leqslant T$, $f_s = 1/T_s$ — частота выборки.

Так как в $b(t-\eta)$ — периодическая функция, то она может быть представлена рядом Фурье

$$b(t - \eta) = a_0 + 2\sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos\omega_i (t - \eta), \tag{П.1}$$

где $a_0 = 1$, $a_i = \sin\omega_i\tau/\omega_i\tau$; $\omega_i = 2\pi i/T$.

При этом спектральная плотность функции $f(t)$ имеет вид

$$G_f(\omega) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i G_g(\omega - \omega_i), \tag{П.2}$$

где $G_g(\cdot)$ — спектральная плотность процесса $g(t)$.

Спектральные плотности мощности процесса $f(t)$ до и после отсчетов представлены на рис. П.1.

Допустимая скорость выборки для сигнала с полосой F должна быть равна $f_s \geqslant 2F$, а для радиосигнала с наивысшей частотой спектра $(f_0+F/2)$ можно записать

$$f_s \geqslant 2(f_0+F/2). \qquad (\text{П.3})$$

Расположение спектров сигнала до и после отсчета показано соответственно на рис. П.2,*а*, *б*. Выбор $f_s > f_0$ во многих случаях нежелателен. Однако если частоту f_s немного уменьшить, то произойдет

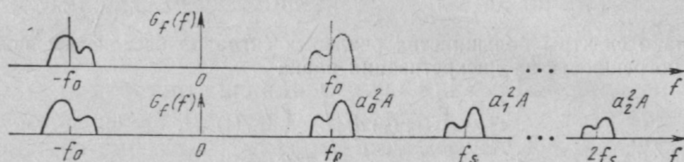


Рис. П.1

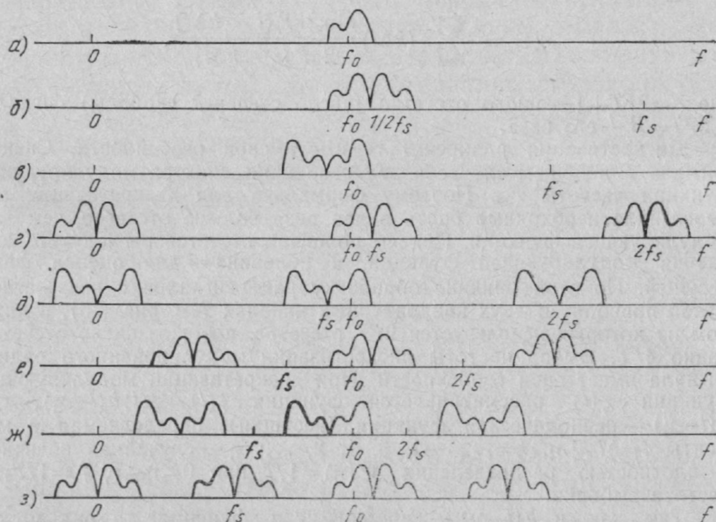


Рис. П.2

взаимное наложение спектров, приводящее к ошибкам при последующей фильтрации. Если же продолжить снижение частоты f_s, то при $f_s=2(f-F/2)$ перекрытия спектров не будет вплоть до частоты $f_s=f_0+F/2$ (рис. П.2,*г*). При этом f_s выбирается из интервала $[(f_0+F/2),\ 2(f_0-F/2)]$.

Дальнейшее уменьшение f_s приведет к перекрытию спектров до $f_s=f_0-F/2$, после чего до частоты $f_s={}^2/_3(f_0+F/2)$ перекрытия снова не будет (рис. П.2,*д*, *е*, *ж*, *з*). Следовательно, второй интер-

вал частот $[{}^2/_3(f_0+F/2),\ (f_0-F/2)]$. Обобщенное описание этого процесса дает выражение

$$\left[\frac{2}{j+1}\left(f_0+\frac{F}{2}\right),\ \frac{2}{j}\left(f_0-\frac{F}{2}\right)\right],$$

где j — целое число. Следовательно, радиосигнал с полосой F на частоте f_0 полностью определяется отсчетами, удовлетворяющими условиям

$$f_s \geqslant 2F, \quad f_s \in \left[\frac{2}{j+1}\left(f_0+\frac{F}{2}\right),\ \frac{2}{j}\left(\frac{2}{j}\left(f_0-\frac{F}{2}\right)\right)\right], \qquad (\text{П.4})$$

Важным выводом из (П.4) является то, что выборку можно вести со скоростью, меньшей f_0. Для простоты дальнейшей обработки выбор f_s целесообразно вести в соответствие с выражениями $f_s=2Fm$, $lf_s=f_0-F/2$, где m и l — целые положительные числа. Тогда

$$f_0/f_s=l+1/4m. \qquad (\text{П.5})$$

Для сигнала в форме $s(t)=a(t)\cos 2\pi f_0t+b(t)\sin 2\pi ft$, где $a(t)$ и $b(t)$ ограничены в полосе $F/2$ в соответствии с (П.5) для $m=1$ будем иметь выборки

$$s(kT_s)=a(kT_s)\cos(k\pi/2)+b(kT_s)\sin(k\pi/2). \qquad (\text{П.6})$$

При четном k ($k=2p$) получим $s(2pT_s)=(-1)^p a(2pT_s)+0$. При нечетном k ($k=2p+1$) будем иметь $s[(2p+1)T_s]=0+(-1)^p b[(2p+1)T_s]$. Следовательно, четные выборки дают информацию об $a(t)$, нечетные — о $b(t)$. Зная значения $a(t)$ и $b(t)$, нетрудно по выражению (П.6) найти сигнал.

СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АД — аналоговый демодулятор
КФ — корреляционная функция
АС — адресная система
АЦП — аналого-цифровой преобразователь
ВКФ — взаимокорреляционная функция
ГТЧ — генератор тактовой частоты
ДЧМ — дискретная частотная модуляция
ЗУ — запоминающее устройство
КУ — квантователь уровня
НПКП — нелинейная производная кодовая последовательность
ПЗС — прибор с зарядовой связью
ППРЧ — псевдослучайная перестройка рабочей частоты
ПСП — псевдослучайная последовательность
РЭП — радиоэлектронное подавление
РЭС — радиоэлектронная система
ССЗ — схема слежения за задержкой
СУ — сигнал Уолша
СФ — согласованный фильтр
УТГ — управляемый тактовый генератор
ФАПЧ — фазовая автоподстройка частоты
ФМ — фазовая манипуляция
ФН — функция неопределенности

ФУ — функция Уолша
ЧАП — частотная автоподстройка
ЦД — цифровой демодулятор
ЦСФ — цифровой согласованный фильтр
a_k — кодовая последовательность, состоящая из **0** и **1**
B — база сигнала
d_k — кодовая последовательность, состоящая из **—1** и **1**
E — энергия сигнала
F, $F_{эф}$ — полоса сигнала и его эффективная полоса
f_s — частота дискретизации
f_w — частота сигнала Уолша (СУ)
$G_с(f)$, $G_п(f)$ — соответственно спектральные плотности сигнала и помехи
$g(t)$ — расширяющая функция
K_{ij} — вторые центральные моменты гауссовского распределения
$K_{пс}$, $K_{пп}$, $K_{кс}$, $K_{кп}$ — соответственно коэффициенты подавления сигнала, помех и комбинационных составляющих сигнала и помех
$p_{лт}$, $p_{пр}$, $p_{обн}$ — соответственно вероятности ложной тревоги, пропуска сигнала и правильного обнаружения
$P_{пэ}$, $P_{шэ}$, $P_{сk}$ — соответственно эквивалентные мощности помех, шума и мощности сигнала k-го канала
Q — разность между числом положительных и отрицательных значений ПСП
q, $q_а$, $q_ц$, $q_{кр}$ — соответственно отношение сигнал-помеха (или сигнал-шум); это же отношения на выходе аналогового и цифрового демодуляторов; критическое отношение сигнал-помеха
q_0 — отношение сигнал-помеха по напряжению
L — число элементов периода ПСП
L_w — временна́я база функции Уолша (ФУ)
l_{12} — отношение сигнал-помеха на входе приемника
N_0 — спектральная плотность одностороннего белого шума
N_{ij} — спектральная плотность мощности параметрических шумов
$\{N_k\}$, N_n — соответственно числовая последовательность и постоянное число
P_e, $P_{e,\Sigma}$ — соответственно средняя вероятность ошибки и приема дискретной информации и результирующая вероятность
$P_с$, $P_п$, $P_ш$, P_w — соответственно мощности сигнала, помехи, шума и сигнала Уолша
p_0 — оператор Лапласа
$P_р$ — мощность передатчика ретранслятора
R — скорость передачи информации
Rad (t) — функция Радемахера
rect $[\cdot]$ — прямоугольный импульс
$r_s(t)$ — корреляционная функция сигнала
$s(t)$ — сигнал
$\mathrm{Swu}_n(T, t)$, $\mathrm{Swi}_n(T, t)$, $\mathrm{Sw}_n(T, t)$ — соответственно непрерывный, импульсный сигналы Уолша, сигнал Уолша

T, $T_{эф}$, T_s, T_w — соответственно период (длительность) сигнала, его эффективная длительность, период дискретизации, период сигнала Уолша

$W(\cdot)$ — апостериорная плотность вероятностей

W — полоса линейного фильтра (канала)

$\mathrm{Wal}_n (T, t)$ — функция Уолша

$r_s(t)$ — корреляционная функция сигнала

$y(t)$ — принимаемая реализация смеси сигнала и шума

$\Pi = P_{пэ}/P_{ск}$ — помехоустойчивость

Δ — шаг квантования

$\Delta f_{эф}$ — эффективная полоса пропускания системы

$\lambda(t)$ — вектор фильтруемых параметров

Θ — фаза сигнала

ν_i — двусторонняя спектральная плотность мощности шума

ρ — коэффициент частотно-временной связи

τ, $\tau_и$, $\tau_ф$ — соответственно задержка сигнала, длительность элементарного импульса и время нарастания (спада)

$\chi(\tau, f)$, $\chi_{ij}(\tau, f)$ — функция неопределенности и взаимная функция неопределенности

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Андриянов А. В.** Линейное предсказание и его применение в радиотехнике. — Радиотехника, 1981, т. 36, № 1, с. 11—18.
2. **А. с. 758560** (СССР). Демодулятор фазоманипулированного сигнала/ Г. И. Тузов, И. А. Барсуков, В. В. Горшков, С. А. Рубцов, А. А. Сулиманов. — Опубл. в Б. И., 1980, № 31.
3. **А. с. 647875** (СССР). Дискриминатор для синхронизации по задержке псевдослучайной последовательности/ В. В. Горшков, А. А. Сулиманов, Г. И. Тузов, В. В. Спирин. — Опубл. в Б. И., 1979, № 6.
4. **А. с. 596114** (СССР). Некогерентный следящий фильтр для обработки псевдослучайного сигнала/ Г. И. Тузов, Р. Д. Жерносек, Б. И. Глазов. — Опубл. в Б. И., 1979, № 21.
5. **А. с. 437991** (СССР). Обнаружитель сигналов/ Г. И. Тузов, В. С. Остроухов. — Опубл. в Б. И., 1975, № 28.
6. **А. с. 1153396** (СССР). Ретранслятор системы связи./ Г. И. Тузов. — Опубл. в Б. И., 1985, № 16.
7. **А. с. 786035** (СССР). Устройство поиска шумоподобного сигнала/ Г. И. Тузов, В. И. Сивов, В. И. Прытков. — Опубл. в Б. И., 1980, № 45.
8. **А. с. 710008** (СССР). Следящий фильтр для обработки сигнала с подавленной несущей/ Г. И. Тузов, Р. Д. Жерносек, М. В. Егоров. — Опубл. в Б. И., 1980, № 2.
9. **А. с. 1152493** (СССР). Устройство автоматической подстройки передатчика псевдослучайного сигнала./ Г. И. Тузов. — Опубл. в Б. И., 1985, № 42.
10. **А. с. 259972** (СССР). Следящий фильтр с перекрестной демодуляцией и программным управлением/ Г. И. Тузов. — Опубл. в Б. И., 1970, № 3.
11. **А. с. 720736** (СССР). Согласованный фильтр сложных сигналов/ Г. И. Тузов, В. В. Горшков, В. И. Прытков. — Опубл. в Б. И., 1980, № 9.

12. **А. с. 756647** (СССР). Способ поиска по задержке сигналов с частотной и частотно-фазовой манипуляцией/ Г. И. Тузов, В. И. Прытков, В. А. Алференко.—Опубл. в Б. И., 1980, № 30.
13. **А. с. 726671** (СССР). Цифровой некогерентный дискриминатор задержки псевдослучайного радиосигнала/ Г. И. Тузов, И. А. Барсуков, В. В. Горшков, Л. Т. Буянский, А. А. Сулиманов. — Опубл. в Б. И., 1980, № 13.
14. **А. с. 467489** (СССР). Цифровое устройство слежения за задержкой/ Н. П. Жаровин, Л. Л. Клюев, В. В. Лосев, С. А. Ганкевич, Б. П. Новиков. — Опубл. в Б. И., 1975, № 14.
15. **А. с. 702536** (СССР). Цифровое устройство слежения за задержкой/ А. А. Сулиманов. — Опубл. в Б. И., 1979, № 45.
16. **Бельтюков В. В., Сивов В. А.** Ортогональные сигналы на основе полных кодовых колец и их корреляционные свойства. — Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, № 9, с. 1733—1778.
17. **Вальд А.** Последовательный анализ: Пер. с англ./ Под ред. Б. А. Севастьянова. — М.: Физматгиз, 1960. — 300 с.
18. **Власов В. Н., Варакин Л. Е.** Системы дискретных частотно-модулированных сигналов.— Радиотехника и электроника, 1972, т. 17, № 5, с. 963—971.
19. **Варакин Л. Е.** Теория систем сигналов. — М.: Сов. радио, 1978.—303 с.
20. **Гоноровский И. С.** Радиотехнические цепи и сигналы. — 3-е изд. — М.: Сов. радио, 1977.—440 с.
21. **Гусев В. Г.** Методы исследования точности цифровых автоматических систем. — М.: Наука, 1973. — 400 с.
22. **Гроп Д.** Методы идентификации систем: Пер. с англ. — М.: Мир, 1979.—302 с.
23. **Градштейн Н. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм и рядов и произведений. — 4-е изд. — М.: Наука, 1971.—1108 с.
24. **Давеннорт В. Б., Рут В. Л.** Введение в теорию случайных сигналов и шумов: Пер. с англ./ Под ред. Р. Л. Добрушина. — М.: ИЛ, 1960.—468 с.
25. **Дергачев Ю. А., Лаврентьев Ю. С.** Экспоненциальная аппроксимация функций Бесселя в задачах нелинейной радиотехники. — Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах: Материалы II Всесоюз. симп. — Минск, 1980.
26. **Диксон Р. К.** Широкополосные системы. Пер. с англ./ Под ред. В. И. Журавлева. — М.: Связь, 1979.—304 с.
27. **Защита** от радиопомех/ Под ред. М. В. Максимова. — М.: Сов. радио, 1976. — 496 с.
28. **Зюко А. Г.** Помехоустойчивость и эффективность систем связи. — М.: Связь, 1972.—358 с.
29. **Ипатов В. П., Коломенский Ю. А., Шарапов П. В.** Потенциальные возможности согласованных двоичных кодов. — Радиотехника и электроника, 1975, т. 20, № 4, с. 715—719.
30. **Кан**. Характеристики цифрового согласованного фильтра при неизвестной помехе. — Зарубежная радиоэлектроника, 1972, № 11, с. 22—38.
31. **Коротаев Г. А.** Методы линейного предсказания.—Зарубежная радиоэлектроника, 1980, № 10, с. 49—65.
32. **Кук Ч., Бернфельд М.** Радиолокационные сигналы: Пер. с англ./ Под ред. В. С. Кельзона. — М.: Сов. радио, 1971.—566 с.
33. **Лайниотис Д. Г.** Разделение — единый метод построения адаптивных систем. I. Оценивание. — ТИИЭР, 1976, т. 64, № 8, с. 8—28.

34. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 1.— М.: Сов. радио, 1974.—552 с.
35. **Лосев В. В.** Преобразование Фурье на конечных абелевых группах и полихотомические методы синхронизации. — Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 6, с. 1174—1178.
36. **Мешковский К. А., Кириллов Н. Е.** Кодирование в технике связи. — М.: Связь, 1961. — 290 с.
37. **Миронов М. А.** Условия применимости метода гауссовой аппроксимации в марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации. — Радиотехника и электроника, 1981, № 6, с. 1186—1197.
38. **Основы** технического проектирования систем связи через ИСЗ/ Под ред. А. Д. Фортушенко. — М.: Связь, 1970.—332 с.
39. **Остроухов В. С., Тузов Г. И.** Исследование функции неопределенности сигнала с частотно-фазовой манипуляцией. — Радиотехника и электроника, 1974, т. 19, № 11, с. 2309—2313.
40. **Остроухов В. С., Тузов Г. И.** Коррелятор с подавлением боковых лепестков функций корреляции. — Радиотехника, 1975, т. 30, № 4, с. 19—23.
41. **Остроухов В. С., Тузов Г. И.** Некоторые особенности центральной области автокорреляционной функции сигнала с частотно-фазовой манипуляцией. — Радиотехника, 1976, т. 31, № 2, с. 85—87.
42. **Остроухов В. С., Тузов Г. И.** Функция автокорреляции сигнала с частотно-фазовой манипуляцией. — Радиотехника и электроника, 1974, т. 19, № 11, с. 2314—2320.
43. **Оценка** действия синхронной помехи на цифровой демодулятор сложного ФМ-сигнала/ Г. И. Тузов, В. В. Горшков, А. Г. Рачинский, С. А. Рубцов. — Изв. вузов СССР. Сер. Радиоэлектроника, 1982, т. 25, № 4, с. 16—24.
44. **Палий А. И.** Радиоэлектронная борьба.—М.: Воениздат, 1981.— 272 с.
45. **Первачев С. В.** Радиоавтоматика: Учебник для вузов. — М.: Радио и связь, 1982. — 296 с.
46. **Питерсон У., Уэлдон Э.** Коды, исправляющие ошибки: Пер. с англ./Под ред. Р. Л. Добрушина и С. И. Самойленко.—М.: Мир, 1976. — 594 с.
47. **Семенов А. М., Сикарев А. А.** Широкополосная радиосвязь.— М.: Воениздат, 1970. — 150 с.
48. **Сейдж Э., Мелс Дж.** Теория оценивания и ее применения в связи и управлении.—М.: Связь, 1976. — 493 с.
49. **Сивов В. А.** Сравнительная оценка помехоустойчивости и пропускной способности систем связи с разделением каналов по форме сигналов. — Радиотехника, 1983, № 6, с. 41—45.
50. **Системы** фазовой синхронизации/ В. Н. Акимов, Л. Н. Белюстина, В. Н. Белых и др.; Под ред. В. В. Шахгильдяна, Л. Н. Белюстиной. — М.: Радио и связь, 1982.—288 с.
51. **Сосулин Ю. Т., Пивоваров Ю. М.** Многоканальное оценочно-корреляционное обнаружение сигналов с неизвестной частотой. — Радиотехника и электроника, 1971, т. 16, № 12, с. 2314—2317.
52. **Сперанский В. С.** Оценка влияния интерференционной помехи в системе ШОУ для широкополосного сигнала.—Радиотехника, 1971, т. 2, № 8, с. 21—42.

53. **Стационарные** и нестационарные характеристики обучения адаптивных фильтров, использующих критерий минимума СКО/ Уидроу Б., Маккул Д. М., Ларимор М. Г., Джонсон Р.— ТИИЭР, 1976, т. 64, № 8, с. 37—52.
54. **Стратонович Р. Л.** Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. — М.: МГУ, 1966.— 319 с.
55. **Стиффлер Дж. Дж.** Теория синхронной связи: Пер. с англ./ Под ред. Э. М. Габидулина. — М.: Связь, 1975.—310 с.
56. **Тихонов В. И.** Статистическая радиотехника.— М.: Сов. радио, 1966. — 678 с.
57. **Тихонов В. И., Кульман Н. К.** Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1975.—704 с.
58. **Тихонов В. И., Харисов В. Н.** Оптимальный прием дискретных сигналов и тактовая синхронизация. — Радиотехника и электроника, 1980, № 3, с. 540—551.
59. **Тихонов В. И., Харисов В. Н.** Оптимальный прием дискретных сигналов со случайной задержкой. — Радиотехника и электроника, 1980, № 3, с. 530—539.
60. **Тихонов В. И., Харисов В. Н., Смирнов В. А.** Оптимальная фильтрация дискретно-непрерывных процессов. — Радиотехника и электроника, 1978, № 7, с. 1441—1452.
61. **Трахтман А. М., Трахтман В. А.** Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. — М.: Сов. радио, 1978.— 208 с.
62. **Тузов Г. И., Глазов В. И.** Оптимальная фильтрация дискретных ЧМ сигналов. — Радиотехника, 1973, т. 28, № 1, с. 26—30.
63. **Тузов Г. И., Остроухов В. С.** Фильтрация псевдослучайных сигналов с частотно-фазовой манипуляцией. — Радиотехника и электроника, 1976, т. 19, № 12, с. 2523—2528.
64. **Тузов Г. И., Котов В. А.** Синтез оптимального приемника псевдослучайного фазоманипулированного сигнала с произвольным углом манипуляции. — Радиотехника и электроника, 1971, т. 16, № 5, с. 765—769.
65. **Тузов Г. И., Остроухов В. С.** Исследование коэффициента частотно-временной связи сигналов с частотной манипуляцией.— Радиотехника, 1974, т. 29, № 8, с. 21—29.
66. **Тузов Г. И.** Оптимизация сигналов для быстрой синхронизации приемника. — Радиотехника и электроника, 1980, т. 26, № 10, с. 2146—2154.
67. **Тузов Г. И., Сивов В. А., Быков В. В.** Выбор порога при режекции узкополосных помех. — Радиотехника, 1976, т. 31, № 6, с. 15—18.
68. **Тузов Г. И., Сивов В. А., Быков В. В.** Деформация корреляционной функции сложных сигналов в режекторах. — Радиотехника, 1981, т. 36, № 2, с. 52—55.
69. **Тузов Г. И., Остроухов В. С.** Фильтрация псевдослучайных сигналов с частотно-фазовой манипуляцией. — Радиотехника и электроника, 1974, т. 19, № 12, с. 2522—2528.
70. **Тузов Г. И., Поставной В. И., Косякин С. И.** Оценка взаимной функции неопределенности систем дискретных частотных сигналов. — Радиотехника и электроника, 1984, т. 29, № 7, с. 1413—1415.
71. **Тузов Г. И., Прытков В. И., Спирин В. В.** Некогерентная кор-

реляционная фильтрация сложных сигналов. — Радиотехника и электроника, 1980, № 8, с. 1648—1654.

72. **Тузов Г. И., Сулиманов А. А.** Оценка помехоустойчивости при квантовании по уровню сигналов и гауссового шума. — Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, № 3, с. 457—462.

73. **Тузов Г. И., Сулиманов А. А.** Помехоустойчивость при квантовании по уровню сигнала, помехи и гауссового шума. — Радиотехника и электроника, 1983, т. 28, № 5, с. 915—921.

74. **Тузов Г. И.** Статистическая теория приема сложных сигналов.— М.: Сов. радио, 1977. — 400 с.

75. **Тузов Г. И., Талалай М. А.** Нелинейный синтез оптимального приемника импульсного псевдослучайного, фазоманипулированного сигнала. — Радиотехника, 1976, т. 31, № 2, с. 85—86.

76. **Тузов Г. И., Урядников Ю. Ф., Ильин А. Е.** Оптимизация сигналов Уолша для быстрой синхронизации приемника. — Радиотехника и электроника, 1983, т. 28, № 8, с. 1555—1561.

77. **Турин.** Введение в теорию цифровых согласованных фильтров. — ТИИЭР, 1976, т. 64, № 7, с. 85—109.

78. **Уидроу Б. А.** Адаптивные компенсаторы помех: Принципы построения и применение. — ТИИЭР, 1975, т. 63, с. 69—98.

79. **Устройства** обработки сигналов на приборах с зарядовой связью/ Г. И. Тузов, В. И. Прытков, В. А. Алференко, М. Г. Вяткин. — Зарубежная радиоэлектроника, 1978, № 9, с. 39—64.

80. **Урядников Ю. Ф., Васильев Н. А.** Помехоустойчивость оптимальных следящих демодуляторов. — Радиотехника, 1982, т. 37, с. 10—16.

81. **Урядников Ю. Ф., Стукалин А. Г.** Помехоустойчивость передачи сообщений с помощью сигналов Уолша. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1983, т. 26, № 7, с. 12—17.

82. **Фомин А. Ф.** Помехоустойчивость систем передачи непрерывных сообщений. — М.: Сов. радио, 1975.—352 с.

83. **Фомин А. Ф., Урядников Ю. Ф.** Помехоустойчивость систем передачи непрерывных сообщений с импульсными следящими демодуляторами. — Радиотехника, 1976, т. 31, № 9, с. 48—54.

84. **Хармут Х. Ф.** Передача информации ортогональными функциями.—М.: Связь, 1975.—272 с.

85. **Хармут Х. Ф.** Теория секвентного анализа. — М.: Мир, 1980. — 574 с.

86. **Цифровые** дискриминаторы задержки/ Г. И. Тузов, В. А. Бархота, В. В. Горшков, А. А. Сулиманов. — Теория и техника сложных сигналов: Всесоюз. научн-техн. конф. Москва — Минск, 1979, с. 49.

87. **Цифровые** методы в космической связи: Пер. с англ./ Под ред. В. И. Шляпоберского. — М:. Связь, 1969.—270 с.

88. **Цифровые** системы фазовой автоподстройки частоты/ Г. И. Тузов, В. В. Горшков, В. В. Спирин и др. — Зарубежная радиоэлектроника, 1978, № 5, с. 66—78.

89. **Цифровые** системы фазовой синхронизации/ М. И. Жодзишский, С. Ю. Сила-Новицкий, В. А. Просолов и др. Под ред. М. И. Жодзишского. — М.: Сов. радио, 1979.—208 с.

90. **Шимбо.** Влияние взаимной модуляции, преобразования АМ—ФМ и аддитивного шума в системах на ЛБВ с большим числом несущих. — ТИИЭР, 1971, т. 59, № 2, с. 130—139.

91. **Шумоподобные** сигналы в системах передачи информации/ Под ред. В. В. Пестрякова. — М.: Сов. радио, 1973.—424 с.

92. **Ярлыков М. С.** Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике.— М.: Сов. радио, 1980.—360 с.
93. **Aein J. P., Pickholtz R. L.** A simple unified phazor analysis for PN multiple access to limiting repeaters. — IEEE Trans., 1982, v. COM-30, № 5, p. 1018—1026.
94. **Baer H. P.** Interference effects of hard limiting in PN SS Systems. — IEEE Trans., 1982, v. COM-30, № 5, p. 1010—1017.
95. **Chang P. J., Shimbo O.** Effect of the large signal on small signals in a memoryless nonlinear bandpass amplifier. — IEEE Trans., 1980, v. COM-28, № 5, p.
96. **De Bruyn N. G.** A combinatorial problem. — Nederl. Acad. Wetensch. Proc., 1946, v. 49, p. 758—764.
97. **Fang R., Shimbo O.** Unified analysis of a class digital systems in additive noise and interference. — IEEE Trans., 1971, v. COM-21, p. 1075—1091.
98. **Golomb S. W.** Shift register sequences. — Holden — Day, Inc., 1976, p. 224.
99. **Good I. J.** Normal recurring decimals. — J. Math. Soc., 1946, v. 21, p. 169—172.
100. **Jain R. C.** Limiting of signal in random noise. — IEEE Trans., 1973, v. IT-19, № 3, p. 332—340.
101. **Jonest J. J.** Hard limiting of two signals in random noise. — IEEE Trans., 1963, v. IT-9, № 1, p. 34—42.
102. **Lewis I. I.** Analysis of quantization and dither effects on spread spectrum signals. — Proc. Nat. Telecommunication Conf., 1975, p. 33/10—33/15.
103. **Lindsey W. C., Kantak A. V., Dobrogowski A.** Network synchronization by means of aperturnable timing system. — IEEE Trans., 1978, v. COM-26, № 6, p. 892—896.
104. **Saito T.** Application of PLL oscillator for PCM network synchronization. — IEEE Trans., 1982, v. COM-30, № 10, p. 2344—2354.

ОГЛАВЛЕНИЕ